Populäre

Astronomie.

Von

J. J. Littrow,

Director der Sternwarte und Professor der Astronomie an der k. k. Universität in Wien, der kais. russischen Akademie der Wissenschaften in Petersburg, der königl. Akademie der Wissenschaften in Prag, der großbritannischen astron. Gesellschaft in London u. m. a. Gesellschaften Mitglied.

Zweyter Theil.

Zweyte Abtheilung.

Mit vier lithographirten Tafeln.

Wien, 1825.

Im Verlage von J. G. Heubner.

Inhalt des zweyten Theiles.

Zweyte Abtheilung.

Viertes Buch.

Practische Astronomie.

Erster Abschnitt: Instrumente.

	Seite.
I. Cap. Uhren	3
II. Cap. Fernröhre	27
III. Cap. Micrometer, Vernier und Libelle	62
IV. Cap. Hadley's Sextant	81
V. Cap. Mittagsrohr	86
VI. Cap. Kreise	97
VII. Cap. Theodolit und Aequatorial	100
VIII. Cap. Tafeln	119

Zweyter Abschnitt: Beobachtungen.

I. Cap. Bestimmung der Zeit durch Beobachtungen	167
II. Cap. Bestimmung der Polhöhe durch Beobachtungen	176
III. Cap. Bestimmung der geographischen Länge durch Beobachtungen	201
IV. Cap. Beobachtung des Azimuts, der Schiefe der Ekliptik u. w.	217
V. Cap. Finsternisse	228
VI. Cap. Berechnung der Planetenbeobachtungen	242
VII. Cap. Bestimmung der Elemente der Cometenbahnen aus den Beobachtungen	258

Viertes Buch.

Practische Astronomie.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden das Vorzüglichste, welches uns die Beobachtungen an den Körpern des Himmels zeigten, durchgegangen sind, wird es nicht uninteressant seyn, die Art dieser Beobachtungen etwas näher kennen zu lernen, und vielleicht selbst die Instrumente zur Hand zu nehmen, um mit zu beobachten, da auf diese Weise nicht nur vieles von dem bisher Gesagten recht klar, sondern auch dadurch erst der eigentliche erhabene Genuß erhalten werden wird, welchen uns der gestirnte Himmel gewährt, und der nicht, wie so viele glauben, in dem bloßen gedankenleeren Anblicke desselben, oder in der Lectüre einer leichten und oberflächlichen Darstellung seiner Erscheinungen, sondern vielmehr in fortgesetzten Beobachtungen und in dem Nachdenken über die Resultate dieser Beobachtungen besteht. Obschon aber hier die Rosen nicht ganz ohne Dornenstiche erhalten werden können, so besorge ich doch nicht, daß meine Leser die letzten so sehr scheuen werden, um auf die ersten lieber ganz Verzicht zu leisten, um so mehr, da ich mich bemühen werde, so viel es nur die Natur der Sache erlaubt, den Dornen ihren Stachel zu nehmen, ohne der Rose selbst dadurch zu schaden.

Ehe wir aber zu den Beobachtungen selbst übergehen, müssen wir die Werkzeuge kennen lernen, mit welchen jene gemacht werden. Das gegenwärtige Buch zerfällt daher in zwey Abschnitte, deren der erste von den Instrumenten, und der zweyte von den mit diesen Instrumenten anzustellenden Beobachtungen handeln wird.

Erster Abschnitt.

Von den Instrumenten.

Erstes Capitel.

Uhren.

Da alle Gegenstände des Himmels in immerwährender Bewegung sind, so ist es nicht genug, den Ort derselben, ihre Erhöhung über dem Horizonte, ihre scheinbare Entfernung von einander u. s. w. mit der größten Genauigkeit zu wissen, sondern man muß auch die Zeit kennen, für welche jene sich immer verändernden Erscheinungen statt haben.

Ein bequemes Mittel, die Zeit einzutheilen, und sie daher gleichsam zu messen, biethet uns jede Veränderung an, von deren Gleichförmigkeit wir überzeugt sind. Unter diesen Veränderungen aber, über deren Gleichförmigkeit wir genaue Versuche anstellen können, zeichnet sich besonders die Bewegung der Körper, und unter diesen Bewegungen endlich vorzüglich die tägliche Bewegung des Himmels, oder die Rotation der Erde aus, die allen Beobachtungen und Rechnungen zufolge (I. S. 227) eine vollkommen gleichförmige Bewegung ist. Diese äußerst regelmäßige Umwälzung aller Körper des Himmels, also auch die der Sonne, die unsern Tag bildet, ist das eigentliche Maß der Zeit, auf welches wir immer zurückkommen müssen, wenn wir die Puls-

schläge der Fieberkranken, die Perioden unserer Menschengeschichte, oder das Fortrücken des Sonnensystemes bestimmen wollen. Wenn wir daher für irgend einen Augenblick eines gegebenen Tages die Entfernung der Sonne von unserem Horizonte oder von unserem Meridiane angeben können, so ist dadurch auch dieser Augenblick selbst auf eine Jedermann verständliche Weise angegeben. In der That bedienten sich auch unsere Vorfahren dieses einfachen Mittels, die Zeit zu bestimmen, indem sie z. B. um den Augenblick des Anfangs einer von ihnen beobachteten Finsterniß anzugeben, in demselben Augenblicke auch die Höhe der Sonne beobachteten, woraus sich denn, da die Declination der Sonne und die Polhöhe des Beobachtungsortes bekannt ist, der Stundenwinkel der Sonne, d. h. die Entfernung jenes Augenblickes von dem Mittage dieses Tages, oder die wahre Zeit dieses Augenblickes, nach (I. S. 17) finden ließ.

Allein so einfach und sicher zugleich diese Art der Zeitbestimmung auch seyn mag, so sieht man doch, auch ohne meine Erinnerung, daß sie, besonders wenn sie, wie es in der That nothwendig ist, im Laufe eines Tages oft wiederhohlt werden soll, auch zugleich äußerst unbequem ist.

Man mußte daher andere bequemere Mittel zur Zeitbestimmung suchen, und da uns der Himmel nichts weiter zu diesem Zwecke darboth, so blieb nichts übrig, als sich selbst eine Maschine zu entwerfen, deren Bewegung ganz gleichförmig ist, und an welcher sich zugleich die Aufeinanderfolge dieser Bewegungen leicht bemerken läßt. So entstanden unsere Uhren, von welchen wir hier nur die zwey vorzüglichsten Gattungen, Gewicht- und Federuhren betrachten wollen, da die Wasser- und Sanduhren, so wie selbst die sogenannten Sonnenuhren zu dem astronomischen Gebrauche nicht Genauigkeit genug gewähren.

Es ist übrigens nicht meine Absicht, hier eine vollstän-

dige Erklärung dieser Kunstwerke zu geben, deren allgemeine Einrichtung aber doch keinem practischen Astronomen unbekannt bleiben sollte.

Jedes an einer Schnur, welche um eine Walze gewickelt ist, hängende Gewicht wird, indem es durch seine Schwere herabsinkt, diese Walze um ihre Axe drehen. Ein an dieser Walze befestigter Zeiger, der sich so zugleich mit der Walze dreht, wird auf einem Zifferblatte die Anzahl der Umläufe der Walze und der Theile dieser Umläufe anzeigen. Allein eine solche Vorrichtung wird zu dem Zeitmaße, welches wir suchen, unbrauchbar seyn. Denn da jenes Gewicht (nach I. S. 219) in der ersten Secunde durch 15, in der zweyten durch 4mahl 15, in der dritten durch 9 × 15 Fuß... kurz, da es nicht mit gleichförmiger, sondern mit beschleunigter Bewegung fällt, so wird auch die Walze sowohl, als ihr Zeiger auf dem Zifferblatte sich nicht gleichförmig, sondern allmählig immer schneller bewegen, und daher diese Maschine zu einem Zeitmaße völlig unbrauchbar seyn, weil ihr die oben erwähnte wesentliche Bedingung, die genaue Gleichförmigkeit ihrer Bewegung fehlt.

Es müßte also mit der Walze, die durch das Gewicht bewegt wird, noch eine andere Einrichtung verbunden werden, welche das herabsinkende Gewicht zwingt, gleichförmig zu sinken.

Es ist bekannt, daß Körper auf der Oberfläche unserer Erde, obschon sie immer schneller fallen, je länger sie fallen, doch in jedem ersten Augenblicke nach der Ruhe alle durch denselben Raum, z. B. in der ersten Secunde durch 15 Fuß fallen, wenn ihre Bewegung von keinen Hindernissen aufgehalten wird. Obschon also jenes Gewicht in seiner ungehinderten Bewegung in jeder folgenden Secunde immer schneller fällt, so würde es doch, wenn es in jedem Augenblicke durch einen Widerstand in Ruhe gebracht würde, in

jeder Secunde durch denselben Raum fallen, weil so jede Secunde gleichsam wieder die erste nach der Ruhe ist. Der Körper aber, welcher dieses Aufhalten der Walze am Ende einer jeden Secunde hervorbringen, und es immer gleich darauf wieder los lassen soll, muß offenbar selbst wieder eine, und zwar eine von dem Gewichte der eigentlich treibenden Kraft der Uhr, unabhängige Bewegung haben, und diese neue Bewegung muß überdieß, da sie den gleichförmigen Gang der Uhr hervorbringen soll, selbst gleichförmig seyn. — Die einzige gleichförmige Bewegung der Natur aber, die wir außer der Astronomie kennen, ist die des Pendels, eines an einem Faden oder einer Stange hängenden Gewichtes, welches sich um den oberen befestigten Punkt dieser Stange frey drehen kann. Es ist bereits aus dem Vorhergehenden (I. S. 113) bekannt, daß, wenn man ein Pendel aus seiner senkrechten Lage entfernt, und dann frey läßt, es zu beyden Seiten dieser senkrechten Lage Schwingungen macht, die ohne dem Widerstande der Luft und ohne der Reibung an dem Aufhängungspunkte immer dauern würden; daß ferner diese Schwingungen für große Bogen desto längere Zeit dauern, je größer der Bogen ist, durch welchen das Gewicht geht; daß aber auch dieselben Schwingungen, so lange sie nur sehr klein sind, selbst wenn sie allmählig durch jenen Widerstand noch kleiner werden, doch immer sehr nahe gleichzeitig, oder von gleicher Dauer sind; und endlich, daß die absolute Dauer jeder Schwingung allein von der Länge des Pendels abhängt, und mit dieser Länge abnimmt.

Diese wichtigen Entdeckungen, welche wir dem berühmten Galiläi verdanken, und die von Huyghens weiter ausgebildet wurden, veranlaßten den letzteren, ein solches Pendel mit dem oben erwähnten Gewichte an einer Walze durch ein eigenes Räderwerk in Verbindung zu bringen, und dadurch

im Jahre 1657 die erste Pendeluhr zu verfertigen, deren Einrichtung im Allgemeinen bey diesen Instrumenten noch jetzt beybehalten wird, und von welcher wir nun nach einem trefflichen Aufsatze von F. T. Schubert über diesen Gegenstand hier eine kurze Erklärung geben wollen.

Nach dem Vorhergehenden besteht also jede Uhr aus zwey von einander unabhängigen, durch verschiedene Kräfte hervorgebrachten Bewegungen, die aber mit einander zu einem Ganzen verbunden werden müssen. Die erste ist die unveränderliche, die ganze Maschine bewegende Triebkraft, oder das Gewicht; die zweyte aber ist die jene erste moderirende Kraft, der Regulator, oder das eigentliche Pendel der Uhr, und die Verbindung beyder geschieht durch die Hemmung und das Räderwerk.

Um die Sache einfacher zu machen, wollen wir zuerst das Räderwerk ganz entfernen, und bloß Gewicht und Pendel auf irgend eine Art in unmittelbare Berührung setzen, so daß man also zwey von derselben Kraft der Schwere, aber auf verschiedene Art in Bewegung gesetzte Körper hat, die gegenseitig auf einander wirken. Nimmt man von dieser Maschine das Gewicht, oder die das Ganze treibende Kraft ab, so wird das Pendel zwar noch einige Zeit schwingen, aber durch Reibung und Widerstand der Luft doch bald zur Ruhe kommen. Hängt man aber das Pendel, oder die das Ganze moderirende Kraft aus, so wird das Gewicht mit beschleunigter Bewegung herabstürzen, und die Uhr ebenfalls nur zu bald zur Ruhe gelangen. Daraus folgt also, daß die Fortdauer der Schwingungen durch den Druck des Gewichtes, und daß das langsame und gleichförmige Sinken des Gewichtes durch das Pendel bewirkt wird, oder daß das Pendel von dem Gewichte angetrieben, und zugleich das Gewicht von dem Pendel im Zaume gehalten wird.

Welches ist aber das Mittel, durch welches die Bewe-

gung des Gewichtes dem Pendel und umgekehrt mitgetheilt wird?

Man nennt es die Hemmung, echappement, und unter den verschiedenen Arten derselben ist der sogenannte englische Haken eine der einfachsten, den wir daher hier beschreiben wollen.

Durch die beyden messingenen Wände, welche das Uhrwerk einschließen, geht eine dünne Stange von Stahl, an deren einem Ende hinter jenen beyden Wänden das Pendel aufgehängt, und an welcher zugleich zwischen diesen Wänden ein senkrecht stehender gekrümmter Bogen befestigt ist, der sich in zwey Haken endiget, die in die Zähne eines ebenfalls senkrechten Rades, des Steigrades, eingreifen, um dessen walzenförmige verlängerte Axe die Schnur gewunden werden kann, welche das Gewicht trägt. Wenn nun das Pendel auf der rechten Seite seine bestimmte Höhe erreicht, greift der dadurch niedergebogene linke Haken in das von dem Gewichte umgetriebene Steigrad, hält einen Zahn, folglich auch das Gewicht einen Augenblick auf, und erhält zugleich durch den Gegendruck des Gewichtes einen neuen Impuls. Wenn aber gleich darauf das Pendel seiner Natur nach zurückkehrt, hebt sich der linke Haken; der früher von ihm ergriffene Zahn wird frey, und das dadurch ebenfalls freye Rad dreht sich, aber nicht um einen ganzen Zahn, weil, während das Pendel links geht, der herabsinkende rechte Arm des Hakens seinem gegenüber stehenden Zahne des Rades auf halbem Wege begegnet, und ihn ebenfalls aufhält. Nachdem nun das Pendel zwey volle Schwingungen vollendet, und wieder wie im Anfange seine größte Höhe rechts erreicht hat, greift der linke Arm des Hakens in den zweyten Zahn, so daß also das Pendel zweymahl so viel ganze Schwingungen macht, als das Steigrad Zähne hat.

Die Gestalt und Krümmung des Hakens ist so beschaf-

sen, daß, indem er den Zahn aufhält, und sich mit dem Pendel dreht, er den Zahn zugleich etwas zurück schiebt, um seine Schwingung zu vollenden, oder so, daß er genau über oder unter ihm wegschleift, und ihn aufhält, ohne ihn zu bewegen. Jene heißt die rückfallende Hemmung (echappement à recul), und ist jetzt nicht mehr im Gebrauch, seit sie von dieser, der ruhenden Hemmung (à repos), durch den Erfinder des letzteren, durch Graham, verdrängt worden ist. Indessen haben beyde Hemmungen den Nachtheil, daß sie einer starken Reibung unterworfen sind, und daß die beständige gegenseitige Einwirkung den freyen Schwung des Pendels stört, woraus bey der geringsten Unvollkommenheit oder Unordnung der Uhr eine ungleichförmige Bewegung desselben entstehen muß.

Obschon aber dem Pendel seine verlorne Bewegung nur durch die Kraft des Gewichtes, also mittelst des Steigrades oder der Hemmung wieder gegeben werden kann, und obschon auch von der anderen Seite das Steigrad nur durch das Pendel gezwungen werden kann, nach jeder doppelten Schwingung um einen Zahn fortzurücken, oder das Gewicht immer in derselben Größe fallen zu lassen, so sollte doch dieses gegenseitige Helfen und Aufhalten so eingerichtet werden, daß beyde Kräfte nicht länger und nicht stärker auf einander wirken, als jene beyden Zwecke nothwendig erfordern, und diesen Zweck hat man in der jetzt allgemein angenommenen freyen Hemmung (echappement libre), durch eine eigene Sperrung des Steigrades zu erreichen gesucht, welche dieses Rad in seiner Bewegung aufhält, bis diese Sperrung von dem Pendel am Ende jeder Schwingung aufgehoben, aber auch gleich darauf wieder in seine Rechte eingesetzt wird, so daß durch diese freye Hemmung jene beyden Zwecke durch zwey verschiedene Berührungen des Pendels mit dem Steigrade erreicht werden, deren nähere Erklärung

man übrigens besser in den Werkstätten der Uhrmacher finden wird.

Wir wollen nun auch das Räderwerk näher betrachten, durch welches das Pendel und das Gewicht mittelst der Hemmung wechselweise auf einander wirken. —

Jedes Räderwerk unserer Maschinen besteht aus mehreren Rädern, deren jedes auf seiner Axe ein Getriebe hat, so daß, wenn die Maschine wirkt, jedes Rad sich eben so schnell dreht, als sein Getriebe. Beyde sind gezähnt, aber die Anzahl der Zähne des Rades ist größer als die seines Getriebes, und da die Zähne eines jeden Rades in die Zähne des Getriebes des nächstfolgenden Rades eingreifen, so wird dieses zweyte Getriebe, also auch das mit ihm verbundene zweyte Rad sich schneller bewegen als das erste Rad, und zwar so vielmahl schneller, so vielmahl die Anzahl Zähne des zweyten Getriebes in der Anzahl Zähne des ersten Rades enthalten ist. Hat also das erste Rad, welches kein Getriebe hat, A Zähne, und hat das Getriebe des zweyten Rades b Zähne, so wird das zweyte Rad $\frac{A}{b}$mahl sich um sich selbst drehen, während sich das erste nur einmahl um sich selbst dreht. Nehmen wir ferner an, daß dieses zweyte Rad B Zähne hat, und in das Getriebe von c Zähnen eines dritten Rades eingreift, so wird eben so dieses dritte Rad sich $\frac{B}{c}$mahl drehen, während das zweyte sich nur einmahl dreht, und da nach dem Vorhergehenden das zweyte sich $\frac{A}{b}$mahl schneller als das erste dreht, so wird sich das dritte Rad $\frac{A.B}{b.c}$ mahl drehen, während sich das erste nur einmahl dreht. Hat eben so das dritte Rad C Zähne, und greift in das Getriebe eines vierten Rades von d Zähnen ein, so wird dieses vierte Rad sich

$\frac{C}{d}$ mahl schneller als das dritte, also $\frac{B.C}{c.d}$ mahl schneller als das zweyte, also auch $\frac{A.B.C}{b.c.d}$ mahl schneller als das erste Rad drehen, u. s. w. Man sieht so, daß man durch sehr mannigfaltige Verbindungen der Anzahl der Räder sowohl, als der Anzahl der Zähne dieser Räder und der ihrer Getriebe, nach Willkühr irgend eine gegebene Geschwindigkeit des letzten Rades erhalten kann.

Soll z. B. das vierte Rad sich tausendmahl schneller drehen als das erste, so hat man $\frac{A.B.C}{b.c.d} = 1000$, und dieser Gleichung läßt sich auf unzählige Arten Genüge thun; so hat man $\frac{30.60.120}{4.6.9} = 1000$, so daß also die drey ersten Räder in irgend einer willkührlichen Ordnung 30, 60 und 120, und die Getriebe der drey letzten Räder wieder in willkührlicher Ordnung 4, 6 und 9 Zähne haben sollen; eben so hat man auch $\frac{20.40.150}{3.5.8} = 1000$, und $\frac{30.50.80}{4.5.6} = 1000$ u. s. w. Eben so kann man auch die Geschwindigkeit des ersten vermindern, wenn man nicht, wie zuvor, das erste Rad, welches dort kein Getriebe hatte, in das Getriebe des zweyten eingreifen läßt, sondern wenn man dem ersten Rade ein Getriebe gibt, und dieses Getriebe in die Zähne des zweyten Rades eingreifen läßt. Hat z. B. das erste Rad A und sein Getriebe a Zähne; das zweyte Rad B und sein Getriebe b, das dritte Rad C und sein Getriebe c Zähne u. s. f., so wird das zweyte Rad $\frac{A}{a}$ mahl langsamer gehen als das erste, das dritte $\frac{B}{b}$ mahl langsa-

mer als das zweyte, also $\frac{A.B}{a.b}$ mahl langsamer als das erste; das vierte $\frac{C}{c}$ mahl langsamer als das dritte, und $\frac{B.C}{b.c}$ mahl langsamer als das zweyte, und $\frac{A.B.C}{a.b.c}$ mahl langsamer als das erste u. s. f. — Jenes ist der Fall bey unseren Mühlen und allen den Maschinen, wo man eine gegebene Geschwindigkeit vermehren will. Bey den Uhren aber, wo es darauf ankömmt, die Stärke der bewegenden Kraft des Gewichtes und ihre Geschwindigkeit zu mäßigen, tritt der zweyte Fall ein.

Um das Gesagte auf die Uhren anzuwenden, wollen wir uns aus dem Vorhergehenden erinnern, daß das Pendel zweymahl so viele ganze Schwingungen machen soll, als das Steigrad Zähne hat. Soll daher eine jede Schwingung des Pendels eine Secunde dauern, so muß man dem Steigrade 30 Zähne geben, dessen Axe durch das Zifferblatt durchführen, und darauf einen Zeiger befestigen, der sich in dem Mittelpunkte eines auf dem Zifferblatte beschriebenen und in 60 Theile getheilten Kreises bewegt. Da nähmlich während 60 Schwingungen des Pendels, d. h. während 60 Secunden dieses Rad, und also auch sein Zeiger sich in seinem Kreise einmahl umdreht, so gibt jede Abtheilung dieses Kreises oder jeder Sprung dieses Zeigers eine Secunde, und so hat man also, bloß durch ein Rad, eine Secundenuhr. Allein eine solche Uhr würde den Nachtheil haben, sehr schnell abzulaufen; man müßte sie daher sehr oft aufziehen, und man müßte überdieß noch immer bey ihr stehen, um die Anzahl der bereits verflossenen Minuten aufzuzeichnen. Dieses zu vermeiden und durch eine längere Zeit gehende Uhr nicht nur die Secunden, sondern auch die Minuten und Stunden zu erhalten, dient das übrige Räderwerk, welches wir nun näher betrachten wollen.

In Fig. 7 ist ein solches Räderwerk abgebildet. Die folgende Tabelle gibt die Nahmen und die Anzahl der Zähne eines jeden Rades und seines Getriebes.

Räder		Zähne	Getriebe	Zähne.
Steigrad	A	30	a	10
Mittelrad	B	80	b	12
Minutenrad	C	90	c	12
Minutenwelle	=	=	h	12
Wechselrad	D	36	d	12
Stundenrad	E	48	=	=
Walzenrad	F	144	f	10
Zweytes Walzenrad	G	100	=	=

Die Räder D und E ausgenommen, sind alle anderen auf Axen, wie K, L... zwischen zwey starken Metallplatten befestigt; jene zwey, welche das Zeigerwerk enthalten, sind durch ihre Axen zwischen der vordern dieser zwey Platten und der ihr parallelen Platte MS befestigt, auf welcher letzteren das Zifferblatt liegt. Die horizontal aufliegende Platte MN trägt an einem Ende das Pendel NP, und in der Mitte T einen halben Kreisbogen, die Hemmung, den Haken oder den Anker, dessen zwey Endpunkte bey den Schwingungen des Pendels wechselweise sich erheben und senken, und dadurch in die Zähne des Steigrades A eingreifen; bey Q geht durch die hintere Platte, die um Q bewegliche Gabel QRr, deren unterer Arm Rr durch eine Oeffnung in die Pendelstange geht, und deren oberes Ende bey T an die Ankerwelle geschraubt ist. Durch diese Gabel wird die Kraft, welche die Lippen des Ankers von dem abwärts ziehenden Gewichte erhalten, dem Pendel mitgetheilt.

Da das Steigrad A 30 Zähne hat, und jeder Zahn zwey Schwingungen, d. h. zwey Secunden gibt, so geht A in einer Minute um seinen Mittelpunkt, daher auch dieses Rad den Secundenzeiger trägt. Das Mittelrad B geht in

$\frac{80}{10} = 8$ Minuten um, und das Minutenrad C in $\frac{90}{12} . 8 = 60$ Minuten oder in einer Stunde, daher es auch den Minutenzeiger trägt. So wie dieses Rad C, so geht auch sein Getriebe c und die Minutenwelle h in einer Stunde um, da alle drey auf derselben Axe befestiget sind. Das Wechselrad D aber geht in $\frac{36}{12} = 3$ Stunden, und das Stundenrad E in $\frac{48}{12} . 3 = 12$ Stunden um, daher dieses letzte Rad auch den Stundenzeiger führt, der mittelst einer Röhre auf derselben Axe V mit dem Minutenzeiger befestiget ist, so daß beyde Zeiger concentrisch laufen.

Noch ist der Zusammenhang zwischen dem Steigrade und der bewegenden Kraft des Gewichtes zu erklären. Die Schnur dieses Gewichtes wird um die Welle K gewunden, an welcher das Walzenrad F mit einer willkührlichen Anzahl Zähne befestiget ist, welche Zähne in das Getriebe c des Minutenrades C eingreifen. Damit das Gewicht nicht schon in wenig Tagen zu tief sinkt, was unbequem wäre, da man der Uhr eine zu große Höhe über dem Boden geben oder sie zu oft aufziehen müßte; so kann man z. B. dem Walzenrade F 144 Zähne, und der Walze K, um welche sich die Schnur windet, eine Dicke von drey Zoll im Umfange geben. Da nach dem Vorhergehenden das Minutenrad C und sein Getriebe c in einer Stunde umgeht, so wird das Walzenrad F erst in $\frac{144}{12} = 12$ Stunden, also in einem Tage zweymahl umgehen, oder das Gewicht wird jeden Tag um 6 Zolle fallen. Hat also die Walze K 16 Umgänge für die Schnur, so geht die Uhr acht Tage, ohne aufgezogen zu werden.

Soll sie noch länger, z. B. zwey Monathe gehen, so muß man noch das zweyte Walzenrad G hinzufügen, welches in das Getriebe f des ersten Walzenrades eingreift, und dann die Schnur um die zweyte Walze L winden. Gibt man z. B. dem Getriebe f 10, und dem Rade G 100 Zähne, so wird, da f in 12 Stunden umgeht, G erst in $12 . \frac{100}{10} = 120$

Stunden, oder in 5 Tagen umgehen, und wenn daher die zweyte Walze L wieder einen Umfang von 3 Zoll und 12 Windungen für die Schnur hat, so wird das Gewicht erst in 5 Tagen um drey Zoll fallen, und die Uhr 60 Tage ohne Aufziehen gehen.

Bey der Art der Aufhängung des Pendels bey N muß alle Reibung so viel möglich vermieden werden. Berthoud, einer der berühmtesten Uhrmacher in Frankreich, ließ daher die Pendelstange oben auf einer Messerschärfe von gehärtetem Stahle in einer Pfanne von hartem Steine ruhen, so daß, während das Pendel schwingt, dieses Messer auf seiner Schärfe in der Pfanne balancirt, ohne sich zu reiben. Da aber die Erfahrung zeigte, daß dieses Messer sich durch den Gebrauch zu früh abstumpfte, so läßt man jetzt die Pendelstange in eine dünne Stahlfeder x endigen, deren oberes Ende in einen Falz eingeklemmt ist, so daß die Feder durch ihre Elasticität, ohne sich zu reiben, sich hin und her biegt, während das Pendel schwingt. An dem unteren Ende P der Pendelstange ist ein schwerer Körper angebracht, der die Form einer Linse hat, um den Widerstand der Luft, in welcher sich das Pendel bewegt, leichter zu überwinden. Unter dieser Linse ist eine Nuß an die Pendelstange geschraubt, auf welcher die Linse ruht. Geht die Uhr zu langsam, so schraubt man die Nuß weiter hinauf, wodurch auch die Linse höher kömmt, und das Pendel schneller schwingt.

Wenn die Uhr ihren Zweck, die Zeit zu messen, erreichen soll, so müssen alle Schwingungen des Pendels von gleicher Dauer, also, da diese Dauer von der Länge des Pendels abhängt, die Länge des Pendels unveränderlich seyn. Allein die Wärme dehnt bekanntlich alle Körper, und besonders die Metalle aus, so wie die Kälte sie zusammenzieht. Jede Aenderung der Temperatur wird also die Länge der Pendelstange, und dadurch die Geschwindigkeit ihrer Schwin-

gung, also auch den Gang der Uhr ändern. Man hat bemerkt, daß für eine Aenderung der Temperatur von 5° Reaumur bey einer messingenen Pendelstange der tägliche Gang der Uhr um 5″,5, bey einer stählernen Stange um 3″,6, und bey einer gläsernen um 1″3 sich ändert, woraus folgt, daß alle Uhren im Winter geschwinder gehen als im Sommer, und daß eine Pendelstange von Stahl bey einer Wärme von 15° in einem Tage um 22″ langsamer geht, als bey einer Kälte von 15°*). Man hat verschiedene Mittel, diesen Hindernissen aller Uhren entgegen zu arbeiten, aber wohl keines, es völlig zu entfernen. Schon Muschenbröck hatte bemerkt, daß trockenes Tannenholz in der Richtung seiner Fibern durch die Temperatur seine Länge viel weniger als alle Metalle ändert, daher man die Pendelstangen von diesem Holze machte, nachdem man sie zuerst durch vorhergehendes langsames Austrocknen in der freyen Luft oder durch ein schnelleres im Ofen von aller inneren Feuchtigkeit befreyt, und überdieß die Stange mit Firniß und Goldblättchen belegt hatte. Da aber dieses Holz sich doch, obgleich wenig, durch die Wärme ausdehnt, so sieht man, daß dadurch die Schwierigkeit mehr umgangen als besiegt

---

*) Ist g die Kraft der Schwere, oder g = 2(15.625) Par. Fuß = 375 Zolle, und $\pi = 3.14159$; L die Länge des einfachen Pendels in Zollen ausgedrückt, welches seine Schwingungen in T Secunden macht, so ist (nach I. S. 113) $L = \frac{g}{\pi^2} . T^2$, oder $L = 37.996\ T^2$. Wird daher die Länge des Pendels um eine Linie geändert, so ist dL $= \frac{1}{12}$, und die daraus folgende Aenderung der Schwingungszeit bey einem Secundenpendel dT = 0″.0011, oder wenn das Pendel um eine Linie länger wird, so geht die Uhr in einem Tage um 24.60.60 dT = 95 Secunden zu langsam.

wird. Der berühmte Mechaniker und Uhrmacher Georg Graham erfand daher im Jahre 1726 das Quecksilberpendel. Seine Pendelstange bestand aus einer eisernen Röhre, die zum Theil mit Quecksilber gefüllt war. So wie die Wärme die eiserne Stange abwärts verlängerte, so nahm durch dieselbe Ursache die Länge der Quecksilbermasse und zwar aufwärts zu, so daß der Mittelpunkt der Quecksilbersäule stieg, indem der Mittelpunkt der Linse an der eisernen Stange sank. Da aber das Quecksilber eine viel größere spezifische Schwere hat, als das Eisen, und da jenes sich beynahe 17mahl stärker durch die Wärme ausdehnt, als dieses, so konnte er durch Verminderung oder Vermehrung der Masse des Quecksilbers es leicht dahin bringen, daß der Mittelpunkt der Schwere aller Massen, aus welchen das Pendel besteht, immer dieselbe Entfernung vom Aufhängungspunkte, also das Pendel immer dieselbe Länge behielt. Der noch lebende nicht weniger berühmte Mechaniker Ed. Troughton änderte diese Einrichtung dahin ab, daß er am Ende einer einfachen eisernen Stange ein cylindrisches Glas, mit Quecksilber gefüllt, anbrachte, und obschon diese Pendel später durch die sogenannten rostförmigen, von denen ich sogleich sprechen werde, verdrängt wurden, so hat man sie doch erst in unseren Tagen als die genauesten von allen wieder in Aufnahme zu bringen gesucht.

Ellicot gab seinen Pendeln zwey Stangen, eine A (Fig. 8), von Eisen, und die andere etwas kürzere B von Messing. Beyde sind an ihren oberen Enden durch eine Querstange fest mit einander verbunden; an ihren unteren Enden aber trägt die eiserne einen um C beweglichen Hebel CD, an dessen einem kürzeren Ende C die Linse E hängt. Wenn die eiserne Stange durch die Wärme sich ausdehnt, so sinkt die Linse; allein da auch die Stange

von Messing, die unten frey ist, sich noch stärker ausdehnt, so drückt sie dadurch das Ende D des längeren Hebelarmes ebenfalls abwärts, also die an der eisernen Stange gesunkene Linse wieder aufwärts, und man sieht, daß die Länge der beyden Stangen so gegen einander abgeglichen werden kann, daß die Linse durch die Stange B von Messing immer so viel gehoben wird, als sie durch die Ausdehnung der Stange A von Eisen gesunken ist. — Aber früher noch hatte John Harrison das Rostpendel erfunden, welches auf denselben Grundsätzen beruht, und aus mehreren Stäben besteht, die auf die in Fig. 9 vorgestellte Weise unter einander verbunden sind. Die ausgefüllten Stäbe ABB'A'C sind von Stahl, die leeren bcc'b' von Messing, und man sieht, daß die stählernen Stäbe sich abwärts, die messingernen aber aufwärts ausdehnen. Nimmt man an, daß bey derselben Aenderung der Temperatur die Ausdehnung des Stahls zu der des Messings sich wie 2 zu 3 verhalte, so hat man für die Ausdehnung der stählernen Stäbe:

Erstes Paar AA'	2
Zweytes Paar BB'	2
Dritter einzelner Stab in der Mitte C . . .	2
Summe der Ausdehnungen abwärts	6

und für die Ausdehnungen der Stäbe von Messing:

Erstes Paar bb'	3
Zweytes Paar cc'	3
Summe der Ausdehnungen aufwärts,	6

oder das Pendel wird durch die Stangen von Stahl eben so viel verlängert, als es durch die von Messung verkürzt wird.

Durch diese Ausdehnung der Stangen sinkt nähmlich der Querstab DD' um die Größe 2; bb' steigt um 3;

EE' sinkt um 2, und cc' steigt um 3, so daß also der Aufhängungspunkt C des eigentlichen Pendels CF mit der Linse, oder daß diese Linse selbst durch die Wirkung aller dieser Ausdehnungen um 2 gestiegen ist, während sie noch durch die Ausdehnung der mittleren Stahlstange CF selbst wieder um die Größe 2 fällt.

Nach diesen Erklärungen der Pendel- oder Gewichtuhren wird sich nun auch die Einrichtung der Federuhren leicht übersehen lassen. Die bewegende Kraft, welche dort die Schwere des Gewichtes war, ist hier die Elasticität einer dünnen und breiten Stahlfeder, welche um die unbewegliche Axe der Trommel H (Fig. 10) so aufgewunden ist, daß ihr inneres Ende an dieser Axe, ihr äußeres aber an der inneren Seite dieser Trommel befestiget ist. Neben ihr steht die Schnecke, ein kegelförmiger Körper mit schraubenartig eingeschnittenen Spiralwindungen, und an dessen unterer Basis das Schneckenrad E ist, welches durch die Kraft der Feder bewegt wird, und selbst alle übrigen Räder in Bewegung setzt. Trommel und Schnecke sind durch die Kette I verbunden, von welcher ein Ende an dem oberen Theile der Trommel, das andere aber an dem unteren Theile des Kegels befestiget ist. An der Trommel ist ein sogenanntes Sperrrad angebracht, so daß die Trommel, wenn die Uhr aufgezogen wird, sich frey nach der Richtung drehen kann, durch welche die Feder dichter um ihre Axe zusammengewunden oder gespannt wird.

Durch dieses Aufziehen bey dem Schlüsselloche O dreht man die Schnecke, wodurch sich die Kette von der Trommel, um welche sie durch das Ablaufen der Uhr sich allmählig aufgewunden hat, auf die Schnecke bis an die oberste Spitze derselben aufwindet. Wenn aber bey der jetzt aufgezogenen Uhr die Feder durch ihre Elasticität sich wieder auszudehnen, und daher die Trommel nach der entge-

gengesetzten Richtung zu drehen sich bestrebt, so kann diese Drehung der Trommel wegen des erwähnten Sperrrades nicht vor sich gehen, ohne die Schnecke und das an sie befestigte Schneckenrad E in Bewegung zu setzen, wodurch sich denn die Kette wieder allmählig von der obersten Spitze der Schnecke auf die Trommel aufwindet. Die Kraft der Feder ist offenbar gleich nach dem Aufziehen, wo sie am meisten gespannt ist, auch am stärksten, und wird immer schwächer, je mehr sie sich wieder ausdehnt. Allein da die Kette, während sie von der Schnecke abläuft, auch dem unteren dickern Ende der kegelförmigen Schnecke immer näher kommt, so wird diese Schnecke von der Kette immer an einem längeren Hebelarme oder in einer größeren Entfernung von der Axe O des Kegels gefaßt, und dadurch die durch das Auseinandergehen der Feder verlorne Kraft derselben wieder ersetzt, so daß die Wirkung der Feder immer dieselbe bleibt. Dieses Schneckenrad E greift in das Getriebe d des Minutenrades D; das Minutenrad in das Getriebe c des Mittelrades C; das Mittelrad in das Getriebe b des Kronrades B, und das Kronrad in das Getriebe a des Steig- oder Hemmrades A. Die Axe des Minutenrades geht durch die untere Uhrplatte durch, und trägt auf der anderen Seite dieser Platte noch ein Getriebe d', welches eine bloße Röhre ist, die nur durch die Reibung auf der Axe des Minutenrades fest hält, und bey m den Minutenzeiger trägt. Die Zähne dieses Getriebes d' greifen in das Wechselrad F, und die Zähne des Getriebes f des Wechselrades greifen in das Stundenrad G ein. Die Welle dieses Stundenrades ist so wie das Getriebe d' eine Röhre, aber weiter und kürzer als d', so daß das Minutenrohr d' frey und mit dem gehörigen Spielraume durch die Welle des Stundenrades geht, welche letzte Welle den Stundenzeiger trägt.

Bisher haben wir nur die bewegende Kraft der Uhr

oder die Feder und ihr Räderwerk betrachtet. Allein eine solche Uhr würde auf keinen gleichförmigen Gang Anspruch machen können, da ihr noch der dritte Theil, die regulirende Kraft fehlt, die bey den Gewichtuhren das Pendel war. Diese regulirende Kraft ist hier die Spiralfeder np, eine spiralartig gewundene haarförmige Feder, von der ein Ende an dem Gestelle oder an der Uhrplatte befestigt ist, während das andere mit der Unruhe NP verbunden ist. Diese Unruhe ist ein metallenes ungezähntes Rad, durch dessen Mittelpunkt M die Spindel ML geht. Diese Spindel hat zwey schmale Flügel oder Spindellappen m und m', die nahe unter einem rechten Winkel von einander abgebogen sind, und die wechselweise in die Zähne des Steigrades A eingreifen. Die Spiralfeder sammt der Unruhe und ihrer Spindel bildet die Hemmung (echappement) der Uhr.

Wenn eine gerade gespannte Saite durch irgend eine Ursache aus ihrer geraden Linie gebracht wird, so eilt sie bekanntlich mit beschleunigter Bewegung, ihre frühere Lage wieder einzunehmen; indem sie aber dieselbe erreicht, hat sie eine so große Geschwindigkeit, daß sie nicht unmittelbar zur Ruhe kommen kann, sondern nach der entgegengesetzten Seite sich eben so weit entfernt, und dann wieder zurückkehrt, und so ihre Schwingungen zu beyden Seiten ohne Ende fortsetzt, wenn sie nicht durch die Reibung ihrer Theile und den Widerstand der Luft gehindert wird. Diese Schwingungen der Saite bringen ihren Ton hervor, und die Höhe oder Tiefe dieses Tones hängt bekanntlich nur von der Geschwindigkeit der Schwingungen, nicht aber von der Größe der Schwingungsbogen ab, da der Erfahrung gemäß die Höhe eines Tones während seiner ganzen Dauer immer dieselbe bleibt, obschon die Schwingungen immer kleiner werden, bis sie endlich ganz aufhören. Die Geschwindigkeit der Schwingungen und daher auch die Höhe des Tones hängt bloß von der

Länge, der Dicke und der Spannung der Saite ab, und die Höhe des Tones oder die Geschwindigkeit der Schwingungen wächst, wie die Länge und Dicke der Saite abnimmt, und wie die Spannung derselben zunimmt.

Ganz dieselben Erscheinungen biethet uns auch die obenerwähnte Spiralfeder dar. Wenn man, unabhängig von allem Räderwerke, die Unruhe NP um einige Grade in ihrem Mittelpunkte dreht, wodurch die Spiralfeder, deren inneres Ende an der Unruhe befestiget ist, ebenfalls nach derselben Seite näher zusammengewunden wird, und wenn man dann die Unruhe freyläßt, so wird die Elasticität der Feder die Unruhe wieder mit beschleunigter Bewegung rückwärts, und zwar nicht blos bis zu dem vorigen Stande, sondern über ihn hinaus eben so weit auf die andere Seite führen, und diese Schwingungen zu beyden Seiten des anfänglichen Ruhepunktes werden, auch ohne Hülfe des Räderwerkes, so lange dauern, bis Reibung und Widerstand der Luft sie vernichtet. Aber diese Schwingungen werden, wie die der gespannten Saite, immer dieselbe Geschwindigkeit haben, ob sie gleich allmählig kleiner werden, und diese Geschwindigkeit wird endlich desto größer seyn, je kürzer, je dünner und je elastischer die Feder ist. Da diese dünne Spiralfeder zu schwach ist, die von der viel stärkeren Hauptfeder in der Trommel erzeugte Bewegung des Steigrades A aufzuhalten, und so zu reguliren, so wird sie mit der schwereren Unruhe verbunden, und dadurch gleichsam die M a s s e des schwingenden Körpers vermehrt, und die Kraft dieser Schwingungen selbst vergrößert. Indem aber die schwache Spiralfeder diese ihr fremde Masse auf ihren Schwingungen mit sich führen muß, so würde sie durch die Last, welche sie zu tragen hat, so wie durch Reibung und Widerstand der Luft, ihre Bewegung sehr bald verlieren, wenn ihr nicht durch die Hauptfeder mittelst der Spindellappen m m′ immer neue Kraft zugeführt würde.

So wie also das Gewicht dem Pendel die verlorne Kraft immer ersetzt, während das Pendel wieder die Bewegung des Gewichtes gleichförmig macht, eben so führt die Hauptfeder der Spirale neue Kraft zu, während die regelmäßigen Schwingungen der Spirale die Bewegung der Hauptfeder und dadurch des ganzen Räderwerkes reguliren. Dort sind beyde Kräfte, die bewegende und die regulirende, unmittelbare Wirkungen der Schwere, hier aber sind sie die Folgen einer vielleicht nicht weniger durch alle Körper der Natur verbreiteten Kraft, der Elasticität. Auch die Erfindung der Spiralfeder, so wie die des Pendels, verdankt man Huyghens, obschon die erste einige Jahre früher von dem Engländer Hook bekannt gemacht zu seyn scheint.

Man sieht aus allem Vorhergehenden, daß zu einem guten Gange der Uhr, nebst der vollkommenen Ausarbeitung aller ihrer Theile, vorzüglich das gehörige Verhältniß der Hauptfeder zur Spirale und Unruhe gehört, um der letzten nicht mehr und nicht weniger Bewegung mitzutheilen, als sie verloren hat. Da im Allgemeinen die Schwingungen der Spirale desto länger dauern, oder da die Uhr desto langsamen gehen wird, je länger die Spirale ist, so muß man ein Mittel haben, die Länge dieser Spirale nach Bedürfniß zu ändern.

Dazu dient die Richtscheibe, ein Rad, welches unter dem Umfange der Unruhe in einen gezähnten Bogen eingreift, der auf einem Arme zwey Stifte trägt, zwischen welchen die Spirale eingeklemmt ist. Wenn man mit dem Uhrschlüssel die Richtscheibe dreht, so werden jene zwey Stifte vor- oder rückwärts geschoben, und dadurch die Spirale verkürzt oder verlängert, da ihre eigentliche Länge nicht von ihrem an das Gehäuse fest genieteten Ende, sondern offenbar von diesen beyden Stiften gerechnet werden muß, indem der Theil der Spirale, welcher hinter den Stiften ist, nicht mitschwingt.

Die folgende Tafel gibt die Anzahl der Zähne, der Räder, und ihre Getriebe (Fig. 10)

Räder.			Getriebe.	
Steigrad	A	15	a	6
Kronrad	B	48	b	6
Mittelrad	C	48	c	6
Minutenrad	D	54	d	12
	•	•	d'	12
Schneckenrad	E	48	•	•
Wechselrad	F	48	f	16
Stundenrad	G	48	•	•

Nimmt man an, daß die Unruhe in 5 Secunden 24 Schwingungen, also in einer Stunde 17280 Schwingungen macht, so wird das Steigrad A, da die Bewegung eines jeden der beyden Spindellappen einen Zahn desselben treibt, und da das Steigrad 15 Zähne hat, in einer Stunde $\frac{17280}{30}$ oder 576mahl umgehen; das Kronrad B aber geht in einer Stunde $\frac{6}{48}$ (576) = 72mahl um; das Mittelrad C.. $\frac{6}{48}$ (72) = 9mahl, das Minutenrad D... $\frac{6}{54}$. 9 oder einmahl, und das Schneckenrad E endlich nur $\frac{1}{4}$mahl, also erst in 4 Stunden einmahl um. Da ferner das untere Getriebe d' des Minutenrades, so wie das Minutenrad selbst in einer Stunde einmahl umgeht, so geht das Wechselrad F erst im $\frac{48}{12} = 4$ Stunden, und endlich das Stundenrad G in $\frac{48}{16} . 4 = 12$ Stunden einmahl um, daher auch D den Minutenzeiger, und G den Stundenzeiger trägt. Da endlich das Schneckenrad E, wie wir gesehen haben, in 4 Stunden einmahl umgeht, so wird die Uhr so vielmahl 4 Stunden ohne Aufzug gehen, als die Schnecke K Umgänge hat. Hat z. B. die Schnecke sieben Umgänge, so geht die Uhr 28 Stunden.

Noch ist die Erklärung der Compensation der Federuhren übrig, da die Abwechslung der Temperatur

auf ihren Gang, so wie auf den der Pendeluhren ihren Einfluß äußern muß. Der Mühe und der großen Kosten wegen wird aber diese Compensation nicht bey den gewöhnlichen Taschenuhren, sondern nur bey den viel vollkommnern Uhren angebracht, welche zu astronomischen Gebrauche bestimmt sind, und welche man Chronometer (Timekeepers) nennt.

Da die Spiralfeder als der eigentliche Regulator der Uhr, wenn sie durch die Temperatur ihre Länge ändert, den vorzüglichsten Einfluß auf den Gang der Uhr äußert, so waren die ersten Compensationen von Harrison und Berthoud so eingerichtet, daß die Spiralfeder selbst auf eine der Temperatur entgegengesetzte Art verkürzt oder verlängert wurde. Allein der gleichförmige Gang des Chronometers erfordert ein bestimmtes und unabänderliches Verhältniß zwischen den beyden Federn, welches daher nicht gestört werden darf. Ueberdieß hatte der berühmte Uhrmacher le Roy die wichtige Entdeckung gemacht, daß es bey jeder Spiralfeder nur eine gewisse Länge gibt, bey welcher alle ihre Schwingungen, große und kleine, von gleicher Dauer sind. Hat man also einmahl diese Länge gefunden, so darf man sie nicht mehr ändern, weil sonst, wenn die Kraft der Hauptfeder durch die Zeit, durch das Verdicken des Oehls u. s. f. abnimmt, die Schwingungen der Spirale in kleineren Bogen und mit einer kleinern Geschwindigkeit vor sich gehen würden. Man hat daher später diese Compensation durch eine Aenderung der Größe der Unruhe zu erreichen gesucht.

Diese Unruhe besteht nicht mehr, wie bey den gewöhnlichen Taschenuhren aus einem ganzen Ringe, der von einem feinen Arme oder Durchmesser in seinem Mittelpunkte bey M getragen wird, sondern aus zwey getrennten Bogen jenes Ringes, deren ein Ende an jenem Durchmesser befestigt ist, während das andere Ende, welches zugleich eine

kleine Masse von Gold trägt, frey schwebt. Der Bogen selbst ist doppelt, der innere von Stahl und der äußere von Messing, die beyde ihrer ganzen Länge nach zusammengelöthet sind. Bey zunehmender Wärme dehnen sich beyde Bogen aus, aber der äußere von Messing mehr als der innere von Stahl, und da nun beyde vereinigt und an einem Ende befestigt sind, so kann sich die größere Ausdehnung des äußern Bogens nur dadurch äußern, daß der ganze doppelte Bogen mehr gekrümmt, und dadurch das freyschwebende Ende desselben mit seinem Goldgewichte dem Mittelpunkte der Unruhe näher gebracht wird. Bey zunehmender Wärme, wo die Spirale sich ausdehnen, und daher langsamer schwingen würde, wird also die Unruhe durch jene Zusammenziehung des Bogens gleichsam kürzer, die Entfernung des Goldgewichtes von dem Mittelpunkte kleiner, und dadurch die Schwingungen wieder schneller. Die Kälte im Gegentheile verkürzt die Spirale, und macht ihre Schwingungen schneller, während zugleich der doppelte Bogen der Compensation durch die Kälte zusammengezogen wird, und zwar der äußere von Messing mehr, als der innere, wodurch der Bogen selbst mehr ausgedehnt, mehr einer geraden Linie nahe gebracht, und zugleich das Goldgewicht weiter von dem Mittelpunkte entfernt, und eben dadurch die Schwingung der Unruhe wieder langsamer gemacht wird. Um endlich dem Chronometer, ohne Beziehung auf den Wechsel der Temperatur, einen schnelleren oder langsameren Gang zu geben, hat man, da die Länge der Spiralfeder, wie gesagt, nicht geändert werden darf, an den festen Enden jener beyden Bogen der Unruhe noch ein anderes Gewicht von Gold angebracht, welches sich durch eine Schraube in der Richtung des Durchmessers der Unruhe bewegen, also von dem Mittelpunkte derselben entfernen läßt, wodurch die Unruhe selbst gleichsam verlängert, und der Gang der Uhr langsamer gemacht wird.

Zweytes Capitel.

Fernröhre.

Reflexion des Lichtes.

Wenn ein Lichtstrahl von einem Körper zurückgeworfen oder reflectirt wird, so geschieht diese Reflexion nach demselben Gesetze, nach welchem jeder elastische Körper von einem anderen zurückgeworfen wird. Denkt man sich eine Linie durch den Punkt, in welchem der Strahl der Körper trifft, senkrecht auf die Oberfläche des Körpers, so liegt der reflectirte Strahl in der Ebene, welche durch den einfallenden Strahl und jenes Loth geht, und bildet mit diesem Lothe auf der entgegengesetzten Seite desselben, denselben Winkel, welchen der einfallende Strahl mit dem Lothe bildet. Man nennt diesen den Einfalls-, und jenen den Reflexionswinkel. Daraus folgt sofort, daß der senkrecht einfallende Strahl wieder in sich selbst zurückfällt, und daß bey ebenen Spiegeln die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte auf den Spiegel fallen, so reflectirt werden, als kämen sie alle von einem Punkte, welcher in der durch den leuchtenden Punkt auf den Spiegel senkrecht gezogenen Linie so weit hinter dem Spiegel ist, als der leuchtende Punkt selbst vor dem Spiegel steht, wie man sich leicht durch eine einfache Zeichnung überzeugen kann, wenn man für jeden einfallenden Strahl nach dem obigen Gesetze den Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel macht. Da sich sonach alle Strahlen eines leuchtenden Punktes wieder in einem Punkte vereinigen, so wird der zweyte Punkt als das Bild des ersten betrachtet werden können, und da dasselbe von allen Punkten eines leuchtenden Körpers gilt, so wird auch ein Auge, welches die Lage hat, daß es die von dem Spiegel zurückgeworfenen

Strahlen des Körpers empfangen kann, das Bild des ganzen Körpers hinter dem Planspiegel erblicken.

Die Fig. 11 zeigt diese Erscheinungen, ohne einer Erklärung zu bedürfen. PR ist der Gegenstand, ABab der ebene Spiegel, pr das Bild; Pa, Rb die auffallenden, und aO, bO die in das Auge O reflectirten Strahlen. Die Lothe Pp, Qq, Rr auf den Spiegel werden in A, C, B halbirt, und die Winkel PaA, OaD, so wie die Winkel RbA, ObD... sind einander gleich. Ist nähmlich die Oberfläche AD, wie die eines Spiegels, sehr glatt, so werden alle auf ihn fallende Strahlen in derselben Ordnung wieder reflectirt, ohne sich zu verwirren, und bringen daher ein Bild des leuchtenden Körpers in das Auge, welches dem Bilde des Körpers, das wir ohne Spiegel sehen, ähnlich ist, nur etwas schwächer, weil nicht alles Licht von dem Spiegel reflectirt wird, sondern ein Theil davon in den Körper des Spiegels eindringt, und weil auch unsere besten Spiegel nie ganz glatt sind, sondern noch immer einige Unebenheiten enthalten, welche ein verworrenes Licht hervorbringen, und uns dadurch den Spiegel selbst sichtbar machen, da im Gegentheile ein vollkommen glatter Spiegel, der alles Licht reflectirt, völlig unsichtbar seyn würde. Bey nicht polirten, rauhen Körpern wird das Licht, weil es auf die mannigfaltigen Erhöhungen und Vertiefungen des Körpers, die als eben so viele kleine Spiegel zu betrachten sind, unter allen möglichen Winkeln auffällt, auch unter eben so vielen Winkeln zurückgeworfen; die reflectirten Strahlen, auch von demselben leuchtenden Punkte, durchkreuzen sich nach allen Richtungen, und können daher kein deutliches Bild von diesem Punkte mehr geben, sondern nur ein verworrenes Licht, eine bloße Erleuchtung, die wohl die rauheren, dunklen, reflectirten Körper, aber nicht die Quelle seiner Erleuchtung, den leuchtenden Punkt selbst sichtbar macht.

Von den gekrümmten Spiegeln wollen wir hier nur diejenigen als die nützlichsten betrachten, welche Stücke einer Kugelschale sind, die auf ihrer inneren oder äußeren Seite polirt ist.

Die Linie durch die Mitte des Kugelstückes und durch den Mittelpunkt der Kugel heißt die Axe des Spiegels. Wendet man die Axe eines sphärischen Hohlspiegels gegen die Sonne, so vereinigen sich alle Strahlen nach der Reflexion in einem Punkte der Axe, der eben so weit von der Mitte des Spiegels, als von dem Mittelpunkte der Kugel entfernt ist, und der wegen der Hitze der dort vereinigten Strahlen, der Brennpunkt des Spiegels heißt. Alle mit der Axe parallel auffallende Strahlen werden also nach dem Brennpunkte reflectirt, und alle auf die Mitte des Spiegels auffallenden Strahlen bilden, dem oben gegebenen allgemeinen Gesetze gemäß, nach der Reflexion mit der Axe denselben Winkel, welchen sie vor der Reflexion mit ihr gebildet haben, weil die Axe ebenfalls durch den Mittelpunkt des Spiegels geht, und in diesem Punkte auf der Spiegelfläche senkrecht steht.

Diese zwey Bemerkungen reichen hin, für jede Lage eines gegebenen Gegenstandes das Bild desselben durch eine Zeichnung sowohl für hohle, als für erhabene sphärische Spiegel zu entwerfen, weil die letzten ebenfalls als Hohlspiegel mit einer negativen Brennweite betrachtet werden können.

Sey PQ Fig. 12 ein concaver, und PQ' Fig. 13 ein convexer Spiegel, C der Mittelpunkt der Kugel, P der Mittelpunkt des Spiegels, also CP die Axe, also auch, wenn $PF = FC$ ist, F der Brennpunkt des Spiegels. Ist $AB = A$ der auf der Axe in der Entfernung $AP = a$ senkrecht stehende Gegenstand, so wird das Bild des untersten Punktes A irgendwo in einen Punkt a der Axe fallen, weil nach dem

Vorhergehenden der auf den Spiegel senkrecht auffallende Strahl AP in sich selbst reflectirt wird. Um das Bild des höchsten Punktes B zu finden, ziehe man durch B erstens den Strahl BQ parallel mit der Axe, und zweytens den Strahl BP durch die Mitte des Spiegels, so wird der erste so reflectirt, daß er selbst Fig. 12, oder seine Verlängerung rückwärts Fig. 13 durch den Brennpunkt geht, und der zweyte so, daß er mit der Axe des Spiegels denselben Winkel, wie vor der Reflexion bildet; oder die beyden reflectirten Strahlen sind Qb und Pb, also ist ihr Vereinigungspunkt b das gesuchte Bild des Punktes B, und wenn man von b ein Loth ba auf die Axe fällt, so ist ba das Bild des Gegenstandes in der Entfernung Pa = b.

Wenn man dieselbe Zeichnung für verschiedene Entfernungen entwirft, so findet man leicht folgende allgemeine Sätze, wo immer A und B die Größe des Gegenstandes und des Bildes, und a und b die Entfernungen des Gegenstandes und des Bildes von der Mitte des Spiegels, und endlich f die Brennweite des Spiegels bezeichnet.

Für concave Spiegel. 1.) Ist a kleiner als f, so ist das Bild aufrecht und hinter dem Spiegel, und wenn a wächst, so wächst auch die Größe von b und B. 2.) Ist a = f, so ist das Bild unendlich weit entfernt, oder b = ∞, weil die reflectirten Strahlen parallel sind. 3.) Ist a größer als f, so ist das Bild verkehrt, und vor dem Spiegel, und wenn a wächst, so nimmt b und B ab, bis endlich für ein unendliches a die Entfernung b gleich der Brennweite f wird, und das Bild B in einem einzigen Punkte, den Brennpunkt, sich vereiniget.

Für convexe Spiegel sind diese Erscheinungen für die verschiedenen Entfernungen des Gegenstandes viel einfacher. Wo nähmlich immer der Gegenstand vor dem Spiegel steht, so erblickt man immer hinter dem Spiegel, und

zwar zwischen P und F (Fig. 13), ein **verkleinertes** und **aufrechtes** Bild desselben, und wenn die Entfernung a des Gegenstandes wächst, so wächst auch die Entfernung b des Bildes, während die Größe B desselben immer abnimmt, bis es für eine unendliche Entfernung des Gegenstandes in einen einzigen Punkt, den Brennpunkt F zusammenschwindet.

Alles bisher Gesagte ist in den folgenden zwey einfachen Gleichungen enthalten:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \text{ und } \frac{B}{A} = \frac{b}{a} \ldots \qquad \text{(I.)}$$

Sind wie gewöhnlich die drey Größen a, A und f gegeben, so findet man daraus die Entfernung b und die Größe B des Bildes durch die Ausdrücke:

$$b = \frac{af}{a-f} \text{ und } B = \frac{Af}{a-f} \ldots \qquad \text{(II.)}$$

und sie gelten unmittelbar für concave Spiegel; für convexe wird man in denselben Ausdrücken die Größe f negativ setzen. Ist daher die Brennweite eines convexen Spiegels gleich f, und betrachtet man dieses f als eine positive Größe, so hat man für convexe Spiegel

$$b = \frac{-af}{a+f} \text{ und } B = \frac{-Af}{a+f}.$$

In den Ausdrücken I. oder II. zeigt ein **negativer** Werth von b an, daß das Bild **hinter** dem Spiegel liegt, so wie ein negativer Werth von B ein aufrecht stehendes Bild bezeichnet. Positive Werthe von B und b geben daher verkehrte Bilder vor dem Spiegel. Die Größe a endlich muß ebenfalls negativ genommen werden, wenn die Strahlen, wie DQ so einfallen, als ob sie nicht, wie bisher, aus einem Punkte vor, sondern als ob sie aus einem Punkte hinter dem Spiegel kämen.

Brechung des Lichtes.

Wenn ein Lichtstrahl auf einen durchsichtigen Körper schief auffällt, so wird er auch von dem Körper in einer schiefen Richtung angezogen, und der Strahl wird dadurch von seiner vorigen Richtung abgelenkt oder gebrochen. Denkt man sich in dem Einfallspunkte eine auf die Oberfläche des Körpers senkrechte Linie, das Einfallsloth, so heißt der Winkel des einfallenden Strahles mit diesem Lothe, der Einfallswinkel, und der Winkel des gebrochenen Strahles mit dem verlängerten Einfallslothe der gebrochene Winkel. Das allgemeine Gesetz dieser Brechung besteht darin, daß der gebrochene Strahl immer in der Ebene liegt, welche der einfallende Strahl mit dem Lothe bildet, und daß für dasselbe brechende Mittel das Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des gebrochenen Winkels immer eine constante Größe ist, die wir der Kürze wegen n nennen wollen. Diese constante Größe n ist nähmlich das Verhältniß der beyden Geschwindigkeiten, welche das Licht nach und vor dem Eintritte in das brechende Mittel hat. Für Luft und gemeines Glas ist diese Größe $n = \frac{3}{2}$, oder genauer 1.545; für englisches Kronglas 1.55, Flintglas 1.58, Wasser 1.34, Weingeist 1.37, Bernstein 1.55, Diamant 2.44.

Aus diesem Gesetze folgt unmittelbar, daß die Strahlen, welche senkrecht auf die Oberfläche eines Körpers fallen, keine Brechung leiden, und daß alle Strahlen, welche durch solche Mittel, die auf beyden Seiten durch parallele Ebenen begränzt sind, gebrochen werden, nach der Brechung dieselbe Richtung haben, welche sie vor der Brechung hatten, daher man durch solche parallele Gläser alle Gegenstände eben so wie mit freyen Augen sieht.

Wir gehen daher wieder sogleich zu krummen Oberflä-

chen über, und wollen auch hier nur solche brechende Mittel betrachten, welche zu beyden Seiten von Theilen einer Kugelfläche begränzt sind, und die man Linsen nennt. Wir wollen dabey voraussetzen, daß die gerade Linie, welche die Mittelpunkte beyder Kugeln verbindet, oder daß die Axe der Linse senkrecht auf ihre beyden Oberflächen geht, d. h. daß die Linse centrirt ist.

Wenn man die Axe einer auf beyden Seiten convexen Linse gegen die Sonne richtet, und das durch sie gehende Licht auf der andern Seite der Linse durch eine Tafel auffängt, so wird dasselbe in einem kreisförmigen Raume auf der Tafel gesammelt. Für eine bestimmte Entfernung der Tafel von der Linse ist dieser kreisförmige Raum am kleinsten, und daher die Hitze der hier versammelten Strahlen am größten, daher diese Entfernung die Brennweite, und ihr Endpunkt der Brennpunkt der Linse heißt. Dieser Brennpunkt, in welchem sich alle auf die Linse fallenden Strahlen vereinigen, ist eigentlich das Bild der Sonne. Man sieht dieses deutlich, wenn man einen anderen leuchtenden Körper, z. B. die Flamme eines Lichtes außer der Brennweite vor der Linse hält, wo sich in einer bestimmten Entfernung der Tafel auf derselben ein deutliches aber verkehrtes und vergrößertes Bild der Flamme zeigt. Rückt man die Flamme näher zu dem Glase und dem Brennpunkte desselben, so entfernt sich das Bild auf der anderen Seite der Linse, und wird zugleich immer größer und undeutlicher; die gebrochenen Strahlen convergiren nach der Brechung zwar noch, aber immer weniger, je näher die Flamme dem Brennpunkte kömmt. Bringt man dann die Flamme in den Brennpunkt selbst, so sieht man kein Bild mehr auf der Rückseite der Linse, sondern bloß einen aus parallelen Strahlen bestehenden Lichtcylinder. Rückt man die Flamme noch näher zwischen den Brennpunkt und die Linse, so divergiren jetzt

die gebrochenen Strahlen auf der Rückseite der Linse, können auch also auf dieser Seite kein Bild mehr machen; da aber die vorderen Verlängerungen dieser Strahlen convergiren, so wird auch jetzt auf der Vorderseite der Linse, auf welcher die Flamme steht, ein Bild entstehen, welches das auf der Rückseite stehende Auge sehen wird, und dieses Bild wird aufrecht seyn, und an Größe und Entfernung immer kleiner werden, je kleiner die Entfernung der Flamme von der Linse wird. — Aehnliche Bemerkungen biethen auch die von hohlen Kugelflächen begränzten Gläser, oder die concaven Linsen dar. Richtet man ihre Axe gegen die Sonne, so sieht man, daß die Strahlen nach der Brechung auf der Rückseite der Linse divergiren, gleichsam, als kämen sie aus einem Punkte vor der Linse. Der Brennpunkt der concaven Linsen liegt daher auf der Vorderseite, während er bey den convexen auf der Rückseite liegt. Parallele Strahlen vereinigen sich alle in dem Brennpunkte der Linse. Alle Strahlen aber, welche durch den Mittelpunkt der Linse gehen, nehmen nach dem Austritte aus der Linse ihre vorige Richtung wieder an, oder gehen gleichsam ungebrochen durch, weil die zwey Punkte, in welchen sie die beyden Flächen der Linse treffen, als kleine, einander parallele Ebenen betrachtet werden können, und weil von parallelen Seiten begränzte Mittel die Richtung des Lichtes, nach dem Vorhergehenden, nicht ändern. Hier und in dem Folgenden wird vorausgesetzt, daß jede Seite der Linse nur ein sehr kleiner Theil ihrer Kugelfläche, daß die Dicke der Linse unbeträchtlich ist, und daß endlich alle Strahlen nur in kleinen Entfernungen von der Axe auf die Linse fallen.

Diese zwey Bemerkungen reichen, wie oben bey dem Spiegel, hin, für jede gegebene Größe und Entfernung eines Gegenstandes die Größe und Entfernung seines Bildes durch eine einfache Zeichnung zu finden. Sey Fig. 14 und 15 C

der Mittelpunkt der Linse, CA ihre Axe, F ihr Brennpunkt, und CF = Cf. In der Entfernung CA = a sey das auf die Axe senkrechte Object AB = A. Der tiefste Punkt A des Objectes wird sein Bild a irgendwo in der Linie von AC haben, da der Strahl AC senkrecht auf die Linse fällt, und daher ungebrochen durchgeht. Der höchste Punkt B des Objectes aber sendet einen Strahl Bc parallel mit der Axe, welche daher so gebrochen wird, daß er selbst Fig. 14 oder seine Verlängerung Fig. 15 durch den Brennpunkt F geht. Ein zweyter Strahl BC durch die Mitte des Glases geht ungebrochen durch, daher das Bild des höchsten Punktes B des Objectes in dem Durchschnittspunkte der beyden Strahlen BC und cF, also in b liegt. Das Loth durch diesen Punkt gibt daher die Größe ab = B des Bildes, so wie dessen Entfernung aC = b.

Wenn man diese Zeichnungen für verschiedene Entfernungen a des Objectes A wiederhohlt, so findet man leicht folgende allgemeine Sätze.

Convexe Linsen. Ist das Object weiter als die Brennweite entfernt, oder ist a größer als f, so ist das Bild verkehrt, und auf der Rückseite des Glases, und wenn a kleiner wird, so wächst die Größe B des Bildes sowohl, als auch seine Entfernung b. Ist a = f oder das Object in dem Brennpunkte, so sind alle gebrochenen Strahlen parallel, und es gibt kein Bild mehr, oder wie man zu sagen pflegt, das Bild ist in einer unendlichen Entfernung von der Linse. Rückt das Objeet noch näher zwischen den Brennpunkt und die Linse, oder ist a kleiner als f, so divergiren die gebrochenen Strahlen, und das Bild steht aufrecht und auf der Vorderseite der Linse, auf welcher auch das Object ist, und wenn a abnimmt, so nimmt auch die Größe B sowohl als die Entfernung b des Bildes ab.

Concave Linsen. Theilt man die Brennweite FC

(Figur 15) in dem Punkte M in zwey gleiche Theile, so sieht man leicht, daß für alle Entfernungen des Objectes, das Bild immer aufrecht und immer auf der Vorderseite der Linse ist, auf welcher auch das Object steht; daß ferner, wenn sich das Object entfernt, auch das Bild weiter von der Linse weg geht, und zugleich immer kleiner wird; daß, so lange das Object außer der Brennweite ist, das Bild zwischen F und M, und wenn das Object inner der Brennweite ist, das Bild zwischen M und C steht, und daß endlich, wenn das Object in dem Brennpunkte selbst ist, das Bild in M steht, so daß also das Bild immer zwischen den Punkten F und C enthalten ist, so lange das Object auf der Vorderseite des Glases steht, oder die auffallenden Strahlen divergent sind.

Alles Vorhergehende läßt sich auch hier viel einfacher, und zugleich allgemeiner durch die Analyse ausdrücken, und es ist merkwürdig, daß die hierher gehörenden Gleichungen ganz dieselben sind, welche wir schon oben für die Reflexion betrachtet haben. Ist nähmlich wieder a die Entfernung des Objectes A, und b die Entfernung des Objectes B von dem Mittelpunkte des Glases, und f die Brennweite desselben, so ist:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \text{ und } \frac{B}{A} = \frac{b}{a} \text{ also auch}$$

$$b = \frac{af}{a-f} \text{ und } B = \frac{Af}{a-f} \ldots \text{(II.)}$$

Mit diesen zwey Gleichungen kann man noch die folgende verbinden:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right) \ldots \text{(III.)}$$

wo n das constante Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des gebrochenen Winkels, und wo r und

ρ die Halbmesser der beyden, die Linsen begränzenden Kugelflächen sind.

Diese Gleichungen gelten unverändert für biconvexe Linsen. Ist die eine oder sind beyde Flächen der Linsen concav, so setzt man einen oder beyde der Halbmesser r, ρ negativ; ist eine oder sind beyde Flächen eben, so setzt man einen oder beyde Halbmesser r, ρ unendlich groß. Kömmt der Strahl, nicht wie Ac (Fig. 14) aus einem Punkte vor der Linse, sondern ist er, wie Dc gegen einen Punkt hinter der Linse gerichtet, d. h. sind die auffallenden Strahlen convergent, so ist a negativ. Ist der Strahl Bc der Axe parallel, so ist a unendlich. Ist der Werth von b positiv, so ist das Bild auf der Rückseite, auf welcher das Object nicht ist. Ist b negativ, so ist das Bild auf der Vorderseite. Ist B positiv, so ist das Bild verkehrt, und ist B negativ, so ist das Bild aufrecht.

Man sieht, wie die Erscheinungen, welche wir (S. 35) von den convexen Linsen zusammengestellt haben, unmittelbar aus der Betrachtung der Gleichungen (II) folgen, so wie die dort aufgestellten Erscheinungen für die concaven Linsen aus denselben Gleichungen abgeleitet werden, wenn man in ihnen f negativ setzt. Ist nähmlich, f die Brennweite eines convexen Glases, so hat man, wenn man diese Größe positiv annimmt, für convexe Linsen die Gleichungen

$$b = -\frac{af}{a+f} \text{ und } B = -\frac{Af}{a+f} \quad \ldots \text{(IV)}.$$

Setzt man nach dem Vorhergehenden für gemeines Glas $n = \frac{3}{2}$, so sind die allgemeinen Gleichungen II und III.

$$f = \frac{2r\rho}{r+\rho},\ b = \frac{af}{a-f} \text{ und } B = \frac{Af}{a-f} \quad \ldots \text{(V)}$$

Kennt man also für eine gegebene Linse ihre beyden

Halbmesser, so gibt die erste der Gleichungen (V) die Brennweite der Linse. Kennt man dann für diese Linse die Größe A des Objectes und dessen Entfernung a von der Linse, so geben die beyden andern Gleichungen (IV.) die Größe B des Bildes und dessen Entfernung b. Hat z. B. die Vorderfläche eines biconvexen Glases einen Halbmesser von 3 Zollen, und die Rückseite einen Halbmesser von 6 Zollen, so ist $r = 3$, $\rho = 6$ und daher die Brennweite $f = 4$ Zoll und die Entfernung b und die Größe B des Bildes für jede gegebene Entfernung a und Größe A des Objectes folgt aus den Gleichungen

$$b = \frac{4a}{a-4} \quad B = \frac{4A}{a-4}$$

Eben so ist für ein biconcaves Glas, dessen beyde Halbmesser gleich zwey Zollen sind, $r = \rho = -2$, also auch $f = -2$ und $b = -\frac{2a}{a+2}$, $B = -\frac{2A}{a+2}$. Für eine Linse endlich, deren convexe Vorderfläche einen Halbmesser von 4 Zollen hat, und deren Rückseite eben ist, hat man $r = 4$, $\rho = \infty$, also $f = 8$ und $b = \frac{8a}{a-8}$, $B = \frac{8A}{a-8}$.

Nach diesen Vorbereitungen wird es nun leicht seyn, die Einrichtung der optischen Instrumente zu übersehen, von welchen wir hier die vorzüglichsten Gattungen kurz anzeigen wollen.

Gewöhnlich sieht man die Gegenstände in der Entfernung von acht Zollen vom Auge noch deutlich, wo man noch die kleinsten Theile desselben unterscheidet. Ist nun ein Gegenstand zu klein, als daß er in dieser Sehweite von acht Zollen deutlich gesehen werden könnte, so gibt es zwey Mittel, ihn größer zu sehen. Das erste besteht in einer nähern Anrückung des Auges an den Gegenstand, wodurch allerdings

der Sehwinkel des Gegenstandes vergrößert, aber auch die Deutlichkeit des Sehens verloren wird, weil jetzt die von dem zu nahen Gegenstande in das Auge kommenden Strahlen sich zu sehr von der parallelen Lage entfernen, die zum deutlichen Sehen gehört. Das zweyte Mittel besteht in einem converen Glase, welches man so zwischen das Auge und den Gegenstand hält, daß dessen Entfernung von dem Gegenstande nur wenig kleiner, als die Brennweite der Linse ist. Dann sieht nähmlich, nach dem Vorhergehenden (S. 35), das Auge ein vergrößertes und aufrechtes Bild des Gegenstandes, das auf derselben Seite des Glases, wie der Gegenstand selbst, aber in einer größern Entfernung von der Linse steht. Oder wenn wir darauf die vorhergehenden Ausdrücke anwenden, so hat man

$$b = \frac{af}{a-f}, \text{ und } \frac{B}{A} = \frac{f}{a-f}, \text{ oder } \frac{B}{A} = \frac{b}{a};$$

und man sieht, daß b größer als a ist, wenn a kleiner als f ist, und daß dann auch B größer als A und endlich b sowohl als B negativ ist, welches letztere bekanntlich anzeigt, daß das Bild auf derselben Seite der Linse mit dem Objecte, und daß es aufrecht steht. Ist z. B. die Brennweite der Linse ein Zoll, und die Entfernung derselben von dem Gegenstande $\frac{8}{9}$ Zoll, so sieht man durch sie den Gegenstand in einer achtmahl größeren Entfernung und achtmahl größer, als ohne die Linse, weil $\frac{b}{a} = \frac{B}{A} = -8$ ist. Eine solche Linse nennt man ein einfaches Microscop. Von den aus mehreren Linsen zusammengesetzten Microscopen, durch welche man eine noch viel stärkere Vergrößerung hervorbringen kann, werden wir unten sprechen.

Wenn die Brennweite der einfachen converen Linse sehr groß ist, und z. B. mehrere Schuhe beträgt, so werden sie auch Gegenstände, die mehrere Schuhe vom Auge entfernt

sind, noch etwas größer und entfernter zeigen, daher diese Linsen als **Brillen** für solche Augen gebraucht werden, die nur in großen Entfernungen deutlich sehen. Concave Gläser aber nähern, nach dem Vorhergehenden, gleichsam die Gegenstände, daher solche Brillen für Kurzsichtige gehören, die nur in kleineren Entfernungen deutlich sehen.

Das eigentlich sogenannte **astronomische Fernrohr**, eine Entdeckung Keplers, besteht aus zwey converen Gläsern, L und E (Fig. 16), deren Axen QLqE in einer Linie liegen, und deren Brennpunkte in q zusammen fallen. Wenn man sich das Object P, Q, sehr weit von dem Objectivglase L vorstellt, (welche Entfernung in der Zeichnung des beschränkten Raumes wegen nicht ausgedrückt werden konnte) so werden von dem Punkte Q des Objectes, die parallelen Strahlen Q′K, QL, Q″M, und von dem Punkte P des Objectes, die parallelen Strahlen P′K, PL, P″M u. s. w. auf das Objectiv fallen. Die ersten, von denen der mittlere Strahl QLq ungebrochen durchgeht, werden sich nach der Brechung durch das Objectiv in dem Brennpunkte q desselben vereinigen, und hier das Bild des Punktes Q machen; eben so werden die von dem Endpunkte P des Objects parallel auffallenden Strahlen, von welchen wieder der mittlere PLp ungebrochen durchgeht, in einem Punkte p dieser Linie PLp sich vereinigen, und hier das Bild p des Punktes P machen. Dasselbe wird auch von jedem anderen Punkte des Objectes P, Q gelten, so daß pq das Bild des Objectes PQ seyn, und daß dieses Bild senkrecht auf der Axe LE stehen wird, wenn das Object darauf senkrecht steht. Verfolgt man den ferneren Gang der Strahlen, welche durch ihre Vereinigung in q und p die beyden äußersten Punkte des Bildes machen, so werden die ersten, nachdem sie sich in q gekreuzt haben, auf das Ocularglas in E auffallen, und daher aus dem Brennpunkte dieses Glases kommen, und nach

der Brechung durch das Ocular, die unter sich und der Axe parallele Richtung EO nehmen; die anderen in p sich kreuzenden Strahlen aber werden durch das Ocular in die Richtung AO, und zwar, nach dem Vorhergehenden, so gebrochen, daß alle diese gebrochenen Strahlen unter sich sowohl, als auch der Linie pE parallel sind, weil der Strahl pE, der durch die Mitte des Oculars geht, ungebrochen durchgeht. Das Auge in O sieht daher den Gegenstand P, Q, oder vielmehr sein Bild unter dem Sehewinkel AOE, der wegen der parallelen Strahlen AO, pE gleich pEq ist. Ohne Gläser aber würde das freye Auge den Gegenstand unter dem Winkel P, OQ (oder da die Entfernung LE beyder Gläser oder auch LO gegen die als sehr groß vorausgesetzte Entfernung Q, O oder QL sehr klein ist), unter dem Winkel P,LQ, = PLQ = qLp sehen. Die beyden Sehwinkel mit und ohne Glas sind also qEp und qLp, und man sieht daher durch das Fernrohr den Gegenstand um so vielmahl größer, als mit freyen Augen, so oft qEp größer ist, als qLp, oder die Vergrößerung des Fernrohres ist gleich $\frac{qEp}{qLp}$. Es ist aber $\tang qEp = \frac{pq}{qE}$, und $\tang qLp = \frac{pq}{qL}$, also ist auch, da diese beyden Winkel so klein sind, daß man sie ihren Tangenten proportionirt annehmen kann, die Vergrößerung des Fernrohres gleich $\frac{qL}{qE}$, oder gleich der Brennweite des Objectivs, dividirt durch die Brennweite des Oculars. Verbindet man z. B. mit einem Objective von vier Fuß Brennweite ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite, so würde dieses Rohr bey einer Länge von nahe 49 Zollen, 96mahl vergrößern. Man wird selbst mit viel kürzeren Fernröhren jede noch so starke Vergrößerung hervorbringen können, wenn man nur die Oculare von immer kleineren Brennweiten nimmt; allein

was man auf diese Weise an Vergrößerung gewinnt, verliert man wieder an Deutlichkeit, so daß es also bey jedem Objective gewisse Gränzen für das Ocular gibt, die man nicht überschreiten darf, und daß im Allgemeinen Oculare von sehr kleinen Brennweiten nur bey Objectiven von sehr großen Brennweiten angewendet werden können, oder daß alle stark vergrößernde Fernröhre dieser Art zugleich sehr lang seyn müssen.

Ein Vortheil der astronomischen Fernröhre ist, daß man das Auge nicht zu nahe an das Ocular bringen darf, um den Gegenstand ganz zu übersehen. Das Auge muß nähmlich, wenn es seine vortheilhafteste Stelle einnehmen will, immer da stehen, wo die nach der zweyten Brechung parallel fortlaufenden Strahlen sich kreuzen, und es ist diese Entfernung EO immer sehr nahe gleich der Brennweite qE des Oculars. Uebrigens zeigt dieses Rohr, wie man schon aus der Zeichnung sieht, die Gegenstände verkehrt, was aber bey astronomischen Gegenständen, die beynahe alle die Gestalt einer Kugel haben, gleichgültig ist. Will man sie aufrecht haben, so kann man noch zwey andere convexe Gläser F und G damit verbinden, wie die Zeichnung Fig. 17 zeigt, die als eine Fortsetzung der Fig. 16 auf der Seite des Oculars zu betrachten ist. Ein solches Erdrohr besteht also aus vier Gläsern, dem Objective L und den drey Ocularen E, F und G. Wenn die drey Oculare alle gleiche Brennweiten haben, und wenn je zwey derselben um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt sind, so ist die Vergrößerung eines solchen Fernrohres, wie zuvor, gleich der Brennweite des Objectives, dividirt durch die Brennweite eines der drey Oculare. Man sieht durch den bloßen Anblick der Zeichnung, daß die Strahlen eines jeden Punktes des Objectes, nachdem sie den bey dem astronomischen Fernrohre beschriebenen Weg zurückgelegt haben, aus dem ersten Oculare parallel austre-

ten; daß sich diese cylindrischen Strahlenbüschel in der Mitte zwischen den beyden ersten Ocularen kreuzen, und durch die Brechung des zweyten Oculars ein Bild $\pi\varkappa$ machen, welches in der Mitte zwischen den beyden letzten Ocularen steht; daß diese Strahlen in jedem Punkte dieses Bildes sich kreuzen, und nach der Brechung durch das dritte Ocular, aus dessen Brennpunkte sie kommen, wieder in cylindrischen Strahlenbüscheln in das Auge O' treten, und daß das von dem Auge unter dem Winkel CO'G=πG$\varkappa$ gesehene Bild aufrecht ist.

Bey dem astronomischen Fernrohre stand das convexe Ocular um seine Brennweite hinter dem Bilde. Stellt man aber ein concaves Ocular um seine Brennweite vor das Bild, so erhält man das holländische oder Galiläische Fernrohr, Fig. 18. Sey PQ ein sehr entfernter Gegenstand, dessen Punkt Q die parallelen Strahlen Q'K, QL, Q"M, so wie der Punkt P die parallelen Strahlen P'K, PL, P"M u. s. f. auf das convexe Objectiv schickt. Wenn das Ocular E nicht da wäre, so würden, wie bey dem astronomischen Fernrohre, die ersten Strahlen alle nach dem Punkte q, die zweyten nach p u. s. f. gebrochen werden, und qp das Bild des Objectes QP seyn. Da aber diese Strahlenbüschel vor ihrer Vereinigung auf das concave Glas E auffallen, so werden sie dadurch, nach dem Vorhergehenden, so gebrochen, daß die Strahlen eines jeden Büschels, z. B. die von KAM alle unter einander parallel und in der mehr divergirenden Richtung Aa, die mit Ep parallel ist, aus dem Oculare treten, so als ob sie von dem Punkte O der Axe kämen, der in der Verlängerung von aA liegt. Das Auge, welches hier eigentlich seinen vortheilhaftesten Ort zwischen den beyden Linsen in O hätte, muß also wenigstens dem Oculare so sehr als möglich genähert werden, damit es sehr viele von den Strahlenbüscheln Aa aufnehmen kann. Der Gesichtswinkel des Bildes ist AOE = qEp, und der des Gegenstan-

des, wie er ohne Gläser gesehen wird, ist PLQ = qLp, und beyde verhalten sich, wie QL zu qE, so daß also auch hier die Vergrößerung gleich dem Quotienten der beyden Brennweiten ist. Diese Fernröhre zeigen, wie schon aus der Zeichnung folgt, den Gegenstand aufrecht, aber sie haben den Nachtheil, daß man nur ein sehr kleines Feld übersieht, und daß man das Auge unmittelbar an das Ocular halten muß, um einen Gegenstand ganz zu übersehen; sie werden daher jetzt nur noch zu gewöhnlichen Taschenperspectiven gebraucht, die etwa acht- bis zehnmahl vergrößern.

Noch muß man bemerken, daß die Vergrößerung der Gegenstände nicht der einzige Vortheil der Fernröhre ist. Da das Objectiv immer viel größer ist, als das Ocular, so muß, wenn alle Strahlen, welche von einem Punkte auf das erste fallen, auf der Oberfläche des letzteren vereiniget werden, auch die Beleuchtung des Bildes oder die Lichtstärke des Fernrohres viel größer seyn, als die Beleuchtung des Objectes. Nimmt man die Intensität des Lichtes bey dem Eintritte in das Rohr zur Einheit an, so wird diese Intensität bey dem Austritte gleich $\left(\frac{r'}{r}\right)^2$ seyn, wo r′ und r der Halbmesser des Objectives und des Oculares ist.

Diese Lichtstärke wird durch den Ring oder das Diaphragma wieder vermindert, welcher im Innern des Rohres in der Nähe des gemeinschaftlichen Brennpunktes beyder Gläser steht, und von dem wir unten weiter sprechen werden. Dieser Ring begränzt eigentlich den kreisförmigen Raum, welchen man durch das Fernrohr auf einmahl übersehen kann, oder er bestimmt die Größe des Gesichtsfeldes. Ist nähmlich d der Durchmesser des Diaphragmas, f die Brennweite des Objectives, und α der Winkel, welchen man mit dem Fernrohr übersehen kann, so ist

$$\alpha = \frac{d}{f.\operatorname{Sin} 1''}$$

Die Lichtstärke selbst leuchtender Körper verhält sich für unbewaffnete Augen, wie verkehrt das Quadrat ihrer Entfernung von dem Auge. Ist aber für einen bloß von der Sonne beleuchteten Körper, z. B. für einen Planeten, die Entfernung desselben von der Erde = a, und von der Sonne = b, so verhält sich die Lichtstärke des Planeten wie $\frac{A}{a^2 b^2}$, wo A eine von dem Durchmesser des Planeten und von der Größe seiner Licht zurückwerfenden Kraft abhängige constante Größe ist. Ist dann r′ der Halbmesser des Objectives eines Fernrohres, so zeigt das Fernrohr den Planeten mit einer Lichtstärke, die gleich $x = \frac{AB.r'^2}{a^2b^2}$ ist, wo B wieder eine constante Größe bezeichnet, die von dem Verluste abhängt, welches das Licht durch die Brechung im Rohre leidet. Für ein anderes Fernrohr, dessen Object den Halbmesser r″ hat, ist die Lichtstärke des Planeten $x' = \frac{AB.r''^2}{a^2b^2}$, also $\frac{x}{x'} = \frac{r'^2}{r''^2}$, oder die Lichtstärke des Fernrohrs ist dem Quadrate des Halbmesser seines Objectives proportional, daher große Objective bey diesen Instrumenten so vortheilhaft sind. Die neuesten Objective der großen Refractoren Frauenhofers haben neun bis zehn Zolle im Durchmesser, sind also schon aus dieser Ursache viel vorzüglicher, als die besten Refratoren der Engländer, die ihren Objectiven höchstens die Größe von sechs Zollen im Durchmesser geben können.

Wir haben oben (S. 33) gesehen, daß, wenn die Entfernung des Gegenstandes von einer converen Linse nur wenig größer ist, als die Brennweite der Linse, dann auf der andern Seite der Linse in einer viel größeren Entfernung ein vergrößertes und verkehrtes Bild entsteht. Sey L (Fig. 20) diese Linse, LF ihre Brennweite, PQ der Gegenstand,

und pq das in einer beträchtlichen Entfernung vergrößerte Bild. Betrachtet man dieses Bild durch eine zweyte convexe Linse E, dessen Brennweite EF' nur wenig größer als Eq ist, so werden die Strahlen eines jeden Lichtbüschels nach der Brechung durch dieses zweyte Glas unter sich sehr nahe parallel seyn, und die z. B. von dem Punkte P kommenden Strahlen werden nach dieser zweyten Brechung die mit pE parallele Richtung AO haben. Ein Auge in O wird daher durch diese beyden Gläser den Gegenstand PQ aus einer doppelten Ursache vergrößert sehen. Denn wenn es erstens auch ohne dem Glase E das Bild pq betrachtet, so sieht es dasselbe so vielmahl größer, als den Gegenstand PQ, so vielmahl dieses Bild in derselben Entfernung vom Auge in der That selbst größer ist, als das Object. Zweytens aber wird dieses Bild auch noch durch die zweyte Linse, wie durch ein einfaches Microscop vergrößert. Man nennt daher ein solches Instrument ein **zusammengesetztes Microscop.**

Um die Vergrößerung desselben zu finden, sey LF=f die Brennweite des ersten Glases, und LO = a die Entfernung des Objectes, PQ = A die Größe des Objects, so wie Lq=b und qp = B die Entfernung und Größe des Bildes, so ist $B = \frac{Af}{a-f}$. Nennt man nun eben so EF'=f' die Brennweite des zweyten Glases, und betrachtet man jetzt das Bild pq als das Object; heißt also pq = A' die Größe, und qE=a' die Entfernung dieses Objectes, so ist das durch das zweyte Glas gemachte Bild ebenfalls $B' = \frac{A'f'}{a'-f'}$. Da aber das Object des zweyten Glases zugleich das Bild des ersten Glases ist, so ist auch A' = B und daher $B' = \frac{Af}{a-f} \cdot \frac{f'}{a'-f'}$. Die Vergrößeruug dieses

Microscops ist also $\frac{B'}{A} = \frac{f}{a-f} \cdot \frac{f'}{a'-f'}$

Ist z. B. für das erste Glas $LF = f = \frac{1}{4} = 0{,}25$ Zoll und $LQ = a = 0{,}26$ und verbindet man damit die oben für das einfache Microscop gewählte Linse E, für welche $EF' = f' = 1$ Zoll und $Eq = a' = \frac{8}{9}$ war, so hat man $\frac{B'}{A} = 225$, oder dieses zusammengesetzte Microscop vergrößert alle Gegenstände im Durchmesser 225mahl, also in der Oberfläche $(225)^2 = 50625$mahl.

Es ist bereits oben bemerkt worden, daß die astronomischen Fernröhre mit zwey converen Linsen nur dann eine sehr starke Vergrößerung haben können, wenn sie zugleich sehr lang, also auch zum Gebrauche sehr unbequem sind. Aus dieser und einigen anderen Ursachen, von welchen wir bald sprechen wollen, bemühte sich Newton, die bisherigen dioptrischen Fernröhre durch katoptrische oder durch Spiegeltelescope zu ersetzen. Sey CA Fig. 19 ein concaver sphärischer Spiegel, CEQ die Axe, und E der Mittelpunkt des Spiegels, und QP ein auf die Axe senkrechter sehr entfernter Gegenstand. Die Strahlen des untersten Punktes Q in der Axe sind alle mit der Axe EC parallel, und werden daher nach dem Vorhergehenden (S. 29) durch den Spiegel alle in einen Punkt q, den Brennpunkt des Spiegels, reflectirt, der eben so weit von C als von E entfernt ist. Die Strahlen des obersten Punktes P, nähmlich PEA, P'A', P'' A'' P''' A''' ... sind ebenfalls wegen der großen Entfernung des Gegenstandes unter einander parallel, und sie vereinigen sich daher nach der Reflexion alle in einem Punkte p des Hauptstrahls PEA, so daß also pq das verkehrte Bild des Gegenstandes ist. Dieses Bild sollte das Auge durch eine convexe Linse vergrößert erblicken, so daß der Ort

des Auges und der Linse irgendwo in der Linie qE zwischen dem Bilde und dem Mittelpunkte des Spiegels wäre. Allein da dann der Kopf des Beobachters einen großen Theil der Strahlen, welche von dem Gegenstande auf den Spiegel fallen sollen, aufhalten würde, so fängt man die verschiedenen Lichtbüschel der reflectirten Strahlen nahe vor ihrer Vereinigung durch einen kleinen ebenen Spiegel abc auf. Ist dann Ccb=q'ca, so vereinigen sich alle von Q kommenden parallelen Strahlen, wie Cc, nach der doppelten Reflexion in einen Punkt q', so wie sich alle von P kommenden parallelen Strahlen wie A'c, A''e, A'''c, nach der doppelten Reflexion in einen Punkt p' der Linie cp' vereinigen, wenn A''cb=p'ca ist, wodurch also ein neues Bild p'q' entsteht, welches dem ersten Bilde pq an Größe vollkommen gleich ist. Ist dann q'l die Brennweite einer converen Linse, so werden die Strahlen, welche von irgend einem Punkte, z. B. p' des zweyten Bildes auf diese Linse kommen, durch dieselbe in die Richtung kO so gebrochen, daß sie alle unter einander und zugleich der Linie p'l durch die Mitte der Linse parallel sind. Das Auge in O wird daher durch diese Linse das Bild p'q' vergrößert und zwar unter dem Winkel kOc oder p'lq' erblicken. Da aber die Entfernung des Gegenstandes gegen die ganze Länge dieses Instrumentes als sehr groß vorausgesetzt wird, so würde das bloße Auge, z. B. in E den Gegenstand unter dem Winkel PEQ oder pEq sehen, oder die Vergrößerung dieses Telescopes ist gleich $\frac{p'lq'}{pEq}$. Es ist aber

$$\text{tang } p'lq' = \frac{p'q'}{q'l} \text{ und tang } pEq = \frac{pq}{qE,} \text{ und da die}$$

beyden Bilder pq und p'q' an Größe gleich, und überdieß diese Winkel nur klein sind, so ist die Vergrößerung gleich $\frac{qE}{q'l}$ oder endlich, da nach (S. 29) der Brennpunkt q

in der Mitte zwischen E und C liegt, gleich $\frac{qC}{q1}$, das heißt, die Vergrößerung des Telescopes ist gleich der Brennweite des großen Spiegels dividirt durch die Brennweite des Ocularglases.

Da man bey diesem Newtonianischen Telescope die Gegenstände verkehrt, und überdieß in einer Richtung Olq sieht, die auf die Richtung QA der ursprünglichen Strahlen senkrecht ist, so hat man es später dahin abgeändert, daß man die von dem großen in seiner Mitte bey C durchbohrten Spiegel reflectirten Strahlen nahe vor ihrer Vereinigung, oder bey c durch einen zweyten kleineren Hohlspiegel auffängt, der sie dann wieder durch die Oeffnung C des großen Spiegels sendet, und hinter diesem ein Bild macht, welches durch eine Ocularlinse in D betrachtet wird. Dieses Fernrohr heißt nach seinem Erfinder das Gregorianische Telescop. In den neuesten Zeiten hat man den kleinen Spiegel ganz weggelassen, und bloß den großen, der bisher senkrecht auf der Axe der Röhre, in welcher er sich befindet, gestellt war, etwas gegen diese Axe geneigt, wodurch sein Bild ebenfalls von dieser Axe entfernt, und in die Nähe des unteren Randes der Röhre gebracht wird, wo man es durch eine convexe Linse betrachtet. Dieses von Herschel erfundene Spiegeltelescop zeigt also den Gegenstand, welchen der Beobachter hinter sich hat, verkehrt, und ist das einfachste von allen, da es nur aus den zwey unmittelbar nothwendigen Theilen, dem großen Spiegel und dem Ocularglase besteht. Es hat überdieß den Vortheil, daß es nur wenig Licht verloren gehen läßt, ist aber auch nur bey sehr großen Spiegeln anwendbar, weil sonst der Kopf des Beobachters die Oeffnung des Fernrohres bedecken würde. Das größte Spiegeltelescop hat Herschel verfertigt: der große Spiegel desselben hat vier

Fuß Durchmesser, und vierzig Fuß Brennweite, und wiegt 2500 Pfunde. (A).

Bisher haben wir vorausgesetzt, daß alle Strahlen, die unter sich parallel auf eine Linse oder auf einen sphärischen Spiegel fallen, nach der Brechung oder nach der Reflexion sich in einen einzigen Punkt vereinigen. Allein die Rechnung und auch eine einfache Zeichnung zeigt, daß dieses nicht genau der Fall ist, und daß überhaupt die Strahlen, welche von der Axe der Linse oder des Spiegels weiter entfernt sind, sich nach der Beugung immer eher vereinigen, als die der Axe näher liegenden, so daß also jeder Gegenstand nicht ein einziges, sondern sehr viele einander sehr nahe liegende Bilder gibt, wodurch die Deutlichkeit des Sehens sehr gehindert wird. Dieser Fehler ist allen dioptrischen und katoptrischen Fernröhren gemein, und kömmt von der Kugelgestalt, die man den Linsen und Spiegeln gibt. Man könnte zwar leicht eine andere Gestalt finden, für welche diese Verschiedenheit der Bilder nicht statt hat, allein sie würde für die Künstler nicht ausführbar seyn, daher man bey der Kugelgestalt bleibt, und bloß, um die Undeutlichkeit nicht zu groß zu machen, die äußersten gegen den Rand der Linse auffallenden Strahlen durch Blendungen, Diaphragmen, abhält.

Eine andere, noch wichtigere Undeutlichkeit des Sehens durch Fernröhre entsteht aus der bekannten Trennung der Farben der Lichtstrahlen, die bey jeder Brechung, also auch bey dem Durchgange dieser Strahlen durch convexe oder concave Linsen statt haben. Da die violetten Strahlen am meisten, und die rothen am wenigsten gebrochen werden, so vereinigen sich die ersten nach der Brechung durch eine convexe Linse eher als die letzten, oder das Bild der violetten Strahlen liegt näher bey der Linse, als das der rothen, und zwischen diesen beyden äußersten liegen unzäh-

lige andere von verschiedenen Farben. Bey einem concaven Glase, wo die Strahlen nach der Brechung nicht, wie bey dem converen, zusammen, sondern wo sie auseinander fahren, hat die entgegengesetzte Erscheinung statt, oder hier wird auf der Vorderseite der Linse das Bild der rothen Strahlen dem Glase am nächsten, und das der violetten am entferntesten von ihm seyn. Diese verschiedenen Orte der Farbenbilder sind die Ursache, daß alle Gegenstände, wenn man sie durch gemeine Fernröhre betrachtet, gleichsam mit einem farbigen Saume eingefaßt erscheinen, und es ist offenbar, daß dieser Umstand der Deutlichkeit des Sehens sehr schädlich seyn muß, daher man Mittel suchte, dieser Unvollkommenheit zu begegnen.

Newton hielt ein solches Mittel für unmöglich, und rieth daher, die dioptrischen Fernröhre ganz zu verlassen, und sich zu den von ihm erfundenen katoptrischen zu wenden, bey welchen diese Farbenzerstreuung nicht statt hat. Euler aber kam in dem Jahre 1747 aus einer einfachen Betrachtung des menschlichen Auges auf die Vermuthung, daß ein Mittel, die Farbenzerstreuung der Fernröhre zu heben, allerdings möglich sey, weil diese Zerstreuung bey dem Auge wahrscheinlich durch die Verbindung mehrerer durchsichtigen Materien bereits in der That gehoben ist. Seine theoretischen Versuche, diesen wichtigen Gegenstand auszubilden, waren anfangs nicht glücklich, aber sie leiteten demungeachtet den berühmten Dollond auf die wahre Bahn. Der letztere fand nähmlich durch Versuche, daß es verschiedene Glasarten gebe, die sowohl das Licht anders brechen, als auch die Farben anders zerstreuen, als das gemeine Glas, und daß es daher wohl möglich seyn müsse, durch die Verbindung dieser zwey Glasarten die Farbenzerstreuung der einen durch die der anderen wieder aufzuheben, und so ein ganz farbenloses Bild hervorzubringen. Da nach dem

Vorhergehenden bey der converen Linse die violetten Strahlen die nächsten, bey der concaven aber die entferntesten sind, so ist offenbar, daß man zu jenem Zwecke, statt einen einfachen converen Objective, ein doppeltes anwenden muß, von welchen das eine conver, und das andere concav ist. Dollond führte der erste solche achromatische Fernröhre mit doppelten Objectiven aus, und Frauenhofer brachte sie erst in unseren Tagen zu ihrer gegenwärtigen Vollkommenheit. Sie vereinigen mit dem farbenlosen Bilde noch zugleich den Vortheil, daß sie bey derselben Vergrößerung und Deutlichkeit eine viel geringere Länge haben, als die älteren Fernröhre mit einfachen Objectiven. (B).

Da es interessant und zuweilen selbst nothwendig ist, die Vergrößerung eines Fernrohres genau zu kennen, so wollen wir noch einige Methoden angeben, sie durch Versuche zu bestimmen. Das einfachste Mittel zu diesem Zwecke ist die unmittelbare Messung der Brennweite des Objectives und der Brennweite des Oculars, indem man durch eine kleine Oeffnung in einem verfinsterten Zimmer Licht auf diese Linsen fallen läßt, und eine Tafel oder ein Blatt Papier hinter der Linse so lange von ihr entfernt, bis äußere sehr entfernte Gegenstände ein vollkommen deutliches Bild auf der Tafel geben, wo dann die Entfernung der Tafel von der Linse die Brennweite derselben ist. Auch kann man die Linse selbst mit einer Papierscheibe, worin zwey kleine Löcher sind, bedecken, und dann, wenn man die Fläche der Linse gegen die Sonne hält, den Punkt suchen, wo die durch die Löcher gehenden Strahlen sich vereinigen. Kennt man so die Brennweite des Objectives und des Oculars, so ist die erste durch die letzte dividirt, die gesuchte Vergrößerung des Fernrohres. Allein bey sehr großen sowohl, als auch bey sehr kleinen Brennweiten hat die genaue Messung derselben Schwierigkeiten, daher auch die Resultate oft noch sehr fehlerhaft sind.

Eben so wenig genau ist das Verfahren, wo man denselben Gegenstand, z. B. einen Dachziegel mit einem Auge durch das Fernrohr, und zu gleicher Zeit mit dem anderen frey beobachtet, und durch Schätzung zu bestimmen sucht, wie die letzte gesehene Größe des Gegenstandes in der ersten enthalten ist.

Verläßlicher ist folgende von Maskelyne vorgeschlagene Methode. Man stelle zuerst ein anderes kleineres Fernrohr durch Verschiebung der Ocularröhre so, daß man damit sehr entfernte Gegenstände, z. B. den Mond, deutlich sieht. Dann befestige man dieses Fernrohr auf einem Tische, und stelle unmittelbar vor demselben das neue zu messende Objectiv so, daß beyde Objective einander parallel sind. In dieser Lage läßt man von einem Gehülfen ein ebenfalls mit den beyden Objectiven parallel gehaltenes Buch so lange entfernen, bis das Auge bey dem Oculare des kleinen Rohres die Buchstaben des Buches am deutlichsten sieht; dann ist die Distanz des Buches von dem Objective, die sich nun genau messen läßt, zugleich die gesuchte Brennweite des neuen Objectives. Die viel kürzere Brennweite des Oculars aber läßt sich meistens genau genug durch das zuerst angezeigte Mittel bestimmen, wenn man es gegen die Sonne oder auch nur in einem offenen Zimmer gegen das Fenster hält, und das reine Bild der Sonne oder der äußeren entfernten Gegenstände auf einer gegenüberstehenden Tafel auffängt. Der Grund dieses Verfahrens, die Brennweite des Objectives zu messen, besteht darin, daß das Objectiv des kleineren Fernrohres durch das vorgesetzte neue Objectiv nur parallele Strahlen von dem Buche erhält, weil die Schrift des Buches jetzt eben so deutlich gesehen wird, als vorhin der sehr entfernte Mond; daß also das Buch im Brennpunkte des neuen Objectives stehen muß, weil seine durch dieses Objectiv gebrochenen Strahlen parallel sind.

Ramsden schlug zu demselben Zwecke folgende Methode vor. Wenn man das Fernrohr so gestellt hat, daß man dadurch sehr entfernte Gegenstände deutlich sieht, und dann das Auge von dem Oculare allmählig weiter zurück zieht, so erblickt man endlich in dem Oculare das kreisrunde Bild der inneren Fassung des Objectives. Man messe z. B. mit den beyden Spitzen eines geöffneten Zirkels den Durchmesser dieses Bildes, der gleich b Linien seyn soll, und man messe eben so den wahren Durchmesser der inneren Objectivfassung, der gleich a Linien seyn soll, so ist die gesuchte Vergrößerung des Rohres $= \frac{a}{b}$. Da aber die Messung jenes Bildchens schwer ist (die unmittelbare Messung des Objectives hat keine Schwierigkeit), so hat Ramsden ein eigenes kleines Instrument, den Dynameter, ausgedacht, welches in zwey in einander verschiebbaren Röhren von zwey bis drey Zoll Länge besteht. Die kleinere Röhre trägt eine convexe Linse, und die größere eine ebene Glasplatte, auf welcher parallele Striche in gleichen und sehr kleinen Distanzen eingeschnitten sind. Indem man das äußere Ende der größeren Röhre an das Ocular des Fernrohres hält, und das Auge an die Linse des Dynameters bringt, verschiebt man beyde Röhren so lange, bis man sowohl die parallelen Striche der Glasplatte, als auch zugleich das Bild der Objectivfassung vollkommen deutlich sieht, und also auch bemerken kann, wie viele Intervalle jener Striche der Durchmesser dieses Bildes enthält. Gesetzt, der Durchmesser dieses Bildes enthalte drey Intervalle, und ein jedes dieser Intervalle betrage $\frac{1}{10}$ einer Linie, so ist der Durchmesser des Bildes $3 . \frac{1}{10}$ oder $\frac{3}{10}$ Linien. Ist dann der Durchmesser der Objectivfassung 4 Zoll oder 48 Linien, so ist die gesuchte Vergrößerung 48, dividirt durch $\frac{3}{10}$ oder 160.

Anmerkungen zum zweyten Capitel.

(A) Dieselben Ausdrücke, welche wir oben gebraucht haben, den Weg des Strahles nach der Brechung durch eine Linse, oder nach der Reflexion von einem Spiegel zu bestimmen, lassen sich auch für irgend eine Anzahl Spiegel und Linsen, also auch für jede Gattung von Fernröhren anwenden, bey dem die Größe und Entfernung der Linsen und Spiegel gegeben ist.

Sey von dem ersten Glase (Fig. 21) a' die Entfernung der Linse von dem Punkte der allen Linsen gemeinschaftlichen Axe, aus welchem der leuchtende Punkt kommt, und b' die Entfernung des Punktes der Axe, in welchem der Strahl nach der Brechung durch die Linse die Axe wieder schneidet; dieselben Entfernungen für das zweyte, dritte Glas u. s. f. seyen $a''\,b''$ und $a'''\,b'''$ u. s. f. Man nenne ferner ϑ' die Tangente des Winkels des Strahls mit der Axe vor der ersten Brechung, ϑ'' vor der zweyten, ϑ''' vor der dritten, und eben so $s'\,s''\,s'''$ die Entfernung des Punktes der Linse von der Axe, wo der Strahl das erste, zweyte, dritte Glas trifft, und endlich h' die Entfernung des ersten Glases vom zweyten, h'' die des zweyten vom dritten, h''' die des dritten vom vierten u. s. w. so hat man durch eine sehr einfache Betrachtung der Zeichnung, wenn man die Brennweite des ersten, zweyten, dritten Glases durch $f'\,f''\,f'''$ und die Anzahl der Gläser durch n bezeichnet

$$\left.\begin{aligned} h' &= b' + a'' \\ h'' &= b'' + a''' \\ h''' &= b''' + a^{\mathrm{IV}} \\ &\;\vdots \\ h^{n-1} &= b^{n-1} + a^{n} \end{aligned}\right\} \text{ und } \quad \begin{aligned} \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} &= \frac{1}{f'} \\ \frac{1}{a''} + \frac{1}{b''} &= \frac{1}{f''} \\ \frac{1}{a'''} + \frac{1}{b'''} &= \frac{1}{f'''} \\ &\;\vdots \\ \frac{1}{a^{n}} + \frac{1}{b^{n}} &= \frac{1}{f^{n}} \end{aligned}$$

Eben so erhält man aus den rechtwinklichten Dreyecken der Zeichnung

$$\left.\begin{array}{lll} s' = a'\vartheta' & = b'\vartheta'' \\ s'' = a''\vartheta'' & = b''\vartheta''' \\ s''' = a'''\vartheta''' & = b'''\vartheta^{IV} \\ \vdots & & \\ s^n = a^n\vartheta^n & = b^n\vartheta^{n+1} \end{array}\right\}$$

Substituirt man die Werthe von $a'b'a''b''$.... aus dem letzten Systeme von Gleichungen in den beyden ersten Systemen, so erhält man

$$\left.\begin{array}{l} s' + s'' = h'\vartheta'' \\ s'' + s''' = h''\vartheta''' \\ s''' + s^{IV} = h'''\vartheta^{IV} \\ \vdots \\ s^n + s^{n+1} = h^n\,\vartheta^{n+1} \end{array}\right\} \text{ und } \left.\begin{array}{l} \vartheta' + \vartheta'' = \dfrac{s'}{f'} \\ \vartheta'' + \vartheta''' = \dfrac{s''}{f''} \\ \vartheta''' + \vartheta^{IV} = \dfrac{s'''}{f'''} \\ \vdots \\ \vartheta^n + \vartheta^{n+1} = \dfrac{s^n}{f^n} \end{array}\right\} \text{(A)}$$

und die Gleichungen (A) enthalten die gesammte Theorie aller dioptrischen und katoptrischen Fernröhre, so wie die der Microscope. Die Anzahl dieser Gleichungen ist $(2n - 1)$, die Anzahl der Werthe von $\vartheta'\vartheta''$ 2c. ist $(n + 1)$. Nimmt man daher, wie es der Natur der Sache gemäß ist, die Brennweiten und Entfernungen der Gläser als gegeben an, so gibt es $(2n + 1)$ dieser unbekannten Größen, welche sich daher aus den $(2n - 1)$ Gleichungen (A) alle bis auf zwey, auf dem gewöhnlichen Wege der Elimination bestimmen lassen werden. Für diese zwey wollen wir die beyden ersten dieser Größen s' und ϑ' annehmen, und dadurch sowohl, als durch die Werthe von h und f alle anderen Größen s'', s'''... s^n und ϑ'', ϑ''' ϑ^{n+1} bestimmen.

Ohne hier diese etwas umständlichen Eliminationen auszuführen, werden wir nur die Resultate derselben mittheilen.

Setzt man für die Größe k nach der Ordnung 1, 2, 3, 4.... und nimmt man an

$$\left.\begin{array}{l} s^k = H^k \cdot s' + L^k \cdot \vartheta' \\ \vartheta^k = M^k \cdot s' + N^k \cdot \vartheta' \end{array}\right\} (1)$$

so findet man die Größen K, L, M, N durch folgende Ausdrücke

$$\left.\begin{array}{l} M^{k+1} = \dfrac{H^k}{f^k} - M^k \text{ und } H^{k+1} = M^{k+1}h^k - H^k \\ N^{k+1} = \dfrac{L^k}{f^k} - N^k, \quad L^{k+1} = N^{k+1}h^k - L^k \end{array}\right\} (2)$$

Mit Hülfe der Gleichungen (1) und (2) wird man für jeden Werth von k die Werthe von s^k und ϑ^k durch die bekannten Größen s' und ϑ' und durch die gegebenen Größen h und f ausdrücken können. So ist da man für $k = 1$ hat $H' = N' = 1$ und $L' = M' = 0$, also für $k = 2$

$$M'' = \frac{1}{f'} \text{ und } s'' = \left(\frac{h'}{f'} - 1\right)s' - h'\vartheta'$$

$$N'' = -1, \quad \vartheta'' = \frac{s'}{f'} - \vartheta'$$

$$H'' = \frac{h'}{f'} - 1$$

$$L'' = -h'$$

für $k = 3$ ist $\quad s''' = H'''s' + L'''\vartheta'$

$$M''' = \left(\frac{h'}{f'} - 1\right)\frac{1}{f''} - \frac{1}{f'}, \quad \vartheta''' = M'''s' + N'''\vartheta'$$

$$N''' = -\left(\frac{h'}{f''} - 1\right)$$

$$H''' = \left\{\left(\frac{h'}{f'} - 1\right)\frac{1}{f''} - \frac{1}{f'}\right\}h'' - \left(\frac{h'}{f'} - 1\right)$$

$$L''' = -\left(\frac{h'}{f''} - 1\right)h'' + h'$$

u. s. w.

Man kennt also auf diese Weise für jeden Werth von n die Größen s, ϑ und M, N, H, S. Die erste s gibt die Entfernung von dem Mittelpunkte jeder Linse, in welcher sie von dem Strahle getroffen wird, oder die Oeffnung der Linse, welche sie haben muß, damit der Strahl durch sie gehen, und nach allen erlittenen Brechungen ein Bild machen kann. Die zweyte ϑ gibt den Winkel, unter welchem der Strahl nach den verschiedenen Brechungen

die Axe schneidet. Der erste dieser Winkel hat zur Tangente ϑ' und der letzte ϑ^{n+1}, so daß die Vergrößerung des ganzen Linsen- oder Spiegelsystemes $= \frac{\vartheta^{n+1}}{\vartheta'}$ ist.

Man findet aber leicht, daß, wenn alle nahe und fern von der Axe auf die erste Linse auffallenden Strahlen sich am Ende aller Brechungen in einem einzigen Punkte vereinigen sollen, die Größe M^{n+1} = Null seyn müsse, so daß also die Gleichung

$$M^{n+1} = 0$$

eine Bedingungsgleichung ist, die für alle optischen Instrumente, wenn man durch sie deutlich sehen soll, statt haben muß. Mit dieser Voraussetzung erhält man folgende Ausdrücke: Vergrößerung des Fernrohrs $= -\frac{1}{H^n}$; Halbmesser des kreisförmigen Feldes, welches man damit übersehen kann $= \frac{s^n}{L^n}$, und endlich Entfernung des Auges von dem letzten Glase, wo es jenes ganze Feld übersieht $= b^n = - L^n . H^n$.

Wenden wir das Vorhergehende auf Fernröhre mit zwey Linsen an, so hat man für sie die Gleichungen (A)

$$\left.\begin{aligned} s' + s'' &= h'\vartheta'' \\ \vartheta' + \vartheta'' &= \frac{s'}{f'} \\ \vartheta'' + \vartheta''' &= \frac{s''}{f''} \end{aligned}\right\}$$

und diese drey Gleichungen enthalten die ganze Theorie dieser Fernröhre. Sucht man aus ihnen die drey Größen s'', ϑ'' und ϑ''', so erhält man

$$s'' = \left(\frac{h'}{f'} - 1\right) s' - h'\vartheta'$$

$$\vartheta'' = \frac{s'}{f'} - \vartheta'$$

$$\vartheta''' = \left(\frac{h'}{f'} - 1\right) \frac{s'}{f''} - \frac{s'}{f'} - \left(\frac{h'}{f''} - 1\right) \vartheta'$$

Die oben erwähnte Bedingungsgleichung ist $M''' = 0$ oder

$$h' = f' + f''$$

und sie zeigt an, daß die beyden Linsen um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt seyn müssen, wie bekannt.

Die Vergrößerung für diese Gattung von Fernröhren ist nach dem Vorhergehenden

$$\frac{\vartheta'''}{\vartheta'} = -\left(\frac{h'}{f'} - 1\right)$$

oder, wenn man den obigen Werth von h' substituirt

$$\frac{\vartheta'''}{\vartheta'} = -\frac{f'}{f''}$$

also die Vergrößerung gleich dem Quotienten der Brennweiten, und da dieser Quotient negativ ist, das Bild verkehrt, wie bekannt.

Für den wahren Ort des Auges hinter dem Ocularglase ist

$$b'' = \frac{s''}{\vartheta'''} = \frac{\left(\frac{h'}{f'} - 1\right) s' - h'\vartheta'}{\left(1 - \frac{h'}{f''}\right)\vartheta'}$$

oder, wenn man hier bloß den von der Oeffnung s' des Objectives unabhängigen Theil betrachtet

$$b'' = \frac{h'}{\frac{h'}{f''} - 1} = (f' + f'') \cdot \frac{f''}{f'}.$$

Die Oeffnung s'' des Oculars, die nothwendig ist, den Strahl durchgehen zu lassen, ist ferner

$$s'' = \left(\frac{h'}{f'} - 1\right)s' - h'\vartheta'$$

also wieder der von s' unabhängige Theil

$s'' = -h'\vartheta' = -(f' + f'')\vartheta'$ und daher das halbe Gesichtsfeld $\vartheta' = -\frac{s''}{f' + f''}$.

Alle vorhergehenden Ausdrücke gelten unverändert für das astronomische Fernrohr, dessen Linsen beyde convex sind. Für das holländische ist das Ocular concav, also dessen Brennweite F''

negativ. Setzt man daher in den vorhergehenden Ausdrücken $f'' = -F''$, so hat man für das holländische Rohr Vergrößerung $\frac{g'''}{g'} = +\frac{f'}{F''}$ oder wegen dem positiven Werthe dieser Größe das Bild aufrecht. Für den Ort des Auges ist

$$b'' = -(f' - F'')\frac{F''}{f'}$$ und da dieser Ausdruck negativ ist, so sollte das Auge eigentlich **vor** dem Oculare oder zwischen den beyden Gläsern stehen. Da das aber nicht möglich ist, so muß es auf der anderen Seite des Oculars wenigstens so nahe als möglich an dasselbe gebracht werden; daher bey diesen Fernröhren das Gesichtsfeld immer sehr klein ist: alles mit dem Vorhergehenden übereinstimmend.

(B) Um von der Art einen Begriff zu geben, die Farbenzerstreuung durch die Verbindung einer convexen Linse mit einer concaven zu heben, deren jede, wegen dem verschiedenen Glase, aus welchem sie besteht, eine verschiedene Brechbarkeit sowohl, als eine verschiedene Farbenzerstreuung hat, sey C Fig. 22 eine concave Linse, deren Brechungsverhältniß für die mittleren Strahlen, welche nahe in der Mitte des Farbenbildes liegen, gleich N, während das Brechungsverhältniß der violetten Strahlen gleich n ist. Für das Glas, aus welchem die andere convexe Linse C′ besteht, seyen dieselben beyden Verhältnisse N′ und n′. Man nennt die Größen N — n und N′ — n′ das **Maß** der Farbenzerstreuung.

Der mit der Axe parallel auf die concave Linse auffallende Strahl wird durch dieselben divergirend und so gebrochen, als ob er aus dem Punkte r käme, sein violetter Theil eben so, als ob er aus dem Punkte b käme. Da dieser Strahl divergirend auf die convexe Linse C′ trifft, so wird er durch sie convergirend zur Axe nach dem Punkte r′, der violette Theil aber nach b′ gebrochen.

Es ist aber, wenn wir die oben angenommenen Bezeichnungen beybehalten

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right)$$

oder wenn man der Kürze wegen die beyden Halbmesser der Linsen gleich setzt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2(n-1)}{r} \dots (3)$$

Sey R der Halbmesser der concaven Linse, so ist für sie nach der Gleichung (3) da $r = -R$ und a unendlich groß ist,

$$\frac{1}{Cr} = -2\left(\frac{N-1}{R}\right) \text{ und } \frac{1}{Cb} = -\frac{2(n-1)}{R}$$

Ist eben so R′ der Halbmesser der convexen Linse, so ist nach derselben Gleichung (3) da $r = R'$ ist

$$\frac{1}{C'r'} + \frac{1}{Cr} = \frac{2(N'-1)}{R'} \text{ und } \frac{1}{C'b'} + \frac{1}{Cb} = \frac{2(n'-1)}{R'}$$

oder, wenn man die vorhergehenden Werthe von Cr und Cb substituirt,

$$\frac{1}{C'r'} = \frac{2(N'-1)}{R'} + \frac{2(N-1)}{R}$$

$$\frac{1}{C'b'} = \frac{2(n'-1)}{R'} + \frac{2(n-1)}{R}$$

Soll nun die doppelte Linse achromatisch seyn, oder soll die Farbenzerstreuung b′r′ verschwinden, so muß $\frac{1}{C'r'} = \frac{1}{C'b'}$ seyn, woraus man erhält

$$\frac{(N'-1)-(n'-1)}{R'} = \frac{(n-1)-(N-1)}{R} \text{ oder}$$

$$\frac{N'-n}{N-n} = -\frac{R'}{R}$$

oder man muß die Halbmesser der Linsen so wählen, daß sie sich wie die Maße der Farbenzerstreuungen der beyden Gläser verhalten.

Drittes Capitel.

Micrometer, Vernier und Libelle.

Da in dem Brennpunkte des Fernrohres, wie wir gesehen haben, die Bilder der Gegenstände liegen, welche man beobachtet, so hat man in diesem Orte des Fernrohres verschiedene Vorrichtungen, gewöhnlich von feinen Fäden, angebracht, durch welche man die Größe dieser Gegenstände oder ihre Entfernungen von einander genau messen kann. Alle diese Vorrichtungen sind unter dem Nahmen der Micrometer bekannt, und wir wollen die vorzüglichsten derselben näher anzeigen.

Der einfachste aller Micrometer ist das das Gesichtsfeld begränzende Diaphragma selbst, wenn es genau kreisförmig abgedreht ist. Bequemer für die Beobachtungen ist ein auf beyden Seiten kreisförmiger Ring, der nur etwas kleiner als die Oeffnung des Diaphragmas ist, und an diesem letzteren durch zwey oder mehrere Metallplättchen befestiget wird. Da dieser kreisförmige Ring auch an der Fläche des Himmels einen Kreis abschneidet, und da die Sehnen, welche die durch diesen unverrückten Kreis gehenden Sterne beschreiben, alle senkrecht auf den Stundenkreis sind, der durch die Mitte des Feldes geht, so sieht man leicht, daß man, wenn der Halbmesser des Kreises bekannt ist, aus den beobachteten Ein- und Austritten der Sterne die Differenz ihrer Rectascensionen und ihrer Declinationen ableiten kann. Ist daher die Rectascension und Declination von einem der beobachteten Gestirne bekannt, so läßt sich daraus auch die der andern finden.

Wir müssen also zuerst den Halbmesser r dieses Kreismicrometers finden. Am einfachsten wird man dazu die

Sonne brauchen. Es sey R der Halbmesser der Sonne in Raumsecunden, wie man ihn aus den Ephemeriden für den Beobachtungstag findet, ϑ die wahre Sonnenzeit zwischen den äußern und ϑ' zwischen den inneren Berührungen der Sonne und des Kreises, beyde in Zeitsecunden ausgedrückt, endlich δ die Declination der Sonne, so ist der gesuchte Halbmesser r des Kreises in Raumsecunden

$$r = (\tfrac{15}{4} \operatorname{Cos}.\delta)^2 . \left(\frac{\vartheta^2 - \vartheta'^2}{R}\right).$$

Diese Bestimmung wird desto genauer seyn, je größer der Halbmesser der Sonne gegen den Halbmesser des Kreises ist. Da es zuweilen schwer ist, alle vier Berührungen genau zu beobachten, so ist es gut, zu bemerken, daß man eine von diesen vier Beobachtungen ganz entbehren kann. Gewöhnlich sind die zwey inneren Beobachtungen die schwierigsten. Nennt man daher die vier Beobachtungszeiten nach der Ordnung, wie sie auf einander folgen, t, t', t'', t''', so ist $\vartheta = t''' - t$, und $\vartheta' = t'' - t'$. Ist daher die zweyte Beobachtung oder t' ungewiß, oder ganz verloren, so hat man auch $\vartheta' = 2t'' - t''' - t$, und ist die dritte ungewiß, so hat man $\vartheta' = t''' - 2t' + t$. Die Ursache davon ist die Bedingungsgleichung $t' - t = t''' - t''$, welche zwischen diesen vier Beobachtungen immer statt haben muß, wenn sie richtig sind.

Noch vortheilhafter wird man zu dieser Bestimmung zwey Fixsterne wählen, deren genau bekannte Differenz der Declination nur wenig kleiner, als der Durchmesser des Kreises ist. Nennt man wieder t t' die Durchgangszeiten und δ δ' die Declinationen der beyden Sterne, und sucht man zuerst die beyden Winkel m und m' aus den Gleichungen

$$\frac{\tfrac{15}{2} t' \operatorname{Cos}\delta' + \tfrac{15}{2} t \operatorname{Cos}\delta}{\delta' - \delta} = \operatorname{tg} m,$$

$$\frac{\tfrac{15}{2} t' \operatorname{Cos}\delta' - \tfrac{15}{2} t \operatorname{Cos}\delta}{\delta' - \delta} = \operatorname{tg} m', \text{ so ist } r = \frac{\delta' - \delta}{2 \operatorname{Cos} m \operatorname{Cos} m'}.$$

Um den Werth von r, der allen künftigen Beobachtungen zu Grunde liegt, genauer zu erhalten, wird man diese Bestimmungen öfter wiederhohlen, und um sich von der gegebenen Declination unabhängig zu machen, mehrere Sternenpaare wählen, und endlich auch für dasselbe Sternenpaar zwischen den verschiedenen Beobachtungen das Ocular etwas drehen, um die Sterne auf verschiedenen Punkten des Umfanges des Kreises ein- und austreten zu lassen. Erhält man so immer nahe denselben Werth von r, so ist dieß der beste Beweis, daß der Ring in der That die Gestalt eines Kreises hat.

Hat man so durch mehrere Beobachtungen den Werth von r genau gefunden, so muß bey allen künftigen Beobachtungen das Ocular immer gleich weit von dem Objective entfernt seyn, weil mit dieser Entfernung sich auch der Halbmesser r ändert. Ein einfaches Zeichen an der Ocularröhre wird hinreichen, das Ocular immer in dieselbe Lage zu bringen.

Dieses Instrument ist eines der einfachsten und nützlichsten zur Bestimmung der Rectascensionen und Declinationen der Gestirne. Sey t die Zwischenzeit der Sehne, oder die Zeit zwischen dem Ein- und Austritte in Zeitsecunden von einem bekannten Sterne, dessen Rectascension α und Declination δ ist. Für den zweyten unbekannten Stern, dessen Rectascension α' und Declination δ' seyn soll, z. B. für einen Planeten oder Cometen sey die Zeit der Sehne t'. Dieß vorausgesetzt, suche man x, x' und d, d' durch die Gleichungen

$$\text{Sin } x = \frac{\frac{1}{2}5 \, t \text{ Cos } \delta}{r} \qquad \text{Sin } x' = \frac{\frac{1}{2}5 \, t' \text{ Cos } \delta}{r}$$

$$d = r \text{ Cos } x \qquad d' = r \text{ Cos } x'$$

so ist die Differenz der Declinationen beyder Gestirne

$$\delta' - \delta = d' - d$$

Addirt man endlich bey jedem der beyden Sterne den Eintritt zu dem Austritte, so ist die halbe Differenz τ dieser beyden

Summen zugleich die gesuchte Differenz der Rectascensionen, oder es ist $\alpha' - \alpha = \tau$.

Wenn man sich für seinen Micrometer eine Tafel entwirft, welche für jeden Werth von t Cos δ die Größe d gibt, so wird dadurch der Gebrauch des Instrumentes sehr erleichtert.

Mit diesem Micrometer lassen sich auch sehr bequem die Sonnenflecken beobachten, die von den Astronomen bisher vielleicht zu sehr vernachlässiget wurden. Ist ϑ die Zeit zwischen den äußeren Berührungen des Sonnenrandes, d. h. zwischen dem ersten und letzten Blick derselben, und ist τ die Zeit zwischen dem Ein- und Austritte des Fleckens, und wie zuvor r der Halbmesser des Kreises, R der Halbmesser der Sonne und δ ihre Declination, so suche man die Werthe von D und D' aus den Gleichungen

$$D^2 = (R + r)^2 - (\tfrac{15}{2} \vartheta \operatorname{Cos} \delta)^2$$

$$D^2 = r^2 - (\tfrac{15}{2} \tau \operatorname{Cos} \delta)^2$$

und (D' — D) ist die Differenz der Declination des Mittelpunktes der Sonne und des Fleckens. Die Differenz der Rectascension aber ist der halbe Unterschied der Summen aus dem Ein- und Austritte des Sonnenrandes und des Fleckens.

Man sieht leicht, daß die vorher gebrauchten Werthe von d und d' eigentlich die senkrechten Distanzen der Sehnen des Sterns und des Cometen von dem Mittelpunkte des Kreises sind. Wenn eines dieser Gestirne, z. B. der Comet nahe bey dem Mittelpunkte des Kreises vorübergeht, so kann man die Größe d' auf die vorige Art nicht genau finden, weil nach der Natur des Kreises jeder kleine Beobachtungsfehler, der doch im Allgemeinen unvermeidlich ist, den Werth von d' sehr entstellt. Dieser Unvollkommenheit des Kreismicrometers kann man dadurch abhelfen, daß man durch seine Mitte ein kleines Lineal legt, dessen eine Seite genau durch

den Mittelpunkt des Kreises geht. Sind dann wieder wie zuvor t und t′ die Zeiten der beyden Sehnen, und ist ϑ die Zeit von dem Eintritte des ersten Sterns bis zum Lineal, und eben so ϑ' die Zeit von dem Eintritte des zweyten Sterns bis zum Lineal, so findet man, wenn der erste Stern weit von dem Mittelpunkte durchging, die Größe d allerdings genau durch die obigen Ausdrücke

$$\text{Sin } x = \frac{\frac{1}{2}{}^{5} t \text{ Cos } \delta}{r}, \; d = r \text{ Cos } x$$

Für den zweyten, nahe bey dem Mittelpunkte vorübergehenden Stern aber wird man d′ aus den Gleichungen finden

$$\frac{d'}{d} = \frac{\vartheta' - \frac{1}{2}t'}{\vartheta - \frac{1}{2}t}$$

Wäre umgekehrt der erste Stern zu nahe an dem Mittelpunkte, so hat man für den zweyten

$$\text{Sin } x' = \frac{\frac{1}{2}{}^{5} t' \text{ Cos } \delta}{r}, \; d' = r \text{ Cos } x$$

und für den ersten

$$\frac{d}{d'} = \frac{\vartheta - \frac{1}{2}t}{\vartheta' - \frac{1}{2}t'}$$

Auf diese Weise erhält man immer beyde Größen d und d′ mit Sicherheit, und dann ist die Differenz der Declinationen $\delta' - \delta = d' - d$, wie zuvor. Diese Gleichung $d.(\vartheta' - \frac{1}{2}t') = d'.(\vartheta - \frac{1}{2}t)$ selbst gibt das beste Mittel zu untersuchen, ob die eine Seite des Lineals durch den Mittelpunkt des Kreises geht. Wählt man nähmlich zwey Sterne von bekannter Declination so aus, daß beyde in beträchtlicher Entfernung von dem Mittelpunkte zu beyden Seiten desselben durchgehen, und berechnet man aus ihren Sehnen auf die vorige Weise die Werthe von d und d′, so müssen diese der letzten Gleichung genug thun, wenn die Schärfe der Lineals in der That durch den Mittelpunkt geht.

Wir wollen das Vorhergehende auf eine Beobachtung des letzten Cometen anwenden, welche den 2. September 1824 in Wien gemacht wurde.

Uhrzeit.

Stern A	Eintritt $19^h\ 23'32''.2$)	scheinb. links		Der Halbmesser des Ringes ist r $= 1002''.0$ und die Correction der Uhr in Sternzeit $+ 19.85$.
	Austritt $26'26.\ 0$)			
Stern B	Eintritt $19\ \ 27'3.5$)	links		
	Austritt $28'54.3$)			
Comet	Eintritt $19\ \ 33'\ 10''.0$)	rechts		
	Austritt $35'\ 47.5$)			

Der Stern A ist x Herculis und B ist 4 Herculis; die mittleren Positionen für 1800.00 nach Piazzis Catalog sind

	Mittlere Rectas.	Jährliche Aend.	Mittlere Decl.	Jährliche Aend.
A	$236°26'20''.4$	$30''44$	$43°1'7''.8$	-10.59
B	$237\ \ 11\ 39.0$	$30''23$	$43\ \ 9\ 19.0$	-10.89

Die Länge der Sonne ist $\odot = 5^s\ 10°\ 21'$ und die des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn ☊ ☾ $= 9^s\ 6°\ 3'$. Damit findet man für A

Abberration $d\alpha = -\ 5.36$, $d\delta = +18.02$. Nutation $\delta\alpha = +10.63$, $d\delta = -4.44$ und für B Aberration $d\alpha = -5.04$ $d\delta = +18.08$ Nutation $d\alpha = +10.55$, $d\delta = 4.37$ und daher die scheinbare Position der Sterne für den Tag der Beobachtung

	Sch. Rectasc.	Sch. Decl.
A	$15^h\ 46'\ 35''.\ 83$	$42°\ 56'\ 59''\ 81$
B	$15\ \ 49\ 36.\ 74$	$43\ \ \ 5\ \ 3.\ 73$

Mit dem oben gegebenen Halbmesser r und den Sehnen t der Sterne und des Cometen findet man die Abstände d dieser Gestirne von dem Mittelpunkte des Ringes

$$d^A = +\ 306.''3$$
$$d^B = +\ 797.\ 2$$
$$d^{Kom} = -\ 506.\ 5$$

Wir haben daher für die Rectascension des Cometen

aus A	aus B
$38^h\ 49'\ 58''2$	$38^h\ 55'\ 57''.8$
38 68 57.5	38 68 57. 5
0 18 59.3	0 12 59. 7
0 9. 29.65	0 6 29. 8
15 46 35.83	15 49 36 74
15 56 5.48	15 56 6. 54

und für die Declination des Cometen.

aus A	aus B
$42°\ 56'\ 59''.81$	$49°5'3''73$
$d^A_d^{Kom}$ = 13′ 32. 8	$d^B_d^{Kom}$ = 21′ 43.7
$42°\ 43'\ 27''.0$	$42°43'20.0$

Im Mittel ist also aus beyden

des Cometen Rectascension $=15^h\ 56'6''.01 = 239^c\ 1'30''.1$

nördl. Declination $=42°\ 43'23''5.$

für die Uhrzeit $19^h\ 34'\ 28''\ 7$

Correct. der Uhr $+\ 19.\ 85$

Sternzeit $=19^h\ 34'\ 48''.55$

Mittl. Zeit $=8\ 47\ 14.\ 13.$

Wir haben in dem Vorhergehenden die Zeit $\frac{t}{2}$ und $\frac{t'}{2}$ durch die halben Sehnen durch 15 Cos δ multiplicirt. Da diese Multiplication später noch öfter vorkommen wird, so wird hier der Ort seyn, die Ursache davon anzugeben. Wenn man eine gegebene Größe, z. B. die noch unbekannte Länge a eines Fadens in dem Fernrohre durch die Zeit messen will, welche ein Gestirn braucht, denselben zu durchlaufen, so bringt man ihn auf das Gestirn, und legt ihn dem Aequator parallel, damit ihn der Stern seiner ganzen Länge nach durchlaufen kann. Sey t in Zeitsecunden die Zeit, welche der Stern braucht, den Faden zu durchlaufen, so ist, da 24

Stunden 360 oder 15.24 Grade geben, eigentlich 15t der Winkel an dem Weltpole, welcher zwischen den beyden Declinationskreisen enthalten ist, die durch die Endpunkte des Fadens gehen. Zieht man dann noch einen dritten Declinationskreis, der durch die Mitte des Fadens geht, also auf ihn senkrecht steht, so erhält man 2 gleiche und ähnliche sphärische Dreyecke, und daraus durch die bekannten Formeln der Trigonometrie

$$\mathrm{Sin}\,\frac{a}{2} = \mathrm{Sin}\,\frac{15t}{2}.\ \mathrm{Cos}\,\delta.$$

und dieser Ausdruck ist ganz genau für jede Länge a des Fadens. Ist aber a nur klein, so kann man annehmen

$$a = 15t.\ \mathrm{Cos}\ \delta$$

und dieß ist unser Ausdruck. Er setzt voraus, daß man einen Fixstern oder ein unbewegliches Gestirn zur Beobachtung gewählt hat, und daß auch die Uhr genau nach Sternzeit geht. Wenn aber die Uhr nur nahe nach Sternzeit geht, wenn sie z. B. in 24 Stunden Sternzeit $24^h + \vartheta$ gibt, wo ϑ in Secunden ausgedrückt ist, oder wenn ϑ die Acceleration der Uhr gegen Sternzeit in einem Sterntage ist, so muß man statt jenen constanten Factor 15 setzen $15 - 0.000174\vartheta$. Geht aber die Uhr nahe nach mittlerer Zeit und ist ϑ ihre Acceleration in einem mittlern Tage, so wird man, wenn man Fixsterne beobachtet, statt 15 setzen $15.041 - 0.000174\vartheta$. In beyden Fällen endlich ist ϑ negativ, wenn die Uhr gegen Sternzeit oder gegen mittlere Zeit retardirt.

Eine zweyte Art von Micrometer besteht aus einem horizontalen und mehreren verticalen Fäden, deren Ebene durch den Brennpunkt beyder Gläser senkrecht auf die optische Axe des Fernrohrs geht. Gewöhnlich hat man diese Fadennetze nur in solchen Instrumenten, die bloß zu Beobachtungen in der Ebene des Meridians bestimmt sind, wo also die

senkrechte Lage der Fäden durch die Bewegungen des Fernrohrs nicht gestört wird. Die vorzüglichsten Berichtigungen derselben vor ihrem Gebrauche zu Beobachtungen sind folgende.

Die Ebene des Netzes muß durch den gemeinschaftlichen Brennpunkt der beyden Gläser gehen. Um dieß zu untersuchen, bringe man den Faden auf ein wohl begränztes und deutlich sichtbares terrestrisches Object, und bewege das Auge rechts und links, auf und ab, so weit es möglich ist. Bleibt während dieser Bewegung des Auges der Faden unverrückt auf dem Objecte, so steht das Netz im Brennpunkte. Geht aber Auge und Faden auf dieselbe Seite, so ist das Netz zu nahe an dem Objective; geht Auge und Faden auf verschiedene Seiten, so ist das Netz zu weit von dem Objective.

Bey der gehörigen Einrichtung des Fernrohrs muß der Gegenstand sowohl, welchen man dadurch betrachtet, als auch dieses Fadennetz selbst, beyde zugleich am deutlichsten erscheinen. Man kann daher zuerst das Ocular so stellen, daß es einen wohlbegränzten Gegenstand deutlich sieht, und wenn man in dieser Lage die Fäden nicht ganz rein und schwarz sieht, das Netz dem Auge so lange nähern, oder davon entfernen, bis es bey jeder Seitenbewegung des Auges fest auf dem Gegenstande bleibt, wo dann die Fäden von selbst am reinsten erscheinen.

Dieses Verfahren ist für Weit- und Kurzsichtige dasselbe; denn wenn auf diese Art die Fäden genau in den Brennpunkt des Objectives gebracht worden sind, so wird jeder Beobachter, der Individualität seines Auges gemäß, nur das Ocular von dem Objective entfernen, oder ihm nähern, um beydes, Gegenstand und Faden deutlich zu sehen. Am besten eignen sich zu diesen Versuchen feine Doppelsterne, wie Castor, γ Widder, γ Jungfrau, Rigel, u. a.

Die senkrechten Fäden müssen genau vertical seyn. Man

kann diese Verticalität durch ein Loth prüfen, welches man in einiger Entfernung vor dem Instrumente aufhängt, und dessen Gewicht man zur Vermeidung der durch Luftzüge verursachten Oscillationen im Wasser gehen läßt. Hat man die horizontale Drehungsaxe des Fernrohrs durch weiter oben zu erklärende Mittel genau horizontal gestellt, so kann man den Faden an einem wohl bestimmten Objecte auf- und ablaufen lassen, wo er, wenn er während seiner Bewegung immer denselben Punkt des Objects genau deckt, vertical seyn wird. Thut er dieses nicht, so kann man das ganze Netz durch eine eigens dazu bestimmte Schraube um seinen Mittelpunkt so lange drehen, bis jene Bedingung erfüllt ist.

Ob die anderen verticalen Fäden mit dem vorigen parallel sind, findet man, wenn man ihre Verticalität eben so, wie die des vorigen untersucht, oder wenn man Sterne von nahe gleicher Declination und in der Nähe des Aequators, wegen ihrer schnellern Bewegung, während ihrer Culmination so weit als möglich über und unter dem Mittelpunkte des Netzes durch alle Fäden gehen läßt. Sind die Intervalle für beyde Sterne bey denselben Fäden gleich, so sind die Fäden selbst parallel. Auf diese Art wird zugleich ihre Aequidistanz geprüft, die zwar nicht absolut nothwendig, aber doch wünschenswerth ist.

Ob der mittlere horizontale Faden genau horizontal ist, kann man durch Sterne prüfen, welche dem Aequator sehr nahe sind, weil diese um die Zeit ihrer Culmination eine horizontale Linie beschreiben. Bleibt der Stern während seinem ganzen Durchgange durch das Rohr auf dem Faden, so ist er horizontal.

Endlich muß auch noch der Mittelpunkt des Fadennetzes oder der Durchschnitt des mittleren horizontalen und verticalen Fadens genau in der optischen Axe des Fernrohres, oder in der Linie liegen, welche die Mittelpunkte beyder Gläser

verbindet. Zu diesem Zwecke richte man den mittleren Faden auf einen wohlbestimmten und sehr entfernten Gegenstand. Dann drehe man das Fernrohr um seine Axe um 180 Grade um, so daß die Seite desselben, welche z. B. früher gegen Ost stand, jetzt gegen West stehe. Trifft in dieser Lage der Faden nicht wieder denselben Gegenstand, so verbessert man die Hälfte des Fehlers durch die Schraube, welche das Fadennetz horizontal bewegt, und wiederhohle dann dasselbe Verfahren so lange, bis der Faden in beyden Lagen des Fernrohres den Gegenstand genau trifft. Zu dieser Drehung wird man das Fernrohr mit seiner horizontalen Drehungsaxe aus seinen Pfannen heben, und in einer verkehrten Lage wieder in diese Pfannen zurücklegen, so daß die frühere östliche Axe jetzt die westliche werde. Wenn aber diese Umlegung der Dehungsaxe wegen der Einrichtung des Instrumentes nicht angeht, so liest man bey der ersten Stellung des Rohres auf den Gegenstand den Azimuthalkreis des Instrumentes ab, und dreht dann das ganze Instrument um seinen Azimuthalkreis, bis der letzte genau 180 Grade mehr zeigt. Da in dieser zweyten Lage das Ocular des Rohres gegen den Gegenstand gerichtet ist, so dreht man jetzt das Rohr selbst um seine horizontale Drehungsaxe, ohne es aus seinen Pfannen zu heben, bis das Objectiv gegen den Gegenstand gerichtet ist, und sieht zu, ob jetzt der Faden wieder den Gegenstand trifft.

Die beobachteten Durchgänge der Sterne durch die verticalen Fäden dienen zugleich, die Distanz dieser Fäden von einander zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wählt man am vortheilhaftesten solche Sterne, welche dem Pole sehr nahe stehen. Ist t die Zeit in Sternzeitsecunden, welche der Stern braucht, von einem Faden zu dem anderen zu kommen, und ist δ die Declination des Sternes, so ist die gesuchte Distanz a der Fäden in Zeit gleich $a = t \cos \delta$, oder ein Stern im Aequator, dessen Declination Null ist, wird a Secunden

brauchen, das Intervall der Fäden zu durchlaufen, und jeder andere Stern, dessen Declination d ist, wird dieses Intervall in $\frac{a}{\text{Cos d}}$ zurücklegen.

Gewöhnlich hat man eine ungerade Anzahl 3, 5 oder 7 dieser verticalen Fäden, und reducirt dann die Beobachtung an jedem Seitenfaden auf die des mittleren Fadens, wodurch man statt einer einfachen, gleichsam eine 3, 5 oder 7fache Beobachtung erhält, die also wegen den unvermeidlichen Fehlern jeder einzelnen Beobachtung im Allgemeinen desto sicherer seyn wird, je größer die Anzahl der einzelnen Beobachtungen ist. Sind die Intervalle der Fäden alle gleich groß, und sind für 3 Fäden t t′ t″ die Durchgangszeiten des Sternes, so ist im Mittel aus allen die beobachtete Durchgangszeit durch den mittleren Faden

$$T = \frac{t + t' + t''}{3}.$$

Sind für 5 Fäden diese Durchgangszeiten nach der Ordnung t t′ t″ t‴ t^{IV}, so ist der Durchgang durch den mittleren Faden

$$T' = \frac{t + t' + t'' + t''' + t^{IV}}{5} \text{ u. s. w.}$$

oder diese Werthe von T, T′ ... sind die sogenannten arithmetischen Mittel der einzelnen Zeiten.

Sind aber die Fädendistanzen ungleich, und ist z. B. für drey Fäden a das Intervall in Zeit und im Aequator zwischen den beyden ersten, und a′ zwischen den beyden letzten, so ist die verbesserte Durchgangszeit durch den mittleren Faden für einen Stern, dessen Declination δ ist

$$T + \frac{a - a'}{3 \text{ Cos } \delta}$$

Ist eben so für 5 Fäden a das Intervall zwischen dem 1sten und 2ten, a′ zwischen dem 2ten und 3ten, a″ zwischen dem 3ten und

4ten, und a''' zwischen dem 4ten und 5ten Faden, so ist die verbesserte Durchgangszeit durch den mittleren Faden

$$T' + \frac{(a - a''') + 2\,(a' - a'')}{5 \operatorname{Cos} \delta} \text{ u. s. w.}$$

Endlich kann man auch jeden einzelnen Faden auf den mittleren bringen. Hat man z. B. bey 5 Fäden nur die Zeit t durch den ersten beobachtet, so ist die Zeit des mittleren

$= t + \frac{a + a'}{\operatorname{Cos} \delta}$; hat man nur die Zeit t' des vierten beobachtet, so ist die Zeit des mittleren Fadens

$$= t' - \frac{a''}{\operatorname{Cos} \delta} \text{ u. s. w.}$$

Man sieht ohne meine Erinnerung, daß ein solches Fadennetz, wenn seine Fäden senkrecht sind, und wenn der mittlere in der Ebene des Meridians liegt, sehr bequem zur Bestimmung der Unterschiede der Rectascensionen der Gestirne ist, da die Differenzen der Zeiten der Durchgänge der Gestirne durch den mittleren Faden auch zugleich die Differenzen der Rectascensionen derselben sind. Um aber auch bey dieser Vorrichtung die Differenzen der Declinationen beobachten zu können, bringt man noch zwey horizontale Fäden an, von welchen der eine durch die Mitte des Gesichtsfeldes senkrecht auf die vorigen verticalen Fäden befestigt ist, während der andere bewegliche mittelst einer feinen Schraube sich parallel mit dem vorigen auf und nieder bewegen läßt.

Den Werth einer Umdrehung der Schraube und ihrer Unterabtheilungen kann man entweder durch zwey Sterne, deren Differenz der Declination bekannt ist, oder durch den ebenfalls bekannten Durchmesser der Sonne, oder endlich durch terrestrische Gegenstände bestimmen, deren Größe und Entfernung man kennt. Der obere Theil oder der Kopf der Schraube trägt einen Zeiger, welcher mit ihm auf einer ein-

getheilten Scheibe herumgeführt wird, wodurch man die Theile der Umdrehung der Schraube messen kann.

Außer diesem Schrauben= oder Fadenmicrometer gibt es noch mehrere andere Fadennetze, welche vorzüglich dazu bestimmt sind, die Differenzen der Rectascension und Declination außer dem Meridiane zu beobachten. Das einfachste und vorzüglichste derselben ist das Quadratmicrometer. Sey CDC'D' (Fig. 23) ein Quadrat, dessen Diagonale DD' oder CC' im Aequator $\triangle$ Zeitsecunden betragen soll. Sey t die Zeit eines Sterns vor seinem Eintritte in das Quadrat bis zu seinem Austritte, oder sey t die Zeit eines Sterns durch AB, und eben so t' die Zeit eines anderen Sterns durch A'B', und T die halbe Differenz der Summen aus den Ein= und Austritten der beyden Sterne. Hat man die Diagonale DD' so gestellt, daß sie den Sehnen AB, A'B' der Sterne genau parallel ist, daß also auch die andere Diagonale mit den Declinationskreisen der Sterne, wenn sie durch CC' gehen, zusammenfällt, so ist die Bestimmung der Differenzen der Rectascension und Declination sehr einfach. Man sucht nähmlich den Werth von x, wenn die beyden Sterne auf derselben Seite von DD' durchgehen, aus der Gleichung

$$x = \tfrac{1}{2}\,(t' - t),$$

und wenn sie auf verschiedenen Seiten durchgehen, aus der Gleichung

$$x = \frac{\triangle}{\mathrm{Cos}\,\delta} - \tfrac{1}{2}\,(t' + t),$$

wo δ die Declination des bekannten Sternes ist. Dieß vorausgesetzt, ist die gesuchte Differenz der Declinationen gleich 15 x Cos δ, und die Differenz der Rectascensionen gleich T. Da es aber nicht leicht ist, die Diagonale DD' mit den Sehnen der Sterne genau parallel zu stellen, so wollen wir annehmen, daß beyde den Winkel n unter einander bilden.

Um diesen Winkel zu finden, wird man zwey bekannte Sterne beobachten, deren Differenz der Declinationen d seyn soll. Sind wieder die Zeiten ihrer Sehnen ϑ und ϑ', und gehen sie beyde auf derselben Seite von DD' durch, so ist

$$\text{Sin}\, n = \sqrt{\tfrac{1}{2} - \frac{d}{(\vartheta' - \vartheta)}\, 15\, \text{Cos}\, \delta}.$$

Da so n bekannt ist, so hat man, wenn man die obigen Bezeichnungen beybehält, für die beyden ersten Sterne, wenn sie auf derselben Seite durchgehen,

$$x = \tfrac{1}{2}\, (t' - t)\, \text{Cos}\, 2n,$$

und wenn sie auf verschiedenen Seiten durchgehen

$$x = \frac{\Delta}{\text{Cos}\, \delta} . \text{Cos}\, n - \tfrac{1}{2}\, (t' + t)\, \text{Cos}\, 2n,$$

und dann ist die Differenz der Declinationen in Bogensecunden gleich $15 . x\, \text{Cos}\, \delta$, und die Differenz in Rectascension in Zeitsecunden gleich $T - x . \text{tang}\, 2n$. — Kennt man also die Rectascension und Declination eines dieser beyden Sterne, so findet man auf diese Weise auch die Rectascension und Declination des anderen, daher dieses Fadennetz, so wie der Kreismicrometer, vorzüglich zu den Beobachtungen der Cometen sehr geschickt ist. Der größeren Bequemlichkeit wegen wird man vor der Beobachtung das Quadrat um seinen Mittelpunkt immer so drehen können, daß die Diagonale DD' den Sehnen der Sterne wenigstens nahe parallel, oder daß der Winkel n nur klein ist. Vergleicht man den Cometen mit zwey bekannten Sternen, so wird man zuerst aus diesen zwey Sternen den Werth von n, und dann aus jedem von ihnen und dem Cometen die Rectascension und Declination des Cometen ableiten. Wenn man dieses Quadrat, statt aus Fäden, aus etwas breiten Metallplättchen construirt, so kann man dabey, wie bey dem Kreismicrometer, alle nächtliche Beleuchtung des Inneren des Rohres entbehren, was sehr vor-

theilhaft ist, wenn der Comet, wie gewöhnlich, nur wenig Beleuchtung verträgt. Auch kann man von den vier noch übrigen Theilen des kreisrunden Feldes außer dem Quadrate, die eine z. B. CBD' durch die Metallplatte ganz ausfüllen, wodurch man sogleich erkennt, daß alle Sterne, die nach ihrem Durchgange durch die zweyte Seite des Vierecks nicht mehr erscheinen, in der obern Hälfte des Quadrats beobachtet worden sind, die aber in der That die untere ist, weil das Rohr alle Gegenstände umkehrt, so daß also alle scheinbar höher durchgehenden Sterne eine in der That größere Poldistanz haben, als die scheinbar tiefer durchgehende.

Der Vernier oder Nonius ist ein eben so einfaches als sinnreiches Mittel, kleine Theile einer geraden Linie oder eines Bogens zu bestimmen, die sich unmittelbar nicht mehr verläßlich messen lassen. Er besteht in einer in gleiche Theile getheilten Linie, welche sich an einer anderen, ebenfalls in gleiche, aber in größere gleiche Theile getheilten Linie auf und ab bewegen läßt, wodurch man die Zwischenräume, welche zwischen den Theilstrichen der letzten Linie enthalten sind, wieder in andere sehr kleine Theile theilen kann.

Wenn zwey gleich große Bogen von Kreisen, die denselben Halbmesser haben, oder wenn zwey gleich große gerade Linien, deren gemeinschaftliche Länge gleich A seyn soll, in gleiche Theile so eingetheilt werden, daß die Zahl dieser gleichen Theile bey dem ersten Bogen n, und bey dem zweyten $n+1$ ist; so ist ein Theil des ersten Bogens gleich $\frac{A}{n}$, und ein Theil des zweyten gleich $\frac{A}{n+1}$, und daher die Differenz jeder zwey Theile $\frac{A}{n(n+1)}$, so daß man früher auf dem

ersten Bogen nur die Größe $\frac{A}{n}$, jetzt aber, mit Hülfe des Verniers oder des zweyten Bogens, die viel kleinere Größe $\frac{A}{n(n+1)}$ auf dem ersten Bogen unmittelbar messen kann. Ein Kreis sey z. B. von 10 zu 10 Minuten getheilt. Ein zweyter Kreisbogen von demselben Halbmesser sey von der Länge, welche gleich 9 Intervallen des ersten Kreises, also = 90 Minuten ist, und dieser Bogen sey in 10 gleiche Theile getheilt, so ist $A = 90$, $n = 9$, und daher $\frac{A}{n(n+1)} = 1$, oder man kann auf den bloß von 10 zu 10 Minuten getheilten Kreis mit Hülfe des Verniers doch noch die einzelnen Minuten unmittelbar lesen. Man verfährt dabey so: Für irgend eine gegebene Lage beyder Kreise liest man die Anzahl Grade und die Zehner von Minuten, welche der Nullpunkt des Verniers anzeigt. Wenn aber der erste Theilstrich dieses Nullpunktes nicht genau auf einen Theilstrich des ersten Kreises fällt, sondern wenn erst der erste, zweyte, dritte . . . . der nächstfolgenden Striche des Verniers mit dem Theilstriche des Kreises coincidirt, so wird man zu der ersten gelesenen Zahl noch eine, zwey, drey . . . Minuten addiren, um die wahre Lage beyder Kreise zu erhalten. Wenn man ein so getheiltes Instrument zur Hand hat, so wird einige Aufmerksamkeit und Uebung alle umständlicheren Erklärungen und selbst alle Zeichnungen entbehrlich machen, die ohne den Instrumenten meistens unzureichend, und wenn diese letzten gegeben sind, überflüssig sind, eine Bemerkung, die sich auf die meisten in diesem Buche behandelten Gegenstände anwenden läßt.

Alle unsere Höhenbeobachtungen beziehen sich auf das

Zenith, und dieses wird uns durch das Bleyloth oder durch die Libelle angegeben.

Die einfachste Gestalt eines Bleylothes ist die eines gleichschenklichten Dreyeckes, aus dessen Spitze ein Faden, mit einem Gewichte beschwert, herabhängt. Um die Horizontalität einer Linie zu untersuchen, stelle man die Basis des Dreyeckes auf diese Linie, und bemerke den Punkt der Basis, in welchem sie von dem Faden geschnitten wird. Dann kehre man das Dreyeck um, so daß sein östlicher Schenkel jetzt westlich werde, und bemerke wieder den Punkt, in welchem das Loth die Basis schneidet. Die Mitte zwischen beyden Punkten ist der Punkt, in welchem das Loth die Basis dann schneiden wird, wenn die zu untersuchende Linie horizontal ist. — Bey genau eingerichteten Bleylothen trägt die Basis einen eingetheilten Kreisbogen, dessen Mittelpunkt zugleich der Aufhängungspunkt des Fadens ist. Zeigt der Faden in der einen Lage des Instrumentes den Punkt a des Kreisbogens, und in der entgegengesetzten Lage den Punkt b, so ist die halbe Differenz $\frac{b-a}{2}$ dieser Größen die Neigung der Linie, auf welcher das Instrument steht, und die halbe Summe $\frac{b+a}{2}$ zeigt den Punkt an, auf welchen der Faden stehen muß, wenn die Linie horizontal ist. Dasselbe gilt auch von solchen Bleylothen, wo das Dreyeck mit seiner Spitze an einem horizontalen Arm befestigt ist, welcher letzte durch verticale Haken auf der zu untersuchenden Linie, z. B. auf der horizontalen Axe eines Instrumentes aufgehängt wird, und auch hier ist die halbe Differenz der gelesenen Orte des Fadens die Neigung der Axe des Instrumentes gegen den Horizont, so wie die halbe Summe dieser Orte den Punkt bezeichnet, welchen der Faden treffen muß, wenn die Axe des Instrumentes genau horizontal ist.

Die Libelle besteht aus einer cylindrisch ausgehöhlten Glasröhre, die in der Richtung ihrer Länge kreisförmig gekrümmt seyn muß, damit die Luftblase, die entsteht, wenn die Röhre nicht völlig mit Weingeist gefüllt ist, in der Mitte der horizontal gestellten Röhre am höchsten stehe. Damit die zu große Masse Weingeist sich bey einer höhern Temperatur nicht zu sehr ausdehne, wodurch die Blase kleiner, und die Libelle träger wird, kann man den größten Theil des Innern derselben mit andern leeren an beyden Seiten verschlossenen Glasröhren anfüllen. Wenn man damit eine Linie horizontal stellen will, so legt oder hängt man die Libelle in zwey einander entgegengesetzten Lagen an die Linie, und bemerkt bey jeder dieser Lagen den Ort des Mittelpunktes der Blase auf der eingetheilten Glasröhre. Stand dieser Mittelpunkt in der ersten Lage bey dem Theilstriche a und in der zweyten bey b, so muß die zu untersuchende Linie in ihrer Neigung gegen den Horizont so viel geändert werden, daß der Mittelpunkt der Blase bey $\frac{b+a}{2}$ steht. Statt dem Mittelpunkte kann man auch einen der beyden Endpunkte der Blase, nur aber in beyden Lagen immer denselben Endpunkt nehmen. Will man endlich auch die Libelle selbst verbessern, so darf man, nach der auf obige Art hergestellten Horizontalität der Linie, nur durch die Correctionsschraube der Libelle die Blase in die Mitte der Röhre bringen. Ueberhaupt gelten hier dieselben Ausdrücke, wie für das Bleyloth. Zeigt der Mittelpunkt oder dasselbe physische Ende der Blase in der einen Lage der Libelle a, und in der entgegengesetzten b, so ist $\frac{b-a}{2}$ die Neigung der zu untersuchenden Linie gegen den Horizont, und $\frac{b+a}{2}$ der Ort, wo die Blase stehen soll, wenn die Linie horizontal ist.

Viertes Capitel.

Hadley's Sextant.

Dieses kleine Instrument, eines der nützlichsten zu Lande, und unentbehrlich zur See, ist bestimmt, die Winkel zweyer Gegenstände in jeder Richtung desselben gegen den Horizont, selbst dann zu messen, wenn der Beobachter keinen festen Stand hat (Fig. 24). Es besteht aus einem Kreissector, um dessen Mittelpunkt sich eine Alhidade CD dreht, welche einen ebenen Spiegel LG trägt, der durch den Mittelpunkt des Kreises senkrecht auf die Ebene desselben geht. Ein anderer ebener kleinerer Spiegel N ist auf der Ebene des Kreises senkrecht und so befestigt, daß er mit dem großen Spiegel dann parallel ist, wenn die Alhidade auf dem Nullpunkte der Theilung steht. Die obere Hälfte des kleinen Spiegels ist durchbrochen, so daß der Strahl von dem einen der beyden Gegenstände, deren Winkel man beobachten will, durch den durchbrochenen Theil des kleinen Spiegels unmittelbar in das Fernrohr oder in das Auge des Beobachters kömmt. Dann wird, nachdem man die Ebene des Sextanten in die Ebene durch beyde Gegenstände gebracht hat, die Alhidade mit dem großen Spiegel so lange um den Mittelpunkt des Sextanten gedreht, bis der Strahl des zweyten Gegenstandes auf den großen Spiegel fällt, von welchem er nach der unteren Hälfte des kleinen Spiegels, und von dieser endlich ebenfalls in das Auge des Beobachters reflectirt wird, während welcher Drehung der Alhidade das über dem kleinen Spiegel unmittelbar, ohne Reflexion gesehene Bild des ersten Gegenstandes, immer in der Mitte des Fernrohres erhalten werden muß. Wenn sich beyde Bilder im Fernrohre genau decken, so ist der Winkel, welchen beyde Spiegel mit ein=

ander machen, oder der Theil des Gradbogens, um welchen sich die Alhidade von dem Nullpunkte der Theilung an fortbewegt hat, gleich der Hälfte des gesuchten Winkels, welchen beyde Gegenstände in dem Auge des Beobachters machen. Da aber der Bogen des Sextanten so eingetheilt ist, daß jeder halbe Grad des Kreises als ein ganzer bezeichnet ist, so ist der in dem Zustande der Deckung beyder Bilder abgelesene Bogen auch unmittelbar die gesuchte Distanz der Gegenstände.

Will man die Höhe eines Gegenstandes, z. B. der Sonne, messen, so betrachtet man ihr Bild in einem Wasser- oder Quecksilberhorizonte als den zweyten Gegenstand, und wenn man auf die eben erklärte Art diese beyden Bilder der Sonne sich in dem Fernrohre genau decken läßt, so erhält man die doppelte Höhe des Mittelpunktes der Sonne. Statt dem Mittelpunkte, der sich durch nichts auszeichnet, wird man besser die Ränder der Sonne sich decken lassen, und dann die doppelte Höhe des oberen oder unteren Randes der Sonne oder des Mondes erhalten.

Während der Beobachtung hält man den Sextanten bey seiner Handhabe E in der rechten Hand, so daß das unmittelbar gesehene Object links, das reflectirte aber rechts von dem Beobachter steht. Um den Winkel zwischen zwey Gegenständen zu messen, betrachte man den einen derselben unmittelbar durch das Rohr, bringe die Ebene des Sextanten in die Ebene beyder Gegenstände und bewege dann die Alhidade, bis das Bild des zweyten Gegenstandes in dem Felde des Fernrohres das erste beynahe bedeckt. Dann schließt man die Alhidade, und bringt durch die Micrometerschraube derselben die völlig scharfe Deckung hervor. Bey Höhenbeobachtungen sehe man das Bild des Gegenstandes in dem Horizonte unmittelbar durch das Rohr, bringe die Ebene des Sextanten in eine verticale Lage, und bewege dann die

Alhidade, bis das zweyte Bild desselben Gegenstandes ebenfalls in dem Rohre erscheint; dann schließt man die Alhidade, und bringt die scharfe Deckung beyder Bilder wieder durch die Micrometerschraube hervor. Steht z. B. bey Sonnenbeobachtungen, wo man, wie bereits erinnert wurde, immer die Ränder zur Berührung bringt, das durch Reflexion gesehene Bild über dem anderen, so erhält man die doppelte Höhe des oberen Randes der Sonne und umgekehrt. Dieses reflectirte Bild ist aber dasjenige, welches verschwindet, wenn man die Hand vor den großen Spiegel hält.

Ehe man mit diesem Instrumente Beobachtungen anstellt, muß es wie alle anderen, zuerst rectifizirt werden.

Eine der wichtigsten Bedingungen ist, daß die Alhidade auf Null stehen soll, wenn der große Spiegel dem kleinen parallel gestellt wird. Um dieß zu untersuchen, bringt man die Alhidade in die Nähe des Nullpunktes, und richtet das Fernrohr auf irgend ein deutliches Object, z. B. auf die Spitze eines Thurms oder auf einen Stern, in welcher Lage man also durch das Fernrohr zwey Bilder desselben Gegenstandes sieht. Man bringt durch die Micrometerschraube der Alhidade beyde Bilder zur Bedeckung, und wenn in dieser Lage die Alhidade z. B. 30 Minuten zeigt, so ist dieses der Collimationsfehler des Sextanten, und man muß von allen folgenden beobachteten Winkeln 30 Minuten subtrahiren, um die wahren Winkel zu erhalten. Zeigt die Alhidade 30 Minuten auf der anderen Seite des Nullpunktes, wo die Theilung des Kreises gewöhnlich nur bis auf einen Grad fortgesetzt ist, so muß dieselbe Größe zu allen beobachteten Winkeln addirt werden.

Zur Bestimmung dieses Fehlers wird man am besten sehr lichtstarke Gegenstände, z. B. die Sonne wählen. Wenn die Alhidade bey der ersten äußeren Berührung der Sonnen-

ränder a, und bey der zweyten b zeigt, so ist $\frac{a-b}{2}$ der gesuchte Collimationsfehler, und zugleich $\frac{a+b}{2}$ der Durchmesser der Sonne. Da dieser Fehler bey den meisten Sextanten veränderlich ist, so muß er vor jeder Beobachtungsreihe bestimmt werden.

Zuweilen ereignet es sich, daß man bey dieser Bestimmung des Collimationsfehlers die beyden Bilder, z. B. eines Sterns, gar nicht zu einer eigentlichen Bedeckung bringen kann, sondern daß sie, wenn man die Alhidade bewegt, statt über, neben einander weggleiten. In diesem Falle ist der kleine Spiegel nicht senkrecht auf der Ebene des Sextanten. Man bringt daher diese Bilder einander so nahe als möglich, und zieht dann die Stellschraube hinter dem kleineren Spiegel so lange an, bis sich die Bilder decken. — Um zu untersuchen, ob die Axe des Fernrohres mit der Ebene des Sextanten parallel ist, bringe man zwey Gegenstände, die wenigstens 90° von einander entfernt sind, an dem einen Rande des Sehfeldes im Fernrohre zur Berührung, und führe dann den Berührungspunkt auch auf die andere entgegengesetzte Seite des Feldes. Schneiden an dem zweyten Orte die Gegenstände, welche sich an dem ersten bloß berührten, so steht das Objectivende des Fernrohres zu weit von dem Sextanten ab, und umgekehrt. Auch läßt sich das Rohr parallel mit sich selbst durch eine eigene Schraube über der Ebene des Sextanten erhöhen und erniedrigen. Sieht man den durch Reflexion des großen Spiegels erhaltenen Gegenstand zu schwach gegen den anderen, unmittelbar durch die Oeffnung des kleinen Spiegels bemerkten Gegenstand, so muß das Rohr dem Sextanten genähert werden, um mehr Strahlen von dem unteren Theile des kleinen Spiegels zu erhalten.

Zur Beobachtung der Sonne hat man eigene gefärbte Blendgläser, die gewöhnlich vor das Objectiv des Fernrohres gestellt werden. Um zu untersuchen, ob die beyden Flächen dieser Gläser parallel sind, bringe man die zwey Bilder der Sonne zur genauen Berührung, und ändere dann die Gläser, oder drehe sie in ihren Fassungen: bleibt die Berührung ungestört, so sind sie parallel. Besser ist es, diese Blendungen vor dem Oculare anzubringen, wo sie weniger nachtheiligen Einfluß äußern.

Zur Beobachtung der Höhe endlich von irdischen oder himmlischen Gegenständen braucht man natürliche oder künstliche Horizonte. Zu den ersten gehören Wasser in einer Schale, über welches man Oehl gießen kann, um die wellenförmige Bewegung des Wassers bey jedem Luftzuge zu vermindern, oder Tinte, Buchdruckerschwärze, und am besten Quecksilber, welches einen sehr klaren Spiegel gibt, wenn man es rein hält, und wenn man vor der Beobachtung, nachdem man es auf die Schale gegossen hat, mit einem Messer von Bein oder Holz das Häutchen abstreift, welches sich auf der Oberfläche desselben durch die Einwirkung der freyen Luft bildet. Alle diese Gegenstände werden gewöhnlich mit einem Dache von parallel geschliffenen Gläsern, oder von den schon von Natur parallelen Blättern von Frauenglas, einer Gattung von Mica, bedeckt, um sie vor Luftzügen zu schützen. Die künstlichen Horizonte bestehen gewöhnlich aus ebenen Glasplatten, die auf einem schwarzen Boden liegen; enthalten sie unter sich Weingeist, so wird die Platte dadurch vertical gestellt, daß man die Blase in die Mitte der Platte bringt. Die anderen werden durch Hülfe einer Libelle horizontal gestellt. Zu diesem Zwecke stellt man zuerst die Libelle auf die Platte parallel mit zwey von den drey Fußschrauben der Platte, wo die Mitte der Platte a zeigen soll. Dann kehre man die Libelle um, daß sie wieder jenen zwey Fuß-

schrauben parallel wird, in welcher Lage die Mitte der Blase bey b stehen soll. Dann dreht man eine dieser zwey Schrauben, bis die Blase bey $\frac{b+a}{2}$ steht, und jetzt bringt man die Libelle in eine auf die vorhergehende senkrechte Lage, und drehe nun auch die dritte, bisher nicht berührte Fußschraube so lange, bis die Blase auch hier auf $\frac{b+a}{2}$ steht. Wenn diese Fehler anfangs groß waren, so wiederhohlt man dasselbe Verfahren, wodurch man es dahin bringt, daß die Blase in allen Lagen auf $\frac{b+a}{2}$ steht, oder daß die Platte horizontal ist. Diese künstlichen Horizonte sind den Veränderungen, welche durch Luftzüge und Erschütterungen des Hauses entstehen, in welchem man beobachtet, weniger unterworfen, also bequemer; aber die natürlichen sind sicherer, da sie die horizontale Lage immer von selbst annehmen. — Das Vorhergehende wird hinreichen, den Sextanten gehörig zu gebrauchen. Eigene Ansicht des Instrumentes, und vor allen ein fleißiger und umsichtiger Gebrauch desselben wird auch hier der beste Lehrer seyn.

Fünftes Capitel.

Mittagsrohr.

Das Mittagsrohr oder Passageninstrument ist das einfachste aller astronomischen Instrumente, und besteht aus einem Fernrohre, welches sich auf einer horizontalen Axe in der Ebene des Meridians bewegt. (Fig. 25.)

In dem Brennpunkte beyder Gläser senkrecht auf die

Axe des Rohres ist ein Netz von einem horizontalen, und 3, 5, oder 7 verticalen Fäden gespannt. Ob die Ebene dieses Netzes genau in dem Brennpunkte des Objectives liegt, ob die senkrechten Fäden genau vertical und unter einander parallel sind, ob der mittlere Faden horizontal ist, ob endlich der Durchschnittspunkt des horizontalen und des mittleren verticalen Fadens genau in der optischen Axe des Fernrohres liegt, — dieß alles wird genau so geprüft und verbessert, wie wir bereits in dem dritten Capitel umständlich erklärt haben, wo man auch die Distanz der einzelnen Fäden unter einander nach dem eben dort vorgetragenen Verfahren bestimmen kann.

Wenn diese vorläufigen Correctionen geendet sind, so wird die Collimationslinie (d. h. die optische Axe) des Fernrohres, wenn das Fernrohr um seine große horizontale Axe gedreht wird, an dem Himmel einen größten Kreis, d. h. einen solchen Kreis beschreiben, dessen Mittelpunkt in dem Auge des Beobachters liegt. Allein dieser größte Kreis muß erstens vertical seyn, und zweytens in der Ebene des Meridians liegen. Um die Verticalität dieses Kreises herzustellen, muß die große Drehungsaxe des Instrumentes genau horizontal seyn.

Dieß zu erreichen, hängt man die Libelle mit ihren beyden Armen an die Zapfen der Rotationsaxe, und bemerkt den Ort a des Mittelpunktes oder eines der Endpunkte der Blase. Dann hebt man die Libelle ab, und hängt sie in verkehrter Lage wieder auf, so daß der früher östliche Arm derselben jetzt westlich werde, und bemerkt wieder den Ort b desselben Punktes der Blase. Bringt man dann durch die Schraube, welche das eine Ende der Rotationsaxe zu erhöhen oder zu erniedrigen bestimmt ist, diese Axe dahin, daß jener Endpunkt der Libelle den Ort $\frac{b+a}{2}$ zeigt, so ist die

Rotationsaxe horizontal. Zur größern Genauigkeit kann man in beyden Lagen der Libelle ihre beyden Endpunkte ablesen. Wenn der Beobachter während dieser Operation immer auf derselben Seite der Drehungsaxe bleibt, und z. B. immer gegen Süden sieht, so sollen in der ersten Lage der Libelle die Endpunkte der Blase rechts r und links l und in der zweyten rechts r′ und links l′ zeigen, so wird die Axe horizontal seyn, wenn man sie durch ihre Schraube dahin gebracht hat, daß sie rechts $\frac{r'+l}{2}$ und links $\frac{r+l'}{2}$ zeigt. Jetzt beschreibt also die Collimationslinie des Fernrohres einen Verticalkreis, aber dieser Verticalkreis ist noch nicht der Meridian.

Um das Rohr in den Meridian zu bringen, müssen wir die bisherigen bloß mechanischen Correctionen verlassen, und unmittelbare astronomische Beobachtungen anwenden. Wir wollen annehmen, daß dieser Verticalkreis auf der Südseite des Zeniths von dem Meridian östlich liege, und mit dem Meridiane den Winkel a bilde, der im Allgemeinen nur klein seyn wird, da man bereits vorher, durch die bekannte Richtung der Mittagslinie, oder durch die bekannte Culminationszeit eines Sterns das Rohr immer schon beynahe in den Meridian bringen kann. Dieses a also ist das östliche Azimuth des Rohres, so daß für ein westliches Azimuth der Werth von a negativ wird. Es sey nun α die Rectascension und δ die Declination eines Sternes, φ die Pohlhöhe des Beobachtungsortes und $m = \frac{\text{Sin}(\varphi-\delta)}{\text{Cos}\,\delta}$ in welchem letzten Ausdrucke man, wenn das Gestirn in seiner unteren Culmination, unter dem Zenithe beobachtet wird, statt δ nicht die Declination selbst, sondern das Complement der Declination des Sternes zu 180° nehmen wird.

Endlich sey t die Uhrzeit des beobachteten Durchgangs

dieses Sterns durch den mittleren verticalen Faden. Für einen zweyten Stern seyen dieselben Größen α' δ' und $m' = \frac{\sin(\varphi-\delta')}{\cos\delta'}$ und t' die Uhrzeit seines Durchganges durch den mittlern Faden. Wenn die Uhr genau nach Sternzeit ginge, und wenn das Rohr sich ebenfalls genau in der Ebene des Meridians bewegte, so würde die beobachtete Zeit t der Culmination gleich der Rectascension α des Sternes seyn. Wenn die Uhr nach Sternzeit geht, aber das Rohr auf der Südseite des Zeniths um den Winkel a östlich von dem Meridiane abweicht, so wird der Stern um ma zu früh, oder um ma *vor* seiner wahren Culmination in den mittlern Faden treten, und die verbesserte Zeit der Beobachtung $(t+ma)$ wird gleich der Rectascension α des Sternes seyn. Wenn also endlich auch die Uhr nicht nach Sternzeit geht, noch das Rohr sich in dem Meridian bewegt, so wird die Differenz der zwey Größen α und $(t+ma)$ der Fehler der Uhr seyn Heißt man also x die Correction der Uhr gegen Sternzeit, wo x *positiv* vorausgesetzt wird, wenn die Uhr gegen Sternzeit zu *wenig* gibt, so hat man

$$x = \alpha - (t + ma)$$

und ganz eben so erhält man auch aus dem zweyten Sterne für die Correction der Uhr

$$x = \alpha' - (t' + m'a)$$

In diesen beyden Gleichungen sind die beyden Größen, die Correction x der Uhr und das Azimuth a des Rohres unbekannt.

Man wird sie daher beyde auf dem bekannten Wege der Elimination bestimmen. Man findet so das Azimuth

$$a = \frac{(\alpha' - t') - (\alpha - t)}{m' - m} \quad \dots \quad (I)$$

und dieses ist die Gleichung, welche wir suchten. Noch vor-

theilhafter wird man zu demselben Zwecke einen einzigen dem Pole sehr nahen Stern nehmen; heißt dann t die Uhrzeit seines Durchganges durch den mittlern Faden in der obern, und t′ in der untern Culmination, so ist

$$a = \frac{12 - (t' - t)}{2 \mathrm{Cos}\varphi \mathrm{tg}\delta} \quad \ldots \text{ II.}$$

welcher Ausdruck von der Kenntniß der Rectascension des Sterns, wie man sieht, ganz unabhängig ist. Zu diesem Zwecke eignet sich besonders der bekannte Polarstern, der zu allen Zeiten des Tages und der Nacht durch unsere neuen lichtstarken Fernröhre sichtbar ist.

Ueberhaupt, um den Werth von a mit Schärfe zu finden, wird man ein solches Sternenpaar wählen, für welches der Nenner (m′ — m) sehr groß wird, damit ein Fehler in den vorausgesetzten Rectascensionen α, α' oder in den beobachteten Zeiten t, t′ auf den Werth von a nur einen sehr geringen nachtheiligen Einfluß äußern kann. Man wird daher beyde Sterne so nahe als möglich an dem Nordpole, und zwar den einen Stern über, und den andern unter dem Pole wählen. Ist daher wie gewöhnlich, α ursae minoris oder der Polarstern, z. B. in der obern Culmination beobachtet worden, so muß man, wenn man nicht auch die untere Culmination desselben erhalten kann, die Polardistanz des andern Sterns so groß als möglich, also den Stern selbst, wenigstens nahe an dem Aequator, besser unter dem Aequator, am besten aber auf der andern Seite der Weltaxe oder in der untern Culmination wählen. Hat man aber den Polarstern in der untern Culmination beobachtet, so muß die Poldistanz der andern so klein als möglich seyn, also der Stern nicht bey dem Aequator, noch weniger unter dem Aequator und am wenigsten auf der andern Seite der Axe oder in der untern Culmination seyn.

Kennt man so das Azimuth a des Rohrs, so kann man aus der beobachteten Durchgangszeit t eines jeden Sternes, dessen Rectascension α bekannt ist, die Correction x der Uhr durch die Gleichung

$$x = \alpha - (t + ma) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (III)$$

bestimmen und man sieht, daß man zu diesem Zwecke am vortheilhaftesten solche Sterne wählen wird, für welche m nur klein ist, die also weit von dem Pole abstehen.

Da zu diesen Bestimmungen von a und x die Rectascension der Sterne, wie man ohne meine Erinnerung bemerken wird, genau gegeben seyn muß, so wird man nur solche Sterne wählen, deren mittlere Rectascension ebenfalls genau bekannt ist, und diese durch die Correction der Präcession, Nutation und Aberration auf ihre scheinbare Rectascension bringen. Wie diese dreyfache Correction für jeden Stern gefunden wird, werden wir weiter unten zeigen. Die Astronomen haben zu diesem Zwecke eigene Sternephemeriden, in welchen die scheinbaren Orte der vorzüglichsten Fixsterne für jeden Tag des Jahres schon voraus berechnet sind. Die Declination δ aber braucht, etwa den Polarstern ausgenommen, nur bis auf ganze oder halbe Minuten, genau bekannt zu seyn. Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel zu erläutern, wurde den 28. Februar 1820 an dem Mittagsrohre in Wien beobachtet

Uhrzeit des mittleren Fadens im Mittel aus allen Fäden		scheinbare Rectascension	m
α Ursae minoris ob. Culm.:	$0^h 55' 42''.97$	$0^h 56' \ 7''.13$	$-22''.4$
β Orionis .	5 4 27 .96	5 5'53 .95	+ 0 .8
α Canis minoris	7 28 27 .80	7 29 53 .64	+ 0 .7

Aus α ursae minoris und α canis minoris folgt $(\alpha' - t') - (\alpha - t) = 61.68$, $m' - m = 23.10$ also nach der Gleichung (I)

$a = \frac{61.68}{23.10} = + 2''.670$ das östliche Azimuth des Rohres, da a positiv ist.

Mit diesem Werthe von a erhält man aus der Gleichung (III) für die Correction der Uhr

	a — t	ma	x
aus β Orionis	1'25''.99 ...	+ 2''.14 ...	+1'23''.85.
α Can. min.	1'25''.84 ...	+ 1''.87 ...	+1'23. 97.

Im Mittel, Corr. d. Uhr = + 1'23''91
für $6^h16'27''$ Uhrzeit.

Auf eine ähnliche Weise fand man den folgenden Tag die Correction der Uhr + 1'25''43 für $4^h28'43''$ Uhrzeit. Wir haben also

Erste Epoche 28. Febr. $6^h16'27''$ Uhrzeit ... x = + 1'23''.91
Zweyte Epoche 29. — 428.43 .... + 1 25 .43

Differenz $22^h12'16''$ 1''52

woraus folgt, daß die Correction der Uhr in jeder Stunde Uhrzeit um 0''.069 zunimmt, oder daß der stündliche Gang der Uhr + 0''.069 ist.

Denselben 28. Februar beobachtete man eine Sternbedeckung vom Monde um $19^h24'32''$ Uhrzeit. Die Zwischenzeit von der ersten Epoche ist $13^h8'5'' = 13^h1347$.

Man hat daher Uhrzeit der Beobachtung $19^h24'32''$
Correction zur Zeit der ersten Epoche + 1 23.91.
(13.1347) (0.069) . . . . . 0.91.

Sternzeit der Beobachtung = 19 25 56.82.

Aus diesem Beyspiele sieht man, wie man die Correction oder den Stand der Uhr für jede Epoche finden, und wie man, wenn man den Stand für zwey Epochen gefunden hat, auch den Gang der Uhr bestimmen, und dadurch die Uhrzeit jeder anderen Beobachtung in ihre entsprechende Sternzeit verwandeln kann.

So wie man endlich mit dem Mittagsrohre die Correction x der Uhr bestimmen kann, wenn die Rectascension α bekannt ist, eben so kann man auch umgekehrt, wenn die Correction x bekannt ist, die Rectascension α eines beobachteten Sterns durch die Gleichung

$$\alpha = t + x + m \,.\, a \,.\,.\,.\,.\, \text{IV}.$$

mit der größten Genauigkeit finden, woraus man von selbst den hohen Werth dieses Hauptinstrumentes der beobachtenden Astronomie erkennen wird. Um diese beyden wichtigen Elemente, die Correction der Uhr und die Rectascensionen der Gestirne durch dieses Instrument immer mit der nöthigen Schärfe zu erhalten, wird man vor jeder Beobachtungsreihe die Horizontalität der Drehungsaxe durch das oben erklärte Verfahren herstellen.

Man könnte eben so, wenn man die Ebene des Rohres einmahl in den Meridian gebracht hat, in einer beträchtlichen Entfernung auf der Erde im Süden sowohl, als auch im Norden ein Meridianzeichen errichten, auf welches der mittlere Faden vor jeder Beobachtungsreihe durch die Schraube gebracht wird, welche das eine Ende der Drehungsaxe horizontal bewegt. Doch muß später auf die, in dieser bloß mechanischen Correction noch zurückbleibenden Fehler durch Rechnung Rücksicht genommen werden.

Anmerkungen zum fünften Capitel.

Von dem Mittagsrohr.

Im Allgemeinen ist es wohl bequemer, aber für die Güte der Beobachtungen nicht vortheilhaft, die Fehler des Instrumentes vor den Beobachtungen durch bloßes mechanisches Verfahren so viel möglich wegzubringen, und dann voraus zu setzen, daß diese Fehler alle auf Null gebracht worden sind, was in der

That nur selten der Fall ist. Man soll vielmehr jene mechanischen Operationen bloß dazu benützen, die Fehler des Instrumentes so viel möglich zu verkleinern, aber die dann noch übrig bleibenden Unrichtigkeiten durch die Beobachtungen selbst, die immer mehr Genauigkeit geben, zu bestimmen suchen. Für diejenigen, welche ein gutes Mittagsrohr besitzen und es der Würde dieses Instruments angemessen behandeln wollen, wird hier eine nähere Anzeige des zu beobachtenden Verfahrens nicht unangenehm seyn.

Nachdem man also auf die im Texte angezeigte Art, die verschiedenen Fehler des Instrumentes sehr nahe weggebracht hat, wollen wir, wie es in der That immer der Fall seyn wird, voraussetzen, daß doch noch kleine Reste dieser Fehler übrig sind, und diese nicht mehr an dem Instrumente selbst, was wegen ihrer geringen Größe nicht angeht, sondern an den mit dem Instrumente angestellten Beobachtungen zu verbessern suchen. — Wir wollen annehmen, daß man durch das oben erklärte Umkehren der Rotationsaxe den Fehler der optischen Axe oder den Fehler der Collimation, durch die wechselsweise Anhängung der Libelle die Neigung der Rotationsaxe gegen den Horizont, und durch das erwähnte Meridianzeichen auch das Azimuth des Rohres zwar sehr vermindert, aber doch nicht ganz weggebracht habe, und daß daher diese drey vorzüglichsten Fehler des Instrumentes, wenn die Beobachtungen auf eine große Genauigkeit Anspruch machen sollen, noch immer eine Berücksichtigung verdienen.

Es sey also a das noch übrig gebliebene Azimuth des Rohrs (positiv, wenn das Rohr auf der Südseite des Zeniths gen Ost abweicht), b die Neigung der Rotationsaxe gegen den Horizont (positiv, wenn die Westseite der Rotationsaxe zu hoch steht) c der Collimationsfehler, oder die Neigung der optischen Axe des Rohres gegen die auf die Rotationsaxe senkrechte Linie (positiv, wenn die optische Axe auf der Südseite des Zeniths gen Ost abweicht), ferner x die Correction der Uhr gen Sternzeit (positiv, wenn die Uhr gen Sternzeit zu wenig gibt), t die Uhrzeit der Beobachtung an dem mittl. Faden im Mittel aus allen Fäden; α die scheinbare Rectascension des Sterns (für untere Culminationen ist $\alpha = 12^h +$ scheinb. Rectasc.) δ die Declina-

tion des Sterns (für südliche Declinationen ist δ negativ und für untere Culminationen ist δ gleich dem Complemente der Declination zu 180°), endlich φ die Polhöhe des Beobachtungsortes.

Sey ferner der Kürze wegen

$$m = \frac{\text{Sin}(\varphi - \delta)}{\text{Cos}\,\delta} \text{ und } n = \frac{\text{Cos}(\varphi - \delta)}{\text{Cos}\,\delta}$$

und eben so für einen zweyten Stern, für welchen man die Größen $\alpha\ \delta\ t$ durch $\alpha'\ \delta'\ t'$ bezeichnet

$$m' = \frac{\text{Sin}(\varphi - \delta')}{\text{Cos}\,\delta'} \text{ und } n' = \frac{\text{Cos}(\varphi - \delta')}{\text{Cos}\,\delta'}$$

Dieß vorausgesetzt, erhält man das Azimuth des Mittagsrohres durch folgende Gleichung, wenn man 2 Sterne beobachtet hat:

$$a = (\alpha - t) - (\alpha' - t') + b'n' - bn + c(\text{Sec}\,\delta' - \text{Sec}\,\delta) \ldots \text{(I)}$$

oder wenn man, was vortheilhafter ist, einen dem Pole nahen Stern in seinen beyden Culminationen beobachtet hat und wenn die $t'b'$ für die untern Culminationen gehören

$$a = \frac{12^h - (t' - t) + [b\,\text{Cos}(\varphi - \delta) - b'\,\text{Cos}(\varphi + \delta) + 2c]\,\text{Sec}\,\delta}{2\,\text{Cos}\,\varphi\,\text{tg}\,\delta} \quad \text{(II)}$$

in welcher letzten Gleichung δ immer die Declination des Sterns bezeichnet.

Durch diese Gleichung I. oder II. findet man also das Azimuth a, wenn die Größen b und c bekannt sind. Allein wie findet man b und c? — I. Die Größe b wird man am besten durch die Libelle bestimmen. Diese gebe in der ersten Lage westlich w und östlich o, nach der Umkehrung aber westlich w′ und östlich o′ so hat man

$$b = \frac{k}{60}\,[(w + w') - (o + o')]$$

wo k den Werth eines Intervalls der Theilstriche der Libelle in Bogensecunden bezeichnet. Man findet diesen Werth leicht, wenn man die Libelle auf einen eingetheilten Kreis bindet, und bemerkt, um wie viel Theilstriche die Blase fortgeht, wenn der Kreis, also auch die Libelle mit ihm, z. B. um eine Minute um seine horizontale Axe gedreht wird.

II. Um den Collimationsfehler c zu finden, kann man, wie schon oben gezeigt wurde, ein terrestrisches Object brauchen, des-

sen Durchmesser in Bogensecunden bekannt ist; der Faden stehe in der gewöhnlichen Lage des Rohres um p Secunden östlich von dem Mittelpunkte dieses terrestrischen Zeichens (steht er so viel westlich, so ist p negativ). Dann kehre man das Rohr um, so daß seine östliche Axe westlich werde, und in dieser Lage stehe der Faden um q Secunden östlich von dem Mittelpunkte des Zeichens (steht er so viel westlich, so ist q negativ.) Dieß vorausgesetzt ist

$$c = \frac{p - q}{30}.$$

Genauer aber findet man den Werth von c, durch die Beobachtung eines dem Pole sehr nahen Sternes. In der gewöhnlichen Lage des Instruments beobachte man den Stern an dem ersten der fünf Fäden und die Zeit dieser Beobachtung durch die bekannte Distanz der Fäden auf den mittlern Faden gebracht, sey ϑ. Dann kehrt man das Rohr in seinen Lagern um, und beobachtet wieder den Stern an dem letzten Faden, (d. h. an demselben, der in der vorigen Lage der erste war); die Zeit dieser Beobachtung auf den mittlern Faden reduzirt sey ϑ', so ist

$$c = \frac{\vartheta' - \vartheta}{2} \operatorname{Cos}\delta$$

Wäre B die Neigung der Rotationsaxe vor, und B′ nach dem Umkehren, wo man B und B′ nach I findet, so ist

$$c = \frac{\vartheta' - \vartheta + (B' - B).n}{2} \operatorname{Cos}\delta$$

und auch hier ist für untere Culminationen δ das Complement der Declination zu 180°.

Kennt man so die Größen a, b, c so ist für jeden anderen Stern, dessen scheinbare Rectascension α und dessen Durchgangszeit durch den mittlern Faden t ist, die gesuchte Correction der Uhr gegen Sternzeit

$$x = \alpha - t - am - bn - \frac{c}{\cos\delta}$$

Zur bequemern Berechnung dieser Ausdrücke kann man sich eine Tafel entwerfen, welche für jeden Werth von δ die Größen m und n gibt. In den Fällen, wo nicht die größte Genauigkeit gefordert wird, oder wo die geringere Vollkommenheit des Instrumentes oder die minder sichere Aufstellung desselben keine große

Schärfe zuläßt, wird man die Größen b und c durch das im Texte vorgetragene mechanische Verfahren wegbringen, und dann in dem vorhergehenden Ausdrücken b und c gleich Null setzen, wodurch man wieder die Gleichungen I, II und III des Textes erhält.

Sechstes Capitel.

Kreise.

Unter den zu Höhenmessungen bestimmten Instrumenten sind die ganzen Kreise die vorzüglichsten. Wir wollen zwey Gattungen derselben näher anzeigen.

Der Multiplicationskreis (Fig. 26) besteht aus zwey concentrischen Kreisen, die sich in einer Verticalebene um ihre horizontale Axe drehen, welche letzte an einer verticalen Säule befestiget ist. Der äußere Kreis trägt die Theilung, der innere, an welchem auch das Fernrohr befestiget ist, die Verniere. Unter diesen Kreisen ist gewöhnlich noch ein kleiner horizontaler Kreis, und hinter ihnen auf der andern Seite der verticalen Axe ein ähnlicher kleiner verticaler Kreis, concentrisch mit den beyden großen angebracht, durch welche beyden kleineren Kreise man das Fernrohr wenigstens beynahe auf irgend einen Punkt des Azimutes und der Höhe stellen, und daher die zu beobachtenden Gestirne bequem aufsuchen kann.

Die wesentliche Einrichtung der zwey großen Kreise besteht darin, daß, wenn der innere mit dem äußern durch eigene Druckschrauben verbunden wird, beyde Kreise zugleich, und wenn diese Verbindung aufgelöst, und dafür der äußere Kreis durch seine Druckschraube an die verticale Axe befestigt wird, der innere Kreis allein um

die gemeinschaftliche Axe beyder Kreise in einer senkrechten Ebene bewegt werden kann. Diese Einrichtung macht es möglich, denselben Verticalwinkel öfter nach einander zu messen, oder ihn zu multipliciren, und sich so von den Fehlern der Theilung u. s. w. größtentheils unabhängig zu machen.

Das Verfahren, welches man bey diesen Multiplicationen zu beobachten hat, ist folgendes:

Man befestiget in irgend einer willkührlichen Lage des innern Kreises diesen innern Kreis an den äußeren, und liest die Verniere; dann öffnet man den äußeren, während der innere geschlossen bleibt, und bringt durch die gemeinschaftliche Bewegung beyder Kreise das Fernrohr nahe auf das zu beobachtende Gestirn, schließt jetzt den äußeren Kreis, und bringt durch die feine Micrometerschraube dieses Kreises das Gestirn genau auf den horizontalen Faden des Fernrohres, und bemerkt für diesen Augenblick die Zeit der Uhr.

Jetzt ist die erste Beobachtung vollendet, die aber noch kein Resultat gibt, weil der innere Kreis noch immer auf den anfangs willkührlich gewählten Punkt des äußeren steht, daher man sogleich zur zweyten Beobachtung übergeht. Man dreht nähmlich jetzt beyde Kreise um ihre verticale Axe um 180° im Azimut, bis die Ebene beyder Kreise wieder durch das Gestirn geht, öffne, bey immer geschlossenen äußeren Kreis, den inneren, und drehe den letzten mit seinem Fernrohre bis das Gestirn wieder in dem Fernrohre erscheint, schließt dann den inneren Kreis, und bringt durch seine Micrometerschraube den horizontalen Faden genau auf das Gestirn, und bemerkt auch für diesen Augenblick die Zeit der Uhr.

Jetzt ist auch die zweyte Beobachtung vollendet, und die Verniere, welche durch die letzte Drehung des inneren Kreises sämmtlich um einen Bogen des äußeren Kreises fortgerückt sind, welcher der doppelten Zenithdistanz

des Gestirns gleich ist, können abgelesen werden. Die Differenz der Mittel der Verniere in beyden Beobachtungen ist also die doppelte Zenithdistanz des Gestirnes.

Will man weiter gehen, und diese Zenithdistanz durch ein zweytes Beobachtungspaar noch genauer bestimmen, so dreht man das Instrument um seine verticale Axe wieder um 180° Grade, in die Ebene des Gestirnes, öffnet bloß den äußeren Kreis, und verfährt wie in der ersten Beobachtung. Dreht man dann das Instrument wieder um 180°, öffnet bloß den inneren Kreis, und verfährt wie in der zweyten Beobachtung, so gibt die Differenz der Verniere in der ersten und vierten Beobachtung die vierfache Zenithdistanz des Gestirnes, und eben so wird ein nächstfolgendes Beobachtungspaar die sechsfache Zenithdistanz geben, u. s. f.

Zwar sind je zwey zusammengehörende Beobachtungen nicht zu gleicher Zeit angestellt worden, und das Gestirn hat, wegen der täglichen Bewegung des Himmels, und vielleicht auch wegen seiner eigenen Bewegung, in beyden Beobachtungsmomenten nicht einerley Höhe. Da man aber, wie gesagt, bey jeder Beobachtung auch die Zeit derselben an der Uhr bemerkt, so läßt sich, wie wir weiter unten sehen werden, leicht jede dieser Beobachtungen auf die andere, oder auch alle auf irgend einen zwischen diesen Beobachtungen enthaltenen Augenblick bringen, wo dann sämmtliche Beobtungen als gleichzeitige betrachtet werden können.

Ehe man aber diese Beobachtungen vornimmt, muß das Instrument in allen seinen Theilen rectificirt seyn.

Die erste und wichtigste Bedingung ist, daß die verticale Drehungsaxe in der That senkrecht auf dem Horizonte steht. Diesen Stand erhält man am bequemsten durch eine Libelle, die an der Drehungsaxe befestigt ist. Man stellt diese Libelle parallel zu zwey Fußschrauben, wo die Mitte der Blase a zeigen soll, dreht dann die Axe um 180° wo die Blase b

zeigt. Jetzt bewegt man eine dieser beyden Schrauben so, daß die Blase $\frac{a+b}{2}$ zeigt, dreht dann den Kreis um 90° oder bringt ihn in eine, auf die beyden ersten, senkrechte Lage, und bewegt nun die dritte Fußschraube, bis die Blase auch hier, und daher auch in allen Lagen $\frac{a+b}{2}$ zeigt. Sind die anfänglichen Fehler beträchtlich gewesen, so wiederhohlt man dasselbe Verfahren, bis die Blase für alle Lagen des Kreises immer $\frac{a+b}{2}$ zeigt. Wenn man während den Beobachtungen eine Abweichung der Libelle, also eine Störung der Verticalität der Drehungsaxe bemerkt, so kann man diese auf folgende Art in Rechnung nehmen. Nach der Beobachtung des Sternes bringe man den Kreis wieder in die Ebene durch den Stern, und nachdem die Blase zur Ruhe gekommen ist, lese man die beyden Endpunkte derselben ab: das südliche Ende gebe S und das nördliche N. Dann drehe man das Instrument um 180 Grade im Azimute, und hier gebe der südliche Endpunkt S' und der nördliche N'. Ist dann m der Werth eines Intervalles zwischen zwey nächsten Theilstrichen der Libelle, und z die beobachtete, z' aber die wegen der Neigung der Drehungsaxe verbesserte Zenithdistanz des Sternes, so ist

$$z' = z \pm \frac{m}{4} [(N + N') - (S + S')]$$

das obere Zeichen, wenn der Stern auf der Südseite des Zenithes beobachtet worden ist. Hat man in beyden Lagen des Kreises nur ein Ende der Libelle gelesen, so ist

$$z' = z \pm \frac{m}{2} (N - S') \text{ oder } z' = z \pm \frac{m}{2} (N' - S).$$

Ferner wird vorausgesetzt, daß die Ebene, welche durch die Theilungsfläche des Kreises geht, mit der Rotationsaxe

parallel ist. Diesen Parallelismus herzustellen, dient eine zweyte Hänglibelle, welche wie bey einem Mittagsrohre, an die beyden hervorstehenden Enden der horizontalen Axe beyder Kreise angehängt wird. Nachdem man nähmlich durch die vorhergehende Correction die Rotationsaxe genau senkrecht gestellt hat, hängt man diese Libelle ein, wo sie a zeigen soll. Dann hängt man dieselbe Libelle an der entgegengesetzten Seite der Drehungsaxe wieder ein, wo sie b zeigen soll, und jetzt bewegt man die Schrauben, welche auf die horizontale Axe der beyden Kreise wirkt, so lange, bis die Libelle $\frac{a+b}{2}$ zeigt, wo dann diese Axe horizontal, und da die Ebene der beyden Kreise schon durch den Künstler auf dieser Axe senkrecht abgedreht worden ist, auch diese Ebene vertical, also mit der bereits früher vertical gestellten Drehungsaxe des Instrumentes parallel ist. Bliebe noch eine kleine Neigung s von n Secunden der Kreise gegen die verticale Drehungsaxe zurück, so ist die mit einem so geneigten Kreise beobachtete Zenithdistanz z um den Winkel $\frac{n^2}{2}$ Sin 1″. Cotg z zu klein, und dieser Fehler ist, wie man sieht, desto beträchtlicher, je kleiner die Zenithdistanz ist, oder je höher das beobachtete Gestirn steht.

Auch die optische Axe des Fernrohres oder die Linie welche den Mittelpunkt des Objectives mit dem Durchschnitte der beyden auf einander senkrechten Fäden in dem Fernrohre verbindet, muß mit der Ebene des Kreises parallel seyn. Zu diesem Zwecke stellt man diesen Durchschnitt n auf ein wohlbestimmtes und sehr entferntes terrestrisches Object, kehrt dann den Kreis genau um 180 Grade im Azimute um, und sieht zu, indem man das Fernrohr wieder auf das Object bringt, ob der Faden derselben wieder genau trifft. Der bemerkte Unterschied wird zur Hälfte durch die

Schraube verbessert, welche das Fadennetz in horinzontaler Richtung bewegt, und dann das Verfahren so lange wiederhohlt, bis der Durchschnitt der Fäden in beyden Lagen des Kreises das Object genau trifft. Auch hier ist, wenn a die Neigung der optischen Axe gegen die Kreisebene bezeichnet, jede beobachtete Zenithdistanz z um die Größe $\frac{n^2}{2}$ Sin 1″ Cotg. z. zu klein. Man wird daher auch aus dieser Ursache zu große Zenithdistanzen, wo es seyn kann vermeiden, und überhaupt immer in der Nähe des Durchschnittes der Fäden und zwar in beyden Lagen des Kreises immer in demselben physischen Punkte des horizontalen Fadens beobachten, weil dann eine vielleicht noch übrig gebliebene kleine Neigung des horizontalen Fadens eliminirt wird. Diese Horizontalität des Fadens, so wie die schickliche Entfernung des Netzes von dem Objective wird übrigens auf dieselbe Art gesucht, die wir schon oben bey dem Mittagsrohre erklärt haben.

Wenn der äußere Kreis nicht beweglich, sondern mit der senkrechten Rotationsaxe auf irgend eine Art fest verbunden wäre, so erhält man die einfachen Kreise, wie sie besonders die englischen Künstler, Ramsden, Troughton, Carry, u. a. verfertigt haben, in deren nähere Beschreibung wir, da sie auf dem Festlande nicht sehr verbreitet sind, hier nicht eingehen. — Wenn der äußere feste Kreis die Verniere und der innere concentrische um eine horizontale Axe bewegliche Kreis die Theilung und das Fernrohr trägt, so kann man mit einem solchen Kreise unmittelbar nur zwey Beobachtungen machen, durch welche man die doppelte Zenithdistanz erhält. Nachdem man nähmlich das Fernrohr auf das Gestirn gebracht hat, schließt man den inneren Kreis, bringt durch seine Micrometerschraube den Faden genau auf das Gestirn, bemerkt die Zeit der Beobachtung, und liest die

Verniere ab, wodurch man eine Zenithdistanz z erhält, die aber im Allgemeinen unbrauchbar ist, weil man den Collimationsfehler des Kreises, d. h. den Punkt desselben, welcher dem Zenithe entspricht, nicht kennt. Jetzt dreht man beyde Kreise um ihre verticale Rotationsaxe um 180° im Azimute, und bringt das Rohr des geöffneten inneren Kreises wieder in die Nähe des Gestirnes, schließt den Kreis, und bringt durch seine Micrometerschraube den Faden genau auf den Stern, und bemerkt die Zeit der Beobachtung sowohl, als den Stand der Verniere. Subtrahirt man den zweyten Stand der Verniere von 360°, so erhält man die zweyte Zenithdistanz z′ des Gestirnes, die ebenfalls so wie z den Collimationsfehler, aber mit entgegengesetzten Zeichen in sich enthält, woraus folgt, daß, wenn man beyde Beobachtungen als gleichzeitig ansehen kann, oder was dasselbe ist, wenn man sie beyde durch Rechnung auf einen gemeinschaftlichen Augenblick zurückgeführt hat, daß dann die halbe Summe der beyden beobachteten Zenithdistanzen die wahre Zenithdistanz des Gestirnes, und die halbe Differenz derselben der Collimationsfehler des Kreises ist. Wir haben also

wahre Zenithdistanz $Z = \frac{z' + z}{2}$,

Collimationsfehler $dZ = \frac{z' - z}{2}$.

Will man die Beobachtungen durchaus vervielfältigen, so läßt sich dieses auch bey dieser Gattung Kreise thun, indem man in der ersten Lage desselben nicht bloß eine, sondern mehrere Beobachtungen macht, indem man z. B. von Minute zu Minute durch die Micrometerschraube des befestigten inneren Kreises den Faden immer wieder auf das Gestirn bringt, und nach drey oder mehreren solchen Beobachtungen erst den Kreis um 180° umkehrt, um auch in dieser Lage eine ähn-

liche Anzahl von einzelnen Beobachtungen zu machen, die dann alle auf ein gemeinschaftliches Moment, am bequemsten auf das Mittel aller Beobachtungszeiten durch Rechnung zurückgeführt werden.

Die Rectificationen, welche mit diesen Kreisen vor der Beobachtung vorgenommen werden müssen, sind dieselben, welche wir bey den Multiplicationskreisen erklärt haben. — Zur Bestimmung des Collimationsfehlers könnte man selbst irdische Gegenstände brauchen, wo ebenfalls die halbe Summe der in zwey entgegengesetzten Lagen des Kreises beobachteten Zenithdistanzen gleich der wahren Zenithdistanz des Objectes und der halben Differenz der beobachteten Zenithdistanzen gleich dem Collimationsfehler des Kreises ist. Allein irdische Gegenstände sind selten scharf genug begränzt, und überdieß wegen der terrestrischen Refraction häufigen Aenderungen ihrer scheinbaren Höhe unterworfen. Am vortheilhaftesten eignet sich zu den Bestimmungen des Collimationsfehlers der Polarstern, und zwar nicht bloß in seinen beyden Culminationen, sondern in jedem willkührlichen Punkte seines Parallelkreises.

Um dieses durch ein Beyspiel deutlich zu machen, wollen wir eine Beobachtung dieses Sternes anführen, welche den 22. August 1821 mit einem solchen Kreise in Wien gemacht worden ist.

	Sternzeit		Beobacht. Zenith-Distanz.		
Kreis gegen Ost	18ʰ 57′ 11.″2	. .	40°	0′	39.″0
	58′ 1. 3	. .	40°	0′	17. 0
	58. 48. 5	. .	39°	59′	54. 5
Kreis gegen West	19 1 23. 9	. .	43	34	23. 0
	2 31. 1	. .	43	33	52. 0
	3 20. 3	. .	43	33	30. 0

Um diese Beobachtungen zu berechnen, muß man zuerst die Aenderung dZ der Zenithdistanz des Sternes in einer

Zeitminute kennen. Nennt man Z, δ, t, der Zenithdistanz, die Declination und den Stundenwinkel eines Sternes, und φ die Polhöhe, so ist die gesuchte Aenderung der Zenithdistanz in einer Zeitminute

$$dZ = \frac{900. \text{ Cos } \delta \text{ Cos } \varphi.}{\text{Sin } Z} \text{ Sin } t,$$

für den Polarstern ist δ = 88° 22′, und da bekanntlich Z von t abhängt, so kann man für diesen Stern eine kleine Tafel entwerfen, welche mit dem Argumente t den Werth von dZ gibt, wodurch die Berechnung dieser Beobachtungen ungemein erleichtert wird.

Wenn wir alle sechs Beobachtungen auf das Mittel der Zeiten reduziren wollen, so ist

Mittel der Beobachtungszeiten	T =	19^h 0′ 12.″ 7
scheinbare Rectascension	=	0 57 38. 5
Stundenwinkel	t =	18 2 34. 2.

und dieser Werth von t gibt dZ = — 25.″ 6, d. h. die Zenithdistanz des Sternes nimmt zur Zeit unserer Beobachtungen in jeder Zeitminute um 25.″6 ab. Die Differenz der ersten Beobachtungszeit von T ist 0^h 3′ 1″5 = 3′.025, und (3.′025) dZ = — 77″4, und diese letzte Größe von der ersten beobachteten Zenithdistanz abgezogen, gibt 39°59′ 21.″6 für die Zenithdistanz, welche man zur Zeit T beobachtet haben würde. Behandelt man eben so alle sechs Beobachtungen so erhält man

	Zenith-Distanz für die Zeit T
(3.025) dz = — 77.″4	39°59′ 21.″6
2.1900 dz = — 56. 1	59 20. 9
1.403 dz = — 35. 9	59 18. 6
— 1.187 dz = + 30. 4	43 34 53. 4
— 2.307 dz = + 59. 1	34 51. 1
— 3.127 dz = + 80. 0	34 50. 0.

und es ist nun nichts mehr übrig, als die drey ersten dieser Zenithdistanzen von den drey letzten abzuziehen, und diese Differenzen zu halbiren, um den gesuchten Collimationsfehler zu finden. So gibt

1. und 4. Beobacht. . .	halbe Differ.	1°47′45.″9
2. = 5.		45. 1
3. = 6.		45. 7
Im Mittel Collimationsfehler		1°47′45.″5.

Wenn man die Beobachtungen auf diese Weise behandelt, so sieht man zugleich ihre Uebereinstimmung. Wenn man aber von dieser Uebereinstimmung schon sonst versichert ist, so kann man viel kürzer auf folgende Weise verfahren, indem man gleich anfangs die Summen der Beobachtungszeiten sowohl, als die Zenithdistanzen durch die Anzahl der Beobachtungen dividirt. So geben:

		Sternzeit	Zenithdistanz.
Die 3 ersten Beob. im Mittel	Ost	$18^h\,58'0.''3$	40°0′16″8
und die 3 letzten	West	19 2′25.1	43°33′55.″0
Mittel T =		$19^h\,0'12.''7$.	

Die Differenz jeder dieser zwey Beobachtungszeiten von T ist 2′12″4 = 2.′207, und wie zuvor dZ = —25.″6, also auch 2.207 dZ = —56.″5. Wir haben daher

$$\begin{array}{ll} 40°\ 0'16.''8 & 43°33'55.''0 \\ -\ 56.\ 5 & +\ 56.\ 5 \\ \hline z = 39°59'20.''3. & z' = 43°34'51.''5. \end{array}$$

und dieses sind die zwey gesuchten gleichzeitigen Zenithdistanzen. Ihre halbe Summe gibt die **wahre** Zenithdistanz $\frac{z'+z}{2} = 41°47'5.''9$ für die Zeit T und ihre halbe Differenz gibt den gesuchten Collimationsfehler $\frac{z'-z}{2} = 1°\ 47'\ 45.''6$, wie zuvor, und dieser Collimationsfehler muß zu allen östlichen Zenithdistanzen addirt, und von allen west=

lichen subtrahirt werden, um die wahre Zenithdistanz zu erhalten.

Man sieht, daß diese Kreise nicht mehr so complicirt in ihrem Baue sind, als die Multiplicationskreise, und daß diese Einfachheit ihrer Construction auch die Sicherheit ihres Gebrauches vermehrt. Ueberhaupt erscheint das Prinzip der Multiplication, welches Tobias Mayer nur eingeführt hat, um den minder vollkommenen und unsicher getheilten Kreisen seiner Zeit zu begegnen, in unseren Tagen als überflüssig, ja sogar als der Genauigkeit der Beobachtungen schädlich, da die neueren eben so gut centrirten, als vollkommen getheilten Instrumente dieser Hülfe nicht mehr bedürfen; da, wie die Erfahrung lehrt, eine einzige Beobachtung an einem einfachen Kreise gewöhnlich denselben Werth hat, wie das Mittel mehrerer an einem Multiplicationskreise, und da endlich durch den complicirten Bau des letzteren und die immerwährenden Bewegungen ihrer Theile in einander Fehlerquellen eröffnet werden, die eine fortgesetzte Multiplication aufzuheben oder zu ersetzen nicht im Stande ist. Dazu kömmt noch, daß die Beobachtungen an Multiplicationskreisen viel beschwerlicher und zeitraubender sind, als die an den einfachen, indem dort nicht bloß eine wenigstens doppelte Zenithdistanz beobachtet, sondern auch noch bey jeder Beobachtung die Zeit derselben bemerkt, und endlich jede Beobachtung selbst wieder durch eine eigene Rechnung auf eine andere Zeit übergetragen werden muß. Zwar scheint dieses, nach dem bisher erklärten Gebrauche des einfachen Kreises, auch für diesen nothwendig zu seyn; allein man wird von selbst bemerken, daß diese Kreise auch noch einer anderen viel einfacheren Behandlung fähig sind, wenn anders, was man bey jedem dieser Instrumente mit Recht voraussetzen darf, der Collimationsfehler desselben constant, wenigstens nicht zu sehr veränderlich ist. Hat man nähmlich durch die oben angezeigte doppelte Beob-

achtung den Collimationsfehler dZ des Kreises bestimmt, so reicht eine einzige Beobachtung ohne Drehung des Instrumentes im Azimute hin, die wahre Zenithdistanz des Gestirns zu finden, indem man nur, so lange der Collimationsfehler derselbe bleibt, zu dieser einfachen beobachteten Zenithdistanz den Fehler dZ addiren darf, um sofort die wahre Zenithdistanz des Gestirnes zu erhalten. Beobachtet man dann mit diesen Kreisen, wie es gewöhnlich ist, die Sterne nur zur Zeit ihrer Culmination, indem man die Ebene des Kreises in die des Meridians bringt, so reicht eine einzige Beobachtung ohne Kenntniß der Zeit und ohne Reduction auf irgend eine andere Zeit hin, die wahre Zenithdistanz der Gestirne, und also auch durch bloße Addition oder Subtraction der Aequatorhöhe des Beobachtungsortes, ihre wahre Poldistanz zu bestimmen.

Dazu wird also gefordert, daß der Collimationsfehler des Kreises constant ist, und daß man den Werth desselben genau kennt. Um den letzten Zweck zu erreichen, wird man sich nicht, wie bisher, mit einer einzigen doppelten Beobachtung begnügen, sondern bey ungeänderter Lage des Kreises im Meridian einen oder auch mehrere Tage durch eine Reihe von Zenithdistanzen verschiedener Sterne beobachten, und am Ende dieser Periode mit um 180° im Azimuth verkehrter Lage des Kreises dieselben Beobachtungen wiederhohlen, wo dann jede in beyden Perioden beobachtete Zenithdistanz eines Sterns den gesuchten Collimationsfehler gibt, den man am sichersten aus allen Beobachtungen im Mittel ableiten, und dann zu den Zenithdistanzen der einen Periode addiren, von denen der andern aber subrahiren wird, um die wahren Zenithdistanzen dieser Gestirne zu erhalten.

Da bey diesem Verfahren ein schnelleres Umkehren des Kreises um seine verticale Drehungsaxe nicht mehr nothwendig ist, so sieht man, daß hier diese Axe selbst ganz entbehr-

lich wird, und daß man daher die **horizontale** Axe des Kreises, wie die eines Mittagsrohres, auf zwey Säulen oder auf starke Pfeiler legen kann, und so entsteht der **Meridiankreis** oder der Mauerkreis, der im Grunde nur ein Mittagsrohr mit einem an dem einen Ende der horizontalen Axe desselben befestigten Kreise ist, der aber die Vortheile vor dem einfachen Kreise hat, daß er, weil er nicht mehr in einer verticalen Axe beweglich ist, viel größer, und daß auch seine horizontale Axe länger seyn kann, wodurch die Genauigkeit seiner Rectification erhöht wird, und daß endlich das ganze Instrument viel fester und sicherer aufgestellt werden kann. Da der Meridiankreis aus der Verbindung eines Mittagsrohres mit einem einfachen Kreise entsteht, so sind seine Rectificationen dieselben, welche wir schon oben bey diesen zwey letzten Instrumenten aus einander gesetzt haben, und man sieht ohne meine Erinnerung, daß man ihre Zenithdistanzen sowohl als Rectascensionen mit gleicher Sicherheit beobachten, und daher den Ort jedes Gestirns durch seine **zwey** Coordinaten zu gleicher Zeit vollkommen bestimmen kann, daher dieses Instrument das vorzüglichste von allen ist, und auf keiner wohl eingerichteten Sternwarte fehlen darf.

Wenn man mit diesem Instrumente durch eine Periode von mehreren Tagen die Zenithdistanzen z verschiedener Sterne beobachtet hat, so wird man die horizontale Drehungsaxe desselben in ihren Lagern umlegen, so daß der Kreis, der früher auf der Ostseite stand, auf die Westseite komme, und in dieser Lage eine zweyte Periode von Zenithdistanzen z' derselben Sterne beginnen, wo wieder für jeden einzelnen Stern $\frac{z' + z}{2}$ die wahre Zenithdistanz des Sterns und $\frac{z' - z}{2}$ der Collimationsfehler des Kreises seyn wird. Statt den Zenithdistanzen kann man auch noch vortheilhafter

die Poldistanzen der Sterne beobachten, indem man durch die Beobachtung der obern und untern Culmination der dem Pole sehr nahen Sterne den Ort des Kreises bestimmt, welcher dem Pole des Aequators am Himmel entspricht, bey welcher Beobachtungsart das Umlegen des Kreises nicht mehr absolut nothwendig, aber immer nützlich seyn wird.

Siebentes Capitel.

Theodolit und Aequatorial.

Dieses Instrument besteht aus zwey concentrischen horizontalen Kreisen, deren innerer an den Endpunkten eines seiner Durchmesser zwey senkrechte Säulen trägt, an deren obersten Enden ein kleines Mittagsrohr mit seiner horizontalen Axe aufruht. Man befestigt den Vernier des inneren Kreises auf einem willkührlichen Theilstriche des äußeren, und bewegt beyde Kreise sammt dem Fernrohre, bis das irrdische oder himmlische Object im Fernrohr erscheint. Dann schließt man den äußeren Kreis an sein Gestelle und rotirt den gelösten inneren, bis das auf die gehörige Höhe gestellte Fernrohr den zweyten zu messenden Gegenstand trifft. Man schließt endlich wieder den inneren Kreis an den äußeren, und bringt durch die Micrometerschraube des inneren Kreises den Faden genau auf den Gegenstand. Der Winkel, welchen der Vernier des inneren Kreises an dem äußeren durchlaufen hat, ist der Winkel, welchen beyde Gegenstände in dem Mittelpunkte beyder Kreise machen. — Es ist für sich klar, daß man nach der zweyten Beobachtung wieder beyde Kreise drehen kann, bis das Rohr an dem unverrückten inneren Kreise wieder den ersten Gegenstand trifft, und daß man so, wie oben bey dem Multiplicationskreise, die Beobachtungen, so oft man will, wie-

verhohlen kann, so wie es keiner Erinnerung bedarf, daß das Princip der Multiplication bey diesen Instrumenten noch leichter entbehrt werden kann, als bey jenen.

Um sich während der Bewegung der Kreise von der unverrückten Lage des Fußgestelles zu überzeugen, dient ein unter den Kreisen an diesem Fußgestelle angebrachtes Versicherungsrohr, welches aber vortheilhafter an dem äußern Kreise selbst angebracht werden sollte. Noch ist mit dem Fernrohre ein kleinerer verticaler Kreis verbunden, mit welchem man auch die Höhen der Gegenstände beobachten kann.

Die Rectificationen dieses Instrumentes vor den Beobachtungen sind kürzlich folgende:

Um die verticale Drehungsaxe des ganzen Instrumentes senkrecht auf den Horizont zu stellen, stellt man die Libelle parallel mit zwey Fußschrauben, in welcher Lage der Mittelpunkt oder ein Endpunkt der Blase a zeigen soll. Nachdem man den Kreis um 180° im Azimute umgekehrt hat, zeige derselbe Punkt der Blase b. Dann dreht man eine dieser beyden Fußschrauben so lange, bis die Blase $\frac{a+b}{2}$ zeigt, dreht dann den Kreis um 90°, so daß die Libelle eine auf ihre beyden vorigen Lagen senkrechte Richtung erhält, und bewegt nun auch die dritte Fußschraube, bis die Libelle auch hier $\frac{a+b}{2}$ zeigt, wo sie dann in allen Lagen des Kreises $\frac{a+b}{2}$ zeigen muß.

Um die horizontale Drehungsaxe des Fernrohres genau horizontal zu stellen, zeige die Libelle den Punkt α. Dann kehre man, ohne das Instrument zu bewegen, die Libelle um, so daß ihre östliche Seite westlich werde. Zeigt sie in dieser zweyten Lage β, so muß die eine der beyden Pfan-

nen, in welchem die Axe liegt, durch ihre Schraube so lange erhöht oder erniedrigt werden, bis die Libelle $\frac{\alpha+\beta}{2}$ zeigte.

Um die optische Axe des Fernrohres senkrecht auf die horizontale Drehungsaxe desselben zu setzen, richte man das Fernrohr auf ein wohlbegränztes Object, kehre dann die Axe des Rohres in ihren Pfannen um, so daß ihr östliches Ende westlich werde, und wenn in dieser Lage der Faden das Object nicht wieder genau trifft, so wird der halbe Fehler durch die horizontale Bewegung des Fadennetzes verbessert. Die andere Correction der Fäden wegen ihrer gehörigen Entfernung von dem Objective, wegen ihrer Verticalität, ihrem Parallelismus u. s. w. sind wie bey dem Mittagsrohre.

Um endlich auch den Collimationsfehler des Verticalkreises zu untersuchen, bringe man den horizontalen Faden des Fernrohres auf ein wohlbegränztes Object, und lese an dem Verticalkreise ab. Dann kehre man das Fernrohr, nicht seine horizontale Axe, um, so daß das Objectiv nun bey dem Beobachter steht, drehe den Kreis um 180° im Azimute, visire nach dem Objecte und lese wieder den Verticalkreis ab. Der so auf dem Verticalkreise zurückgelegte Bogen ist die doppelte Zenithdistanz des Objectes, also ihre Hälfte die wahre Zenithdistanz, die mit den gelesenen Zahlen verglichen, den Collimationsfehler des Verticalkreises oder die Zahl gibt, welche man von allen beobachteten Zenithdistanzen subtrahiren oder auf der andern Seite des Kreises addiren muß, um die wahre Zenithdistanz zu erhalten.

Wenn man die verticale Drehungsaxe eines einfachen Kreises (Cap. VI.) so gegen den Horizont neigt, daß sie der Weltaxe parallel wird, so erhält man ein Aequatorial oder eine parallactische Maschine (Fig. 27). In

dieser Lage wird der Azimutalkreis zum Stundenkreise und der Höhenkreis zum Declinationskreise, oder jener wird dem Aequator parallel und dieser fällt mit dem Declinationskreise des Sternes zusammen, welchen man eben in dem Felde seines Fernrohres sieht, daher man an jenem den Stundenwinkel, und an diesem die Declination der Sterne beobachten kann. Bey den kleineren, transportablen Instrumenten dieser Art ruht gewöhnlich die Mitte der Polarare auf einer senkrechten Are, um welche letzte sich das ganze Instrument dem Horizonte parallel um einen Azimutalkreis bewegen läßt, und welche daher vor den Beobachtungen eben so wie die Drehungsare der Theodoliten, durch die Libelle vertical gestellt wird. Die optische Are des Fernrohres aber wird man am bequemsten dadurch corrigiren, daß man einen sehr entfernten und gut begränzten Gegenstand in den Durchschnitt der Fäden bringt, und den Stundenwinkel abliest, dann aber, bey immer geschlossenem Azimutalkreise den Stundenwinkel genau um 12^h ändert, und in dieser Lage das Rohr wieder auf den Gegenstand bringt, und wenn jetzt der Fadendurchschnitt den Gegenstand nicht trifft, den halben Fehler durch die Correctionsschraube des Fadennetzes so lange verbessert, bis für beyde um 12^h entfernte Stundenwinkel der Faden immer denselben Punkt des Gegenstandes trifft. Allein außer diesen Fehlern des Instrumentes gibt es noch mehrere andere, welche ebenfalls berichtiget oder wenigstens bekannt seyn müssen, ehe man zu den eigentlichen Beobachtungen mit demselben übergehen kann. Es soll nähmlich erstens die Polarare, die durch die vorhergehende Correction durch die Libelle in einem Verticalkreise liegt, nicht bloß in der Ebene eines Verticalkreises, sondern in der Ebene des Meridians selbst liegen. Diese Abweichung ω der Ebene, welche durch die Polarare, und durch die senkrechte Drehungsare des Instrumentes geht, von der Ebene des Meridians

ist also der erste Fehler des Instrumentes. Diese Polaraxe muß aber auch zweytens nicht bloß in der Ebene des Meridians liegen, sondern sie muß auch der Weltaxe parallel seyn, oder ihre Neigung gegen den Horizont muß der Polhöhe des Beobachtungsortes gleich seyn. Diese Abweichung der Neigung der Polaraxe von der Polhöhe, oder was dasselbe ist, diese Entfernung λ des Instrumentalpoles, in welchem die verlängerte Polaraxe die Fläche des Himmels trifft, von dem wahren Weltpole, ist der zweyte Fehler des Instrumentes. Endlich ist es auch nicht zu erwarten, daß der Künstler die Nullpunkte der beyden Hauptkreise, des Stunden- und des Declinationskreises, genau auf den rechten Ort gebracht hat, und die Entfernungen $\triangle\sigma$ und $\triangle\pi$ der auf dem Stunden- und Declinationskreise bezeichneten Mittelpunkte von ihren wahren Nullpunkten, oder die Collimationsfehler dieser beyden Kreise sind ebenfalls noch zu berichtigen. Alle diese Fehler lassen sich am besten durch zwey, mehrere Stunden von einander entfernte Beobachtungen eines bekannten Sterns, vorzüglich des Polarsternes, bestimmen.

Sey Fig. 28 P der Weltpol, Z das Zenith, also PZ der Meridian, Π der Pol des Instrumentes und $P\Pi = \lambda$ die Entfernung der beyden Pole, so wie $ZP\Pi = \varphi$ der Winkel dieser Entfernung mit dem Meridian, und $PZ\Pi$ der oben erklärte Winkel ω. Es sey ferner S und S' der Ort des Sterns in seinen zwey Beobachtungen, so ist $PS = PS' = p$ die wahre Poldistanz und $ZPS = s$, $ZPS' = s'$ der wahre Stundenwinkel des Sterns in den beyden Beobachtungen, welche Stundenwinkel man bekanntlich erhält, wenn man die scheinbare Rectascension des Sterns von der Sternzeit der Beobachtungen subtrahirt. Die Poldistanzen des Instrumentes aber sind $\Pi S = \pi$ und $\Pi S' = \pi'$ so wie der Stundenwinkel des Instrumentes $Z\Pi S = \sigma$ und $Z\Pi S' = \sigma'$ und wenn, wie zuvor $\triangle\sigma$ und $\triangle\pi$ die Colli-

mationsfehler der beyden Kreise sind, so sind $\pi + \triangle\pi$ und $\pi' + \triangle\pi$ die beyden an dem Instrumente abgelesenen Poldistanzen, so wie $\sigma + \triangle\sigma$ und $\sigma' + \triangle\sigma$ die beyden an dem Instrumente abgelesenen Stundenwinkel des Sterns, und es handelt sich nur darum, aus den beyden Beobachtungen diese vier unbekannten Größen $\triangle\sigma$, $\triangle\pi$, λ und φ zu bestimmen.

Mit einiger Kenntniß der Trigonometrie aber sieht man leicht, daß unter der hier immer erlaubten Voraussetzung, daß diese Fehler nur klein sind, für die erste Beobachtung die Gleichungen statt haben:

$$s = \sigma + \triangle\sigma + \lambda \operatorname{Sin}(\varphi - s) \operatorname{Cotg} p$$

$$p = \pi + \triangle\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s)$$

und eben so hat man für die zweyte Beobachtung, da $\triangle\sigma$ und $\triangle\pi$ für alle Beobachtungen so wie λ und φ constant ist

$$s' = \sigma' + \triangle\sigma + \lambda \operatorname{Sin}(\varphi - s') \operatorname{Cotg} p$$

$$p = \pi' + \triangle\pi + \lambda \operatorname{Cos}(\varphi - s')$$

Diese vier Gleichungen reichen aber hin, aus ihnen die vier unbekannten Größen durch Elimination zu bestimmen. Subtrahirt man die erste von der dritten, und die zweyte von der vierten, so erhält man zwey Gleichungen, aus welchen man ohne Mühe die beyden folgenden ableitet

$$\operatorname{tg}\left[\varphi - \left(\frac{s'+s}{2}\right)\right] = - \frac{(\pi' - \pi) \operatorname{Cotg} p}{(\sigma' - \sigma) - (s' - s)}$$

$$\lambda = - \frac{\frac{1}{2}(\pi' - \pi)}{\operatorname{Sin}\left[\varphi - \left(\frac{s'+s}{2}\right)\right] \operatorname{Sin}\frac{s'-s}{2}}$$

und da in diesen Ausdrücken rechts von den Gleichheitszeichen alles bekannt ist, so erhält man durch sie unmittelbar die Werthe der zwey unbekannten Größen φ und λ. Kennt man aber diese zwey Größen, so wird man auch aus jeder der vier ersten Gleichungen die Größe $\triangle\sigma$ oder $\triangle\pi$

finden. Der Winkel $PZ\Pi = \omega$ endlich ist nicht als ein neuer Fehler zu betrachten, denn er hängt von den beyden Fehlern λ und φ ab, und ist mit diesen zugleich gegeben, da man hat

$$\omega = \frac{\lambda \text{ Sin } \varphi}{\text{Cos. Polhöhe.}}$$

Zieht man ΠA auf PZ senkrecht, und nimmt $PA = x$, $A\Pi = y$ so ist auch $x = \lambda \text{ Cos } \varphi$ und $y = \lambda \text{ Sin } \varphi$ also auch $\omega = \frac{y}{\text{Cos Polhöhe.}}$

Kennt man also auf die Weise die vier Größen λ, φ und $\triangle\sigma$, $\triangle\pi$, so wird man das Azimut der Polaraxe um die Größe ω verändern, um den Punkt Π in den Meridian PZ nach A zu bringen, und dann das obere Ende der Polaraxe durch ihre Lagerschrauben um die Größe $x = \lambda \text{ Cos } \varphi$ erniedrigen (erhöhen, wenn x negativ ist) um A nach P, d. h. um den Instrumentalpol Π nach P zu bringen, wodurch λ Null wird.

Endlich kann man auch die beyden Collimationsfehler durch Verschiebung des Index der Kreise, oder durch Verschiebung ihrer Vernierplatten wegbringen. Wenn man aber, was besser ist, vorzieht, das Instrument in seinen verschiedenen Theilen nicht zu viel zu verändern, so kann man diese beyden, und selbst die zwey ersten Fehler unverändert lassen, aber von ihnen bey jeder Beobachtung durch Rechnung Sorge tragen. Doch sollen wenigstens die beyden Fehler x und y so klein seyn, daß, auch wenn man auf sie nicht Rücksicht nimmt, und das Instrument auf den Stundenwinkel und die Declination eines Sternes stellt, der Stern immer nahe bey dem Mittelpunkte des Feldes im Fernrohre erscheine, weil sonst der Hauptvortheil des Instrumentes verloren ginge, daß man nähmlich mit ihm kleine Sterne bey Nacht und größere selbst am Tage bequem auffinden kann. Ist das In=

strument sorgfältig genug gearbeitet und gehörig aufgestellt, so kann man damit vielleicht selbst unmittelbar die Stundenwinkel und die Declinationen der Gestirne beobachten, indem man, wenn die vier Fehler bekannt sind, aus dem beobachteten Stundenwinkel σ und der beobachteten Poldistanz π diese wahren Größen s und p aus den Gleichungen ableitet

$$s = \sigma + \triangle\sigma + \lambda \text{ Sin } (\varphi - s) \text{ Cotg } p$$

$$p = \pi + \triangle\pi + \lambda \text{ Cos } (\varphi - s)$$

Sicherer aber wird es immer seyn, bloß vergleichende Beobachtungen damit anzustellen. Nennt man also σ und π den beobachteten Stundenwinkel und die beobachtete Poldistanz eines bekannten Sterns, dessen wahrer Stundenwinkel s und wahre Poldistanz p ist, und bezeichnet man eben so durch dieselben Größen σ' π' und s′ p′ den Stundenwinkel und die Poldistanz eines Cometen, so hat man

$$s' - s = \sigma' - \sigma + \lambda [\text{Sin}(\varphi - s') \text{Cotg } p' - \text{Sin}(\varphi - s) \text{Cotg } p]$$

und $p' - p = \pi' - \pi + \lambda [\text{Cos}(\varphi - s') - \text{Cos}(\varphi - s)]$

in welchen Gleichungen bloß die zwey Größen s′ und p′ unbekannt sind, die man also auch daraus bestimmen wird. Man sieht, daß dieses Verfahren von der Kenntniß der Collimationsfehler $\triangle\sigma$ und $\triangle$p ganz unabhängig ist, und daß es im Allgemeinen desto genauere Resultate geben wird, je näher der Comet an dem bekannten Sterne steht.

Da aber die Kenntniß der Collimationsfehler zur Aufsuchung der Gestirne immer nothwendig ist, und da sich die Verniere der beyden Kreise leicht zufällig verrücken können, wodurch die Collimationsfehler geändert werden, so wird es gut seyn, noch ein Verfahren zu kennen, durch welches man diese zwey Collimationsfehler, unabhängig von den beyden anderen Fehlern λ und φ bestimmen kann. — Zu diesem Zwecke muß man ein Mittel haben, den Declinationskreis des Instrumentes genau vertical zu stellen.

Wenn man die verticale Drehungsaxe durch die Libelle genau senkrecht gestellt hat, so stelle man den Stundenkreis auf Null und das Rohr auf ein sehr entferntes Object, und drehe dann, bey geschlossenem Stundenkreise, das Instrument genau um 180° im Azimute. Läßt sich in dieser zweyten Lage der Fadendurchschnitt nicht wieder genau auf das Object bringen, so verändere man die Lage des Stundenkreises, z. B. um eine Minute, und wiederhohle dasselbe Verfahren, bis der Fadendurchschnitt in beyden Lagen des Instrumentes das Object genau trifft, wo dann der Declinationskreis vertical steht, und die Abweichung des gegenwärtigen Standes des Stundenkreises von dem Nullpunkte desselben unmittelbar den Collimationsfehler $\triangle\sigma$ desselben gibt. Um nun auch den andern Fehler $\triangle\pi$ zu finden, kann man den bereits vertical gestellten Declinationskreis wie den Höhenkreis eines Theodoliten behandeln.

Indem man also den Fadendurchschnitt auf ein entferntes Object bringt, sey die gelesene Poldistanz des Instrumentes gleich π. Dann kehrt man das Instrument bey immer geschlossenem Stundenkreis um 180° im Azimute um, und jetzt sey die gelesene Poldistanz desselben Objectes gleich π', so ist die wahre Zenithdistanz des Objectes gleich $\frac{\pi' + \pi}{2}$, und der Collimationsfehler in Beziehung auf das Zenith gleich $\frac{\pi' - \pi}{2}$, in Beziehung auf den Pol aber

$$\triangle\pi = \frac{\pi' - \pi}{2} - \text{Aequatorhöhe.}$$

— Diese Methode setzt voraus, daß der Gegenstand, durch welchen man den Declinationskreis vertical stellt, eine beträchtliche Höhe habe, was bey sehr entfernten irdischen Gegenständen selten der Fall ist. Man könnte also dazu Sterne, vorzüglich den Polarstern nehmen, bey dem man aber die Höhen-

änderung der Zwischenzeit der Beobachtungen in Rechnung bringen muß. Um dieser Reduction überhoben zu seyn, kann man zuerst mit dem Theodoliten, dessen Mittelpunkt man an den Ort des Aequatorials bringt, nachdem man sich durch seine Rectification versichert hat, daß der Fadendurchschnitt während der Bewegung des Fernrohres einen Verticalkreis beschreibt, zwey von einander beträchtliche Punkte eines höheren Thurmes suchen, die genau in einer verticalen Ebene unter einander liegen, und dann den Stundenkreis des wieder an seinen Ort gebrachten Aequatorials so lange ändern, bis das Fernrohr desselben, bey immer geschlossenen Azimutal- und Stundenkreis dieselben Punkte des Thurmes trifft, wo dann der Declinationskreis vertical seyn, und die Bestimmung seines Collimationsfehlers $\triangle\pi$, wie zuvor, vorgenommen werden wird.

Achtes Capitel.

Tafeln.

Ehe wir zu den eigentlichen Beobachtungen übergehen, müssen wir noch den Gebrauch der am Ende dieser Abtheilung beygefügten Tafeln erklären, die ebenfalls als Instrumente zu betrachten sind, durch welche die Berechnung der Beobachtungen zugleich bequemer und sicherer gemacht wird.

Tafel I. und II.

Diese beyden Tafeln dienen zur Verwandlung des Bogens in Zeit, und der Zeit in Bogen; Veränderungen, die sehr oft in der praktischen Astronomie vorkommen. Der Ge-

brauch derselben wird am besten durch ein Beyspiel erklärt werden.

Man verwandle die gegebene Zeit $18^h\ 57'\ 33.''74$ in Bogen.

Die Tafel I. gibt

18^h . . .	270°		
57′	14	15′	
33″		8	15″
0″7			10.5
0.04			0.6
Bogen =	284	23	26.1.

Man verwandle den Bogen 284° 23′ 26″1 in Zeit.

Die Tafel II. gibt

200° . . .	13^h	20′	
84° . . .	5	36	
23′ . . .		1	32
26″			1.73
0″1			0.01
Zeit . . .	18^h	57′	33.″7 4.

Die kleine angehängte Tafel gibt jeden Monathstag in Theilen des ganzen Jahres. So ist z. B. für den 24. October

17. October . . .	0.79
7 Tage	0.02
	0.81,

oder die Zeit vom Anfange des Januars bis zum 24. October ist der $\frac{81}{100}$ste Theil des Jahres.

Tafel III.

Diese Tafel dient zur Verwandlung der Sternzeit in mittlere, und umgekehrt. Durch sie kann man erstens die mittlere Rectascension A der Sonne für jeden gegebenen Mittag auf folgende Art finden.

Man suche A für 1827 den 13. September in mittlern Mittag Wiens, d. h. also nach Tafel II. für 1827, 70

					Nutation	jährl. Differ.
1827 .	18^h	37′	28.″01		+0.″85	0.28
0 Sept. . .	15	58	2. 95		0. 196	0.70
13 . .	0	51	15. 22		0. 654	0.196
Reduction auf Wien			— 9. 22			
Nutation			+ 0. 65			
A =	11^h	26′	37.″61.			

Sey für denselben Tag die Sternzeit $5^h\ 42'30'' = T$ gegeben: man suche die entsprechende mittlere Zeit M.

Aus dem letzten Theile dieser Tafel						
18^h . .	2′56″93		Sternzeit T =	5^h	42′30″	
15′	2. 46		A =	— 11	26 37.61	
52″	0. 14			18	15 52.39	
			x =		— 2 59.53	
	2 59.53 = x		mittl. Zeit M =	18	12 52.86.	

so daß man immer hat $M = T - A - x$, wo die Reduction x mit dem Werthe von $(T - A)$ gesucht wird.

Ist aber die mittlere Zeit $M = 18^h\ 12'52''86$ gegeben, so wird die Reduction x mit dem Werthe von M, und mit x noch einmahl die Reduction x′ gesucht, so daß man hat $T = M + x + x' + A$. Für unser Beyspiel ist

18^h . . .	2′56″93	Mittl. Zeit M =	18^h	12′52″86
12′	1.97	x + x′ . . .		2 59.53
52.″86	0.14	A . .	11	26 37.61
	2 59.04 = x	Sternzeit T =	5	42 30.00
2′ . . .	0.33			wie zuvor.
59″04 . .	0.16			
	0.49 = x′.			

Der letzte Theil dieser Tafel dient zugleich, ein in Sternzeit gegebenes Intervall in mittlerer Zeit, und umgekehrt, auszudrücken.

Wie viel betragen z. B. $8^h\ 40'30''1$ Sternzeit in mittlere Zeit?

8^h . . 1 18.″64		8^h 40′ 30″1	
40′ 6.55	x =	— 1 25.27	
30.″1 0.08		8 39 4.83	gesuchte mittlere Zeit.
1 25.27 = x			

Wie viel betragen 8^h 39′ 4″83 mittlere Zeit in Sternzeit?

8^h . . . 1′ 18″64		8^h 39′ 4″83	
39′ 6.39	x+x′ =	+ 1 25.27	
4.″83 0.01		8 40 30.10	gesuchte Sternzeit.
1 25.04 = x			
1′ . . . 0.16			
25.″04 . 0.07			
0.23 = x′.			

Tafel IV.

Enthält einen kleinen Sterncatalog oder die mittlere Rectascension und Declination der vorzüglichsten Fixsterne für den Anfang des Jahres 1821 sammt ihren jährlichen Veränderungen, nach Bessels Berechnungen der Beobachtungen Bradley's und Piazzi's, in des ersten Fund. Astron. Diese jährlichen Veränderungen enthalten die Präcession und die eigene Bewegung der Sterne.

Tafel V. und VI.

Diese Tafeln enthalten die Aberration und Nutation in Rectascension und Declination.

Der Gebrauch dieser Tafeln beruht auf folgenden Ausdrücken, in welchen α δ die Rectascension und Declination des Sternes, S die mittlere Länge der Sonne, und ☊ die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn bezeichnet.

Aberration.

Man sucht $p = S + A - \alpha$ so ist,

Aberr. in Rectasc. . . : $d\alpha = -\frac{a \operatorname{Cos} p}{\operatorname{Cos} \delta}$,

Aberr. in Declin. . . . $d\delta = - a \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} \delta$
+ Zahl von $S + \delta$
+ Zahl von $S - \delta$

Nutation.

Man sucht $q = \Omega + B - \alpha$, so ist

Nutation in Rectasc. . . . $d\alpha' = - b \operatorname{Cos} q \operatorname{tg} \delta + c$

in Declin. . . . $d\delta' = - b \operatorname{Sin} q$.

Ein Beyspiel wird den Gebrauch der Tafeln IV, V und VI deutlicher machen.

Man suche den scheinbaren Ort von α Cygni für den 17. December 1807, d. h. nach Tafel II für 1807, 96. Da diese Epoche 13.04 Jahre vor dem Anfange des Jahres 21 ist, so wird man die jährlichen Aenderungen des Catalogs Tafel IV durch — 13.04 multipliciren, wodurch man erhält

	308° 49′ 53″45	+ 44° 38′ 44.″15
Aenderung	— 6 38. 16	— 2 44. 45
α =	308° 43′ 15″29	δ = + 44 35′ 59. 70.

und diese Werthe von α und δ geben die mittlere Rectascension und Declination des Sternes für 1807, 96. Für den gegebenen Tag findet man aus den Ephemeriden $S = 8^s\ 25°\ 9'$, und $\Omega = 7^s\ 29°\ 18'$, und damit findet man die Aberration aus Tafel V auf folgende Art:

$A = + 24'$

$p = S + A - \alpha = 316° 50'$

$S + \delta = 10^s\ 9° 45'$

$S - \delta = 7\ 10\ 33$

$\log - a = 1.3063^n$	1.3063^n
$\log \operatorname{Cos} p = 9.8629$	$\log \operatorname{Sin} p = 9.8353^n$
Compl. $\log \operatorname{Cos} \delta = 0.1475$	$\log \operatorname{Sin} \delta = 9.8464$
$\log d\alpha = 1.3167$	0.9880 Zahl = + 9″7
$d\alpha = -20.''7$	$S + \delta$ gibt — 2.6
	$S - \delta$ gibt + 3.1
	$d\delta = +10.''2$.

Die Nutation aber findet man aus Tafel VI auf folgende Weise

$B = -7°53'$

$q = \Omega + B - \alpha = 282° 42'$

$\log -b =$	0.8663^n	....	0.8663^n
$\log \mathrm{Cos}\, q =$	9.3421	$\log \mathrm{Sin}\, q =$	9.9892^n
$\log \mathrm{tg}\, \delta =$	9.9939		0.8555
	0.2023	$d\delta' =$	$+ 7.''17$
Zahl $=$	$- 1.59$		
$c =$	$+ 13.23$		
$d\alpha' =$	$+ 11.64.$		

Bey diesen Berechnungen werden südliche Declinationen, also auch Sin δ und tang δ, als negativ betrachtet. Nimmt man alles Vorhergehende zusammen, so hat man

	308° 43′ 15″29		+ 44°35′59″70
Aberr. $d\alpha$	..... — 20. 7	$d\delta$	.... + 10. 2
Nutat. $d\alpha'$	..... + 11. 6	$d\delta'$	.... + 7. 2
$\alpha' =$	308 43 6. 2	$\delta' =$	44 36 17. 1,

und diese Werthe von α' δ' sind die gesuchte scheinbare Rectascension und Declination des Sterns für 1807, 96, oder sie geben den Punkt des Himmels, in welchem der Beobachter an diesem Tage den Stern sieht, wenn keine Rücksicht auf Refraction genommen wird.

Tafel VII.

Diese Tafel enthält die Refraction für jede gegebene beobachtete Zenithdistanz. Der Gebrauch derselben wird aus folgendem Beyspiele deutlich werden.

Sey die beobachtete Zenithdistanz $z = 76° 45'0''$ das Barometer $b = 26.70$ Par. Zolle, das innere Thermometer $\tau' = +20°$ Reaum., und das äußere $\tau = +25°$ Reaum.

z gibt log r = 2.3989 und n = 1.020
b 9.9794
τ' 9.9980 τ gibt — 0.0468
τ — 0.0477 und — (0.0468) n = — 0.0477

log r' = 2.3286

gesuchte Refraction r' = 213.″1 = 3′ 33.″1

Die erste dieser Tafeln ist nach den Formeln berechnet

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{0.004}}{\operatorname{Cos} z},\quad r = \frac{120.2}{\sqrt{0.004}}.\ \operatorname{Sin} z \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}$$

$$\text{und } n = 2 - \frac{950 \operatorname{Sin} z}{r\sqrt{1 + (15.81 \operatorname{Cos} z)^2}}$$

Die drey letzten Tafeln geben mit b τ' und τ nach der Ordnung die Größen $\log \frac{b}{28}$, $\log \frac{1}{1+0.000225\tau'}$ und $\log(1 + 0.00455\tau)$

Tafel VIII.

Diese Tafel enthält für jeden Werth von ϑ die Größe $\frac{2\operatorname{Sin}^2\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{Sin} 1''}$. Die Anwendung dieser sehr nützlichen Tafel werden wir in der Folge kennen lernen.

Tafel IX.

Enthält die geographische Länge und Breite der vorzüglichsten Orte. Die Längen sind von Paris gezählt, die westlich von Paris gelegenen sind mit W, so wie die südlichen Breiten mit S bezeichnet.

Tafel X.

Dient zur Messung der Berghöhen durch das Barometer. Bezeichnet b t τ die Höhe des Barometers, des äußern und des innern Thermometers in der obern Station, und nennt man b' t' τ' die ähnlichen Größen für die untere Station, so suche man zuerst die Werthe von ϑ und B aus $\vartheta = \frac{t' + t}{4}$ und $B = 0.943 + 0.0096\vartheta$. Dann suche man aus der Tafel für die obere Station mit b die Größe A, so ist

$$h = A + \frac{A\vartheta}{100} + B\tau$$

und eben so für die untere Station mit b' die Größe A', so ist

$$h' = A' + \frac{A'\vartheta}{100} + B\tau'$$

Dieses vorausgesetzt, ist die gesuchte Höhendifferenz beyder Stationen in Toisen gleich h — h'.

Will man diese Höhendifferenz in Wienerklaftern, so multiplicirt man sie durch 1.02762. Dabey muß bemerkt werden, daß die beyden Thermometer nach Reaumur getheilt verstanden werden, und daß die Barometer nach irgend einem willkührlichen Maße, nur beyde nach demselben, getheilt seyn können. Wenn man die größte Genauigkeit fordert, so muß man die so erhaltene Größe (h — h') noch durch $(1 + 0.0028 \mathrm{Cos} 2\varphi)$ multipliciren, wo φ die Polhöhe des Beobachtungsortes ist.

Ein Beyspiel wird dieses deutlicher machen.

Obere Station	Untere Station	
Zoll	Zoll	
b = 22 .467 . .	b' = 27. 267	$\varphi = 58° 20'$
t =+ 8°.4	t' =+ 15°.2	
τ =+ 9°.3	τ' =+ 16°.4	

Also $\vartheta = 5.9$ und $B = 1.00$

b gibt . $A =$	926.63	b′ gibt $A' =$	133.05
$\frac{A\vartheta}{100}$ . .	54.67	$\frac{A'\vartheta}{100}$ . .	7.85
$B\tau$ . . .	9.30	$B\tau'$ . .	16.40
$h =$	990.60	$h' =$	157.30
$h' =$	157.30		
$h - h' =$	833.30 Toisen		
	—1.05 Correction wegen φ		
	832.25 Toisen, gesuchter Höhenunterschied.		

Hätte man in einem zweyten Beyspiele

$b = 19.725$ $b' = 26.375$ $\varphi = 50°$
$t = -12.3$ $t' = 2.3$
$\tau = -10.5$ $\tau' = 3.5$

so würde man erhalten

$h = 1413.97$
$h' = 265.84$

$h - h' = 1148.13$
—0.56 Corr. wegen φ .

1147.57 Toisen, gesuchter Höhenunterschied.

Will man endlich, was aber weniger Sicherheit gewährt, schon aus einer einzigen isolirten Beobachtung die Höhe des Beobachtungsortes über der Meeresfläche ableiten, so sucht man aus den beobachteten Größen b t τ zuerst die Größe $t' = t + 53 - 2b$, wo b in Pariser Zollen gegeben ist, und dann wie zuvor $\vartheta = \frac{t' + t}{4}$ und $B = 0.943 + 0.0096\vartheta$. Sucht man dann mit b aus der Tafel die Größe A, so ist die verlangte Höhe des Beobachtungsortes über der Meeresfläche gleich

$$H = A + \frac{A\vartheta}{100} + B(\tau - t') \text{ Toisen.}$$

Hat man z. B. beobachtet b = 27″.172, t = 15°3 und τ = 14″.9 so ist t′ = 13.96, ϑ = 7.3 und B = 1.01 b gibt A = 147.36

$$\frac{A\vartheta}{100} \quad 10.76$$

$$B\tau \quad 15.05$$

$$-\ Bt' \quad -14.10$$

H = 159.07 Toisen, gesuchte Höhe über dem Meere.

Gebrauch der Ephemeriden.

Die astronomischen Ephemeriden, die jeder Beobachter bey der Hand haben muß, enthalten die Orte der Sonne, des Mondes und der Planeten für eine gegebene Stunde jedes Tages im Jahre, gewöhnlich für den Mittag oder die Mitternacht des Ortes, für dessen Meridian die Ephemeriden berechnet worden sind. Wir wollen hier den Gebrauch der unter uns gebräuchlichsten dieser Ephemeriden, des Berliner Jahrbuches, kurz erklären.

Um aus diesem Jahrbuche den Ort der Sonne, des Mondes u. s. für irgend eine gegebene Stunde eines gegebenen Beobachtungsortes abzuleiten, sey a die östliche Entfernung des Beobachtungsortes von Berlin in Stunden und deren Theilen ausgedrückt, und b die Differenz der zwey nächsten Zahlen des Jahrbuches, oder die tägliche Aenderung des Ortes des Gestirns, so wird die Größe $x = \frac{ab}{24}$ von den Zahlen des Jahrbuches subtrahirt, um die entsprechende Zahl für den Beobachtungsort zu erhalten. Liegt der andere Ort a Stunden westlich, so wird in der Gleichung $x = \frac{ab}{24}$ die Größe a negativ gesetzt. Nehmen die Zahlen des Jahrbuches ab, so ist b negativ.

Um dieses durch ein Beyspiel zu erläutern, wollen wir die Länge der Sonne im wahren Mittag des 12. Junius 1804 für Wien und Paris suchen. Das Jahrbuch gibt

Länge der Sonne im Mittage Berlins.

1804	
12. Junius .	81° 10′ 49″
13. . . .	82 8 8

$$b = 57' \, 19'' = + \, 3439''$$

Wien liegt $0^h \, 12' \, 0''$ östlich von Berlin, also ist $a = + \, 0^h . 2$ daher überhaupt für Wien $x = 0.0083b$ und für dieses Beyspiel $x = 28.''5$ also für den 12. Junius im Mittag Wiens die Länge der Sonne

$$81° \, 10' 49'' - 28'' 5 = 81° \, 10' 20''.5 = L$$

Paris liegt $0^h \, 44' \, 10''$ westlich von Berlin, also ist $a = - \, 0^h .736$, daher überhaupt für Paris $x = - 0.0307b$ und für dieses Beyspiel $x = - \, 105''6 = - \, 1' \, 45''.6$, also für den 12. Junius im Mittag von Paris die Länge der Sonne $81° \, 10' 49'' + 1' \, 45''6 = 81° \, 12' 34'' 6 = L$

Hat man aber so die Länge L der Sonne für den Mittag irgend eines Ortes an einem bestimmten Tage, und die Differenz b der zwey nächsten Zahlen des Jahrbuches, so wird man daraus auch die Länge L′ der Sonne für jede andere Stunde t dieses Ortes durch die Gleichung finden $L' = L + \frac{bt}{24}$. So ist z. B. den 12. Junius die Länge der Sonne um $8^h \, 30'$ Abends in Wien

$$L' = 81° 10' 20'' 5 + \frac{(3439) 8.5}{24} = 81° 10' 20'' 5 + 20' 18'' 0$$

$= 81° \, 30' 38'' 5$ und für 6 Uhr Morgens, d. h. für 18 Uhr in Paris $L' = 81° \, 12' \, 34'' \, 6 + \frac{(3439) 18}{24} =$

$$= 81° 12' 34'' 6 + 42' 59'' 25 = 81° \, 55' 33''.85.$$

Auf dieselbe Art wird man auch alle anderen Zahlen dieser Ephemeriden, die Declination der Sonne, die gerade Aufsteigung u. s. derselben behandeln. Vorzüglich merkwürdig sind die erste und die letzte verticale Columne der ersten Seite eines jeden Monathes. Die erste enthält für jeden Tag die mittlere Zeit im wahren Mittage. So hat man z. B. für 1804

	mittlere Zeit im wahren Mittage.		
12. Junius .	$11^h\ 59'\ 20''0$	oder ihre Complemente	$40''\ 0$
13. . . .	11 59 32. 4	.	$27''.6$
			$b = -12\ .4$

d. h. die wahre Zeit ist im wahren Mittage Berlins am 12. Junius um $40''0$ und am 13. Junius um $27''6$ größer, als die mittlere Zeit. Man nennt diesen Unterschied die Zeitgleichung, und sie dient, eine gegebene mittlere Zeit in wahre Zeit und umgekehrt zu verwandeln. Wendet man darauf das Vorhergehende an, so findet man für Wien

$x = 0.0083b = -0''.10$ also die Zeitgleichung im wahren Mittag Wiens $40.0 + 0''.10 = 40''.10$. Hat man also z. B. in Wien eine Beobachtung um $10^h\ 30'$ mittlerer Wiener Zeit gemacht, so ist für diese Zeit, die Zeitgleichung $40''.10 - \frac{(12.4)\ (10.5)}{24} = 34''68$ und daher die wahre Wiener Zeit dieser Beobachtung $10^h\ 30'\ 34''.68$.

Diese letzte Columne endlich gibt die Sternzeit im mittleren Mittage oder die Rectascension der mittleren Sonne im mittlern Mittage Berlins. Da diese Zahlen jeden Tag um die constante Größe $b = 0^h\ 3'\ 55''91 = 235''91$ zunehmen, so wird man von ihnen für jeden Ort, der a Stunden östlich von Berlin liegt, die Größe $x = \frac{235.91}{24} a$ $= 9.8296\, a$ subtrahiren. Für Wien z. B. wird man $1''.97$ subtrahiren. Für Paris $7.''25$ addiren, um die Sternzeit im

mittleren Mittage von Wien oder Paris zu erhalten. Diese Sternzeit ist dieselbe Größe, welche wir oben bey der Erklärung der Tafel II durch A bezeichnet haben. Nimmt man daher den Werth von A aus den Ephemeriden, so kann man die drey ersten Theile der Tafel II entbehren, und die Verwandlung der Sternzeit in mittlere Zeit, und umgekehrt wird dadurch ungemein erleichtert. Man suche z. B. die mittlere Zeit Wiens für $8^h\,5'\,20''$ Sternzeit den 1. September 1824.

Das Berliner Jahrbuch gibt für diesen Tag Sternzeit im mittlern Mittage Berlins $10^h\,42'\,13''.3$, also ist A = $10^h\,42'\,13''.3 - 1''.97 = 10^h\,42'\,11''.33$, und daher

$21^h \ldots$	$3'\,26.''42$		Sternzeit =	8^h	$5'$	$20''$
$23'$	3.77		A = —	10	42	11.33
$8''67$	0.02			21	23	8.67
	3 30.21		—		3	30.21
			Mitt. Zeit =	21	19	38.46

Wäre umgekehrt diese mittlere Zeit gegeben, und die Sternzeit zu suchen, so ist

$21^h \ldots$	$3'$	$26''42$	Mit. Zeit =	21^h	$19'$	$38''46$
$19'$		3. 11	+		3	30. 20
38.46		0. 10		21	23	8. 66
	3	29. 63	A = +	10	42	11. 33
$3' \ldots$		0. 49	Sternz. =	8	5	19. 99
29.63		0.08				
	3	30.20				

Alles Vorhergehende setzt voraus, daß die Zahlen der Ephemeriden von einem Tage zu dem andern nahe gleichförmig wachsen oder abnehmen, was in der That bey der Sonne und den Planeten, aber nicht bey dem Monde der Fall ist, welcher sich viel zu ungleich bewegt, als daß man seinen Ort für irgend eine gegebene Zeit zwischen den beyden

Mittagen durch eine einfache Proportion mit Genauigkeit erhalten könnte. Für ihn muß man daher die sogenannte Interpolation brauchen.

Seyen a, b, c, d . . die Länge des Mondes für die Mittage einiger nächstfolgenden Tage, a für den Tag 0, b für den Tag 1, c für den Tag 2 u. s. w. daß man daher diese Reihe so ausdrücken kann

0	1	2	3	. . .
a	b	c	d	. . .

wo die obern Zahlen die Tage bezeichnen. Welches wird die Länge x des Mondes für den Tag oder für die Zeit n seyn, wo n irgendwo zwischen den Tagen 0 und 3 liegt?

Wenn die Differenzen jeder zwey nächsten dieser Zahlen, d. h. wenn die Größen b—a, c—b, d—c . . nahe constant wären, wie dieses z. B. bey der Sonne der Fall ist, so würde eine einfache Proportion hinreichen, die Größe x zu finden. Wir hätten nähmlich $1^{\text{Tag}} : n^{\text{Tag}} = b - a : x - a$ also $x = a + n\,(b - a)$. Wenn aber diese Differenzen noch sehr ungleich sind, wie dieß bey dem Monde der Fall ist, so muß man x aus folgender Gleichung suchen

$$x = a + n\,(b - a) + \frac{n\,(n-1)}{2}\,(c - 2\,b + a) + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{6}\,(d - 3c + 3b - a)$$

in welchem Ausdrucke sich die Zeichen der Glieder von selbst bestimmen. Ein Beyspiel wird die Anwendung dieser Interpolations-Formel deutlich machen. Das Berliner Jahrbuch gibt für 1810 folgende vier Längen des Mondes für den wahren Mittag Berlins

1810 Junius.	24	a =	15°	5′	21″
	25	b =	27	57	22
	26	c =	40	33	11
	27	d =	52	56	13

Um darauf jene Reihe anzuwenden, wird es am bequemsten seyn, diese Längen alle in Grade und Theile von Graden zu verwandeln. Wir erhalten so

Jun.	24	$a = 15°\ 08917$	also auch $b - a = 12°.86694$
	25	$b = 27.\ 95611$	$c - 2b + a = -0.27000$
	26	$c = 40.\ 55305$	$d - 3c + 3b - a = 0.05695$
	27	$d = 52.\ 93694$	

Sucht man nun daraus die Länge x des Mondes für 6 Uhr wahre Zeit des 24 Junius, so ist $n = \frac{1}{4}$, $\frac{n(n-1)}{2} = -\frac{3}{32}$ und $\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{21}{384}$, also hat man, wenn man auf die Zeichen gehörig Rücksicht nimmt

$$\begin{aligned} x &= 15°\ 08917 \\ &+ \ 3.\ 21673 \\ &+ \ 0.\ 02531 \\ &+ \ 0.\ 00311 \\ \hline x &= 18.\ 33432 = 18°\ 20'\ 3''\ 5 \end{aligned}$$

Wollte man die Länge des Mondes für 18 Uhr des 25. Junius, so wäre $n = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$, u. s. w. Uebrigens sind diesen Ephemeriden die Vorschriften ihres Gebrauches von dem Verfasser selbst beygefügt worden, mit welchem man sich daher vor ihrer Anwendung bekannt machen wird.

Kalender.

Hier mag der Ort seyn, das Vorzüglichste über die Einrichtung unserer Kalender mitzutheilen.

In dem von Julius Cäsar eingeführten Julianischen Kalender, welchen jetzt nur noch die Russen brauchen, ist bekanntlich jedes durch 4 ohne Rest theilbare Jahr ein Schaltjahr von 366 Tagen, während alle übrigen sogenannte gemeine Jahre von 365 Tagen sind. Diese Einrichtung

setzt die Länge des tropischen Jahres gleich $365\frac{1}{4}$ Tagen voraus. Da aber, nach I. S. 18 die wahre Länge des tropischen Jahres gleich 365. 242255 ist, so ist das Julianische Jahr um 0. 007745 Tage zu groß, eine Differenz, welche in vier Jahrhunderten schon etwas über drey ganze Tage beträgt. Dieses Fehlers, und einiger anderer kirchlichen Einrichtungen wegen wurde von dem Pabste Gregor XIII. in dem Jahre 1582 ein neuer Kalender, der Gregorianische eingeführt, in welchem alle durch 4 ohne Rest theilbare Jahre ebenfalls Schaltjahre von 366 Tagen sind, mit Ausnahme derjenigen, die nicht durch 400 ohne Rest theilbar sind, wie 1700, 1800, 1900, welche letzten nur 365 Tage haben, während die durch 400 theilbaren, wie 2000, 2400, 2800 wieder Schaltjahre von 366 Tagen sind. Durch diese Einrichtung wird die Größe des Jahres seit 1582 auf $365\frac{97}{400} = 365.2425$ Tage gebracht, welches nur unbeträchtlich von der wahren Länge des Jahres abweicht.

Man bezeichnet die Tage des Jahres, von dem ersten Januar anzufangen, mit den sieben ersten Buchstaben des Alphabetes A B C D E F G, so daß wieder der 8. 15. 22ste denselben Buchstaben A erhält. Derjenige unter diesen Buchstaben, welcher in einem gegebenen Jahre auf die Sonntage fällt, heißt der Sonntagsbuchstabe dieses Jahres. — In dem Julianischen Kalender, wo jedes vierte Jahr ein Schaltjahr ist, werden daher die Sonntagsbuchstaben in einer Periode von $4 . 7 = 28$ Jahren wiederkehren, welche Periode der Sonnenzirkel heißt.

In dem Julianischen Kalender ist für jedes gegebene Jahr M unserer Zeitrechnung die Zahl des Sonnenzirkels gleich dem Reste der Division von $(M + 9)$ durch 28, und wenn so der Sonnenzirkel bekannt ist, so findet man den Julianischen Sonntagsbuchstaben aus folgender Tabelle

Sonnenzirkel.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Jul. Sonntagsbuchstabe	G F	E	D	C	B A	G	F	E	D C	B	A	G	F E	D
Sonnenzirkel.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Jul. Sonntagsbuchstab	C	B	A G	F	E	D	C B	A	G	F	E D	C	B	A

So ist für	1825	1826	1827	1828
Sonnenzirkel	14	15	16	17
J. Sonntagsbuchstabe	D	C	B	A G

wo in Schaltjahren der erste Buchstabe vom 1. Januar bis 23. Februar, der nächstfolgende aber für den übrigen Theil des Jahres gehört.

Für den Gregorianischen Kalender ist der Sonnenzirkel derselbe mit dem Julianischen, der Gregorianische Sonntagsbuchstabe aber ist von 1582 bis 1700 um drey Stellen vor dem Julianischen voraus, so daß der Julianische Buchstabe G F... in den Gregorianischen C B... übergeht. Eben so geht der Julianische Sonntagsbuchstabe GFE

von 1700 bis 1800 in den Gregorianischen über DCB

" 1800 " 1900 . . . . EDC

" 1900 " 2100 . . . . FED u. s. w.

So ist für 1826 der Gregorianische Sonntagsbuchstabe A.

Ist so der Sonntagsbuchstabe des Julianischen oder des Gregorianischen Kalenders bekannt, so zeigt folgende Tafel, auf welchen Wochentag jeder Monathstag fällt.

April July	Sept. Dec.	Juny	Februar März Novem.	August	May	Januar October
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				
G	F	E	D	C	B	A
Sonntag.	Montag	Dienstag	Mittwoch.	Donnerst.	Freytag.	Sonnab.

wo der 31. Junius für den 1. Julius gilt. So ist für 1826 der Gregorianische Sonntagsbuchstabe A, also alle Zahlen der Tafel Sonnabende, wie der 7. Januar, 6. May u. s. w., und wenn man sucht, welcher Wochentag der 12. September ist, so gibt die Tafel den 9. September als Sonnabend, also ist der 12. ein Dienstag.

Die goldene Zahl (Th. I. S. 90), welche, so wie der Sonnenzirkel, beyden Kalendern gemeinschaftlich ist, wird gefunden, wenn man zu dem gegebenen Jahre unserer Zeitrechnung 1 addirt, und die Summe durch 19 dividirt, der Rest ist die goldene Zahl. Für 1826 findet man so die goldene Zahl gleich 3.

Multiplicirt man die goldene Zahl durch 11, und subtrahirt von dem Producte 30 so oft als möglich, so ist der Rest die Julianische Epakte dieses Jahres. Für 1826 ist daher die Julianische Epakte gleich 3.

Die Gregorianische Epakte aber findet man, wenn man von der Julianischen, von 1600 bis 1700, die Zahl 10; von 1700 bis 1900, die Zahl 11; von 1900 bis 2200, die Zahl 12 subtrahirt, und wo diese Subtraction nicht angeht, zuerst 30 addirt. So ist für 1826 die Gregorianische Epakte 22.

Die Indiction oder Römerzinszahl endlich, welche wieder beyden Kalendern gemeinschaftlich ist, findet man, wenn man zu dem gegebenen Jahre unserer Zeitrechnung 3 addirt, und die Summe durch 15 dividirt. Der Rest der Division ist die Indiction. Für 1826 ist die Indiction 14.

Die beweglichen Feste richten sich alle nach dem Ostersonntage. Um diesen Sonntag für jedes gegebene Jahr unserer Aere zu finden,

dividire man das gegebene Jahr durch 19, und nenne den Rest a
4 b
7 c.

Man dividire ferner

die Größe $(m + 19a)$ durch 30, und nenne den Rest d
$n + 2b + 4c + 6d$ durch 7 . . . . e

so ist der Ostersonntag der $(22 + d + e)$te März,
oder der $(d + e - 9)$te Aprill.

Für den Julianischen Kalender gilt das Vorhergehende ohne Ausnahme, und es ist immer $m = 15$ und $n = 6$. Für den Gregorianischen Kalender aber muß man Folgendes bemerken: Wenn diese Rechnung für den Ostersonntag den 26. April giebt, so muß man immer den 19. April nehmen; und wenn sie den Ostersonntag den 25. April giebt, und zugleich d gleich 18, und a größer als 10 ist, so muß man immer den 18. April nehmen. Uebrigens ist in dem Gregorianischen Kalender

				m	n
von	1582	bis	1699	22	2
=	1700	=	1799	23	3
=	1800	=	1899	23	4
=	1900	=	2099	24	5
=	2100	=	2199	24	6
=	2200	=	2299	25	0
=	2300	=	2399	26	1
=	2400	=	2499	25	1
=	2500	=	2599	26	2
=	2600	=	2699	27	3
=	2700	=	2899	27	4
=	2900	=	2999	28	5

So findet man für 1826 den Ostersonntag im Julianischen Kalender den 18. April, und im Gregorianischen den 26. März.

Zur Bestimmung der anderen beweglichen Feste hat man dann folgende Vorschriften. Der Sonntag, neun Wochen vor Ostern, heißt Septuagesima, dann folgen bis Ostern in der Ordnung die Sonntage Sexagesima, Quinquagesima (den Dienstag darauf ist Fastnacht, und die Mittwoche Aschermittwoche), dann die Fastensonntage Invocavit, Reminiscere, Oculi, Laetare, Judica und Palmsonntag. Zwischen dem Palmsonntage und dem Ostersonntage ist der grüne Donnerstag und der Charfreytag. Vierzig Tage nach Ostern ist an einem Donnerstag der Himmelfahrtstag, und zehn Tage nachher der Pfingstsonntag. Der nächste Sonntag nach Pfingsten ist Trinitatis, und nach diesem werden alle übrigen Sonntage bis zum ersten Adventssonntage, der immer zwischen dem 27. November und den 3. December fällt, gezählt. Die vier Quatember sind am Mittwoch nach Invo-

cavit, nach Pfingsten, nach Kreuzerhöhung (den 14. September), und nach Lucia (den 13. December).

Nach dem Vorhergehenden wird man das Vorzüglichste des Julianischen sowohl, als des Gregorianischen Kalenders für jedes gegebene Jahr ohne Mühe selbst entwerfen können. Um dann noch die vier vorzüglichsten Phasen des Mondes zu finden, dient die Tafel XI, XII und XIII. Die erste derselben gibt die Epochen der Jahre mit der mittleren Anomalie A des Mondes in Tausendtheilen der Peripherie ausgedrückt; die zwente gibt die Bewegungen des Mondes für die verschiedenen Monathe des Jahres und die Phasen P, so daß unter den Werthen von P die Zahl 1, 2, 3, 4 nach der Ordnung den Neumond, das erste Viertel, den Vollmond und das letzte Viertel bezeichnet, und wo man von der Summe der Phasen, wenn sie größer als 4 ist, die Zahl 4 subtrahirt, so wie man von der Summe A, wenn sie größer als 1000 ist, die Zahl 1000 subtrahirt. In den Monathen Januar und Februar setzt man, wenn das gegebene Jahr ein Schaltjahr ist, zu der gefundenen Zeit der Phase noch einen Tag hinzu. Diese Tafeln sind übrigens für den Meridian von Paris berechnet; sucht man also diese Phasen für einen östlicheren Ort, so wird man zu der gefundenen Zahl noch die Differenz der Meridiane addiren, und für einen westlichen subtrahiren, so daß z. B. diese Reduction seyn wird:

Für Berlin	0^h 44.'2	Mailand	0^h 27.'4
Gotha	0 33.6	Petersburg	1 51.9
Greenwich	— 0 9.3	Prag	0 48.3
Göttingen	0 30.2	Rom	0 40.5
Madrid	— 0 24.1	Wien	0 56.2

Einige Beyspiele werden den Gebrauch dieser Tafeln deutlich machen.

An welchem Tage des Decembers 1824 ist Neumond?

		T.	A	P
Tafel XI ...	1824 B ...	6 18h 30.9 ...	206.9 ...	2
XII ..		12 22 27.0	591.1	3
			798.0	5
				4
			Neumond	1
XIII mit A = 798.0		5 42.9		
		19 22 40.8		

Also fällt der gesuchte Neumond auf den 19. December 22^h 40.′8 Pariser Zeit. Man bemerke noch, daß in diesen Tafeln, nach der Gewohnheit der Astronomen, vom Mittage an gezählt wird, und daß man daher, wenn die zuletzt gefundene Zahl mehr als 12 Stunden enthält, man noch 12 Stunden addiren muß, um die gesuchte Zeit, nach der bürgerlichen Art zu zählen, zu erhalten. So ist in dem vorhergehenden Beyspiele der gesuchte Neumond, nach der bürgerlichen Rechnung, der 20. December 10^h 40.′8. Man wird von selbst bemerken, daß man in der Tafel XII die zweyte Zahl des Decembers aus der Ursache gewählt hat, weil P gleich 3 seyn muß, damit die Summe beyder P gleich 5, d. h. gleich 1 werde, welche letzte Zahl nach dem Vorhergehenden für die Neumonde gehört.

Sucht man eben so den Vollmond des Februars 1826, so ist

	T	A	P
1826 .	0 6h 30′ 0 .	463.9 .	4
	20 19 14 .8 .	880.7	3
	23 7 .7 .	344.6	7
	22 0 52 .5		4
			3 Vollmond,

also den 22. Februar 0^h 52′.5 Par. Zeit.

Kennt man so die Tage der Neu- und Vollmonde eines Jahres, so kann man mit Hülfe der Taf. XIV leicht unter-

suchen, ob zu dem gefundenen Neumonde eine Sonnenfinsterniß, oder zu dem gefundenen Vollmonde eine Mondsfinsterniß gehört. Ein Beyspiel wird auch dieses deutlicher machen. Nach den Tafeln XI....XIII findet man, daß 1824 den 16. Januar um $8^h 47'$ bürgerliche Zeit ein Vollmond fällt. Um zu sehen, ob er von einer Finsterniß begleitet ist, hat man durch die Tafel XIV

1824 . . N =	474
Januar	00
16. Januar	43
Summe	517
−	500
	17

Also hat an diesem Tage gewiß eine Mondesfinsterniß statt.

Eben so fanden wir oben für den 20. December 1824 einen Neumond um $10^h 40'.8$. Um zu sehen, ob dieser Neumond ecliptisch ist, hat man

1824 . . N =	474
December	966
20. December	55
Summe	495
	500
	5

also hat an diesem Tage gewiß eine Sonnenfinsterniß statt. Man nimmt nähmlich die Differenz der so gefundenen Summe von 500 oder von 1000. Ist dann für Sonnenfinsternisse diese Differenz

zwischen 1 und 38 so ist die Finsterniß gewiß, und desto größer, je näher jene Differenz an 1 ist

39 und 53 so ist die Finsterniß zweifelhaft

54 — 500 so ist die Finsterniß unmöglich.

Ist eben so für Mondesfinsternisse jene Differenz zwischen 1 und 25, so ist die Finst. gewiß, und desto größer, je näher jene Differenz an 1 ist
26 und 35 so ist die Finst. zweifelhaft
36 — 500 so ist die Finst. unmöglich.

Wenn Finsternisse vor dem 19ten Jahrhundert gesucht werden, so muß man die letzte Columne dieser Taf. XIV zu Hülfe nehmen, wodurch viele historische Nachrichten früherer Zeiten untersucht oder ihre Epoche genauer bestimmt werden können. So erzählt Dio Cassius, daß den 26. September des Jahres 14 nach Ch. G. eine große Mondsfinsterniß in Panonien sichtbar war. Herwart behauptet in seiner Chronologie, daß an diesem Tage eine Finsterniß unmöglich war, Um dieses näher zu untersuchen, gibt die Tafel XIV

für 1814 . . . N =	938
und die letzte Columne für 1800	287
also ist für das Jahr 14 . N =	225
September	704
26. September . . .	72
Summe N =	1001
	1000
	1

also hatte in der That an diesem Tage eine Finsterniß, und zwar nahe eine totale statt.

Im Jahre 304 den 31. August starb der Bischof Sulpicius in Rom den Tod der Martyrer, während sich der Mond verfinsterte. Unsere Tafel gibt für die Summe der N die Zahl 509, also hatte gewiß eine Finsterniß statt. — Julius Firmicus erzählt, daß den 17. July 334 eine große Sonnenfinsterniß in Byzanz sichtbar war. Unsere Tafel gibt N = 994 also 1000 — 994 = 6, wodurch jene Nachricht vollkommen bestätigt wird. M. s. B. Zachs Corresp.

astron. Vol. XI. wo der Herausgeber dieser interessanten Zeitschrift auch die bekannte Mondsfinsterniß, durch welche Columbus die Einwohner Jamaikas in Furcht setzte, und die Riccioli u. a. sehr irrig für den 22. October 1493 annahmen, auf den 1. März 1504 festsetzt, für welchen Tag die ebenfalls von B. Zach l. c. gegebene Tafel XIV gibt
N = 481 also auch 500 — 481 = 19.

Tafel I.

Verwandlung der Zeit in Bogen.

Z. Stunde	Bog. Grade	Z. Min. S.	Bogen Gr. M.	Bogen Min. S.	Z. Min. S.	Bogen Gr. M.	Bogen Min. S.	Zeit Secund	Bogen Secund
1h	15	1	0	15	31	7	45	0.″1	1.″5
2	30	2	0	30	32	8	0	0. 2	3.0
3	45	3	0	45	33	8	15	0. 3	4.5
4	60	4	1	0	34	8	30	0. 4	6.0
5	75	5	1	15	35	8	45	0. 5	7.5
6	90	6	1	30	36	9	0	0. 6	9.0
7	105	7	1	45	37	9	15	0. 7	10.5
8	120	8	2	0	38	9	30	0. 8	12.0
9	135	9	2	15	39	9	45	0. 9	13.5
10	150	10	2	30	40	10	0	1. 0	15.0
11	165	11	2	45	41	10	15		
12	180	12	3	0	42	10	30		
13	195	13	3	15	43	10	45		
14	210	14	3	30	44	11	0		
15	225	15	3	45	45	11	15		
16	240	16	4	0	46	11	30	0.″01	0″15
17	255	17	4	15	47	11	45	0.02	0.30
18	270	18	4	30	48	12	0	0.03	0.45
19	285	19	4	45	49	12	15	0.04	0.60
20	300	20	5	0	50	12	30	0.05	0.75
21	315	21	5	15	51	12	45	0.06	0.90
22	330	22	5	30	52	13	0	0.07	1.05
23	345	23	5	45	53	13	15	0.08	1.20
24	360	24	6	0	54	13	30	0.09	1.35
		25	6	15	55	13	45	0.10	1.50
		26	6	30	56	14	0		
		27	6	45	57	14	15		
		28	7	0	58	14	30		
		29	7	15	59	14	45		
		30	7	30	60	15	0		

		Theile des Jahrs.
Januar	10	0.03
	20	0.05
	30	0.08
Februar	9	0.11
	19	0.14
März	1	0.16
	11	0.19
	21	0.22
	31	0.25
April	10	0.27
	20	0.30
	30	0.33
May	10	0.36
	20	0.38
	30	0.41
Juny	9	0.44
	19	0.47
	29	0.49
July	9	0.52
	19	0.55
	29	0.58
August	8	0.60
	18	0.63
	28	0.66
September	7	0.68
	17	0.71
	27	0.74
October	7	0.77
	17	0.79
	27	0.82
November	6	0.85
	16	0.88
	26	0.90
December	6	0.93
	16	0.96
	26	0.98

Tafel II.

Verwandlung des Bogens in Zeit.

Bogen	Zeit		Bogen	Zeit		B.	Zeit		B.	Zeit		Bogen	Zeit
Grad Min. Sec.	St. Min. Sec.	Min. Sec. Terz	Grad Min. Sec.	St. Min. Sec.	Min. Sec. Terz	Grade	Stund	Min.	Grade	Stund	Min.	Sec.	Sec.
1	0	4	31	2	4	61	4	4	91	6	4	0″1	0.″007
2	0	8	32	2	8	62	4	8	92	6	8	0.2	0.013
3	0	12	33	2	12	63	4	12	93	6	12	0.3	0.020
4	0	16	34	2	16	64	4	16	94	6	16	0.4	0.027
5	0	20	35	2	20	65	4	20	95	6	20	0.5	0.033
6	0	24	36	2	24	66	4	24	96	6	24	0.6	0.039
7	0	28	37	2	28	67	4	28	97	6	28	0.7	0.046
8	0	32	38	2	32	68	4	32	98	6	32	0.8	0.053
9	0	36	39	2	36	69	4	36	99	6	36	0.9	0.059
10	0	40	40	2	40	70	4	40	100	6	40	1.0	0.066
11	0	44	41	2	44	71	4	44	200	13	20		
12	0	48	42	2	48	72	4	48	300	20	0		
13	0	52	43	2	52	73	4	52					
14	0	56	44	2	56	74	4	56					
15	1	0	45	3	0	75	5	0					
16	1	4	46	3	4	76	5	4				0″01	0.0007
17	1	8	47	3	8	77	5	8				0.02	0.0013
18	1	12	48	3	12	78	5	12				0.03	0.0020
19	1	16	49	3	16	79	5	16				0.04	0.0027
20	1	20	50	3	20	80	5	20				0.05	0.0033
21	1	24	51	3	24	81	5	24				0.06	0.0039
22	1	28	52	3	28	82	5	28				0.07	0.0046
23	1	32	53	3	32	83	5	32				0.08	0.0053
24	1	36	54	3	36	84	5	36				0.09	0.0059
25	1	40	55	3	40	85	5	40				0.10	0.0066
26	1	44	56	3	44	86	5	44					
27	1	48	57	3	48	87	5	48					
28	1	52	58	3	52	88	5	52					
29	1	56	59	3	56	89	5	56					
30	2	0	60	4	0	90	6	0					

Tafel III.

Verwandlung der Sternzeit in mittlere Zeit.

	A	Nutat.			
1825	18h 39′ 22.″62	1.09	0 Februar		2h 2′ 13.″21
1826	18 38 25. 31	1.03	0 März		3 52 36. 76
1827	18 37 28. 01	0.85	0 April		5 54 49. 98
1828 B	18 40 27. 25	0.57	0 May		7 53 6. 64
1829	18 39 30. 01	0.23	0 Juny		9 55 19. 86
			0 July		11 53 36. 52
1830	18 38 32. 64	-0.13	0 August		13 55 49. 73
1831	18 37 35. 33	-0.48	0 September		15 58 2. 95
1832 B	18 40 34. 58	-0.70	0 October		17 56 19. 61
1833	18 39 37. 27	-0.99	0 November		19 58 32. 82
1834	18 38 39. 97	-1.08	0 December		21 56 49. 48
			Jan. und Februar	Gemeine Jahre	
1835	18 37 42. 66	-1.06	1	0	0 0 0. 00
1836 B	18 40 41. 91	-0.91	2	1	0 3 56. 55
1837	18 39 44. 60	-0.66	3	2	0 7 53. 11
1838	18 38 47. 30	-0.34	4	3	0 11 49. 67
1839	18 37 49. 99	+0.01	5	4	0 15 46. 22
			6	5	0 19 42. 78
1840 B	18 40 49. 23	0.38	7	6	0 23 39. 33
1841	18 39 51. 93	0.70	8	7	0 27 35. 89
1842	18 38 54. 62	0.94	9	8	0 31 32. 44
1843	18 37 57. 32	1.08	10	9	0 35 29. 00
1844 B	18 40 56. 56	1.09	11	10	0 39 25. 55
			12	11	0 43 22. 11
1845	18 39 59. 26	0.98	13	12	0 47 18. 66
1846	18 39 1. 95	0.75	14	13	0 51 15. 22
1847	18 38 4. 65	0.45	15	14	0 55 11. 77
1848 B	18 41 3. 89	0.09	16	15	0 59 8. 33
1849	18 40 6. 59	-0.27	17	16	1 3 4. 88
			18	17	1 7 1. 44
			19	18	1 10 58. 00
			20	19	1 14 54. 55
			21	20	1 18 51. 11
			22	21	1 22 47. 66
			23	22	1 26 44. 22
			24	23	1 30 40. 77
			25	24	1 34 37. 33
			26	25	1 38 33. 88
			27	26	1 42 30. 44
			28	27	1 46 26. 99
			29	28	1 50 23. 55
			30	29	1 54 20. 10
			31	30	1 58 16. 66
			1 Febr.	31	2 2 13. 21

Reduction.

Berlin	— 7.″25
Bremen	— 4. 24
Göttingen	— 4. 95
Grenwich	+ 1. 54
Paris	0. 00
Petersburg	— 18. 38
Seeberg	— 5. 51
Wien	— 9. 22

Tafel III.

Verwandlung der Sternzeit in mittlere Zeit.

Stunden			Minuten	
1	0′	9″83	1	0.″16
2	0	19. 66	2	0. 33
3	0	29. 49	3	0. 49
4	0	39. 32	4	0. 65
5	0	49. 15	5	0. 82
6	0	58. 98	6	0. 98
7	1	8. 81	7	1. 15
8	1	18. 64	8	1. 31
9	1	28. 46	9	1. 47
10	1	38. 29	10	1. 64
11	1	48. 12	20	3. 28
12	1	57. 95	30	4. 91
13	2	7. 78	40	6. 55
14	2	17. 61	50	8. 19
15	2	27. 44	60	9. 83
16	2	37. 27		
17	2	47. 10		
18	2	56. 93		
19	3	6. 76	Secunden.	
20	3	16. 59		
21	3	26. 42	1	0.″00
22	3	36. 25	2	0. 00
23	3	46. 08	3	0. 01
24	3	55. 91	4	0. 01
			5	0. 01
			6	0. 02
			7	0. 02
			8	0. 02
			9	0. 02
			10	0. 03
			20	0. 05
			30	0. 08
			40	0. 11
			50	0. 14
			60	0. 16

Tafel IV.

Verzeichniß der vorzüglichsten Sterne für 1821.

Nahmen.	Größe.	Rectascension.	Jährliche Aenderung	Declination.	Jährliche Aenderung
γ Pegasi	2.3	1° 0′ 24.″9	+46.″16	+14° 11′ 17.″6	+20.″05
δ Androm.	3	7 26 36. 2	47. 60	+29 52 50. 4	+19. 81
α Cassiop.	3	7 36 2. 0	49. 90	+55 33 14. 3	+19. 84
β Ceti	2.3	8 39 1. 3	45. 24	—18 58 13. 6	+19. 87
γ Cassiop.	3	11 29 31. 4	52. 67	+59 44 45. 8	+19. 72
α Ursae min.	1.2	14 18 49. 8	219. 85	+88 21 13. 9	+19. 47
β Androm.	2	14 55 57. 3	49. 74	+34 40 9. 7	+19. 33
δ Cassiop.	3	18 32 45. 2	57. 33	+59 18 5. 4	+18. 99
ϑ Ceti	3	18 46 8. 9	44. 91	— 9 6 34. 3	+18. 80
ε Cassiop.	3.4	25 24 20. 5	62. 81	+62 46 57. 0	+18. 07
ζ Ceti	3	25 39 20. 3	44. 25	—11 13 26. 5	+17. 89
β Arietis	3	26 11 35. 1	49. 20	+19 55 46. 0	+17. 93
γ Androm.	3.4	28 14 12. 1	54. 38	+41 27 55. 7	+17. 60
α Arietis	3	29 16 29. 2	50. 28	+22 36 42. 1	+17. 38
γ Ceti	3	38 30 28. 8	46. 41	+ 2 28 32. 8	+15. 51
41 Arietis	3	39 52 2. 0	52. 49	+26 30 59. 8	+15. 29
η Eridani	3	41 55 21. 5	43. 90	— 9 36 53. 2	+14. 77
α Ceti	2	43 13 57. 1	46. 82	+ 3 22 54. 5	+14. 52
β Persei	var	44 8 15. 5	57. 76	+40 15 30. 8	+14. 43
α Persei	2.3	47 53 50. 0	63. 29	+49 12 56. 1	+13. 43
δ Persei	3.4	52 33 20. 2	63. 28	+47 12 17. 5	+12. 11
δ Eridani	3.4	53 40 13. 1	43. 05	—10 22 29. 5	+12. 66
η Tauri	3	54 12 50. 2	53. 07	+23 32 37. 2	+11. 68
γ Eridani	2.3	57 25 12. 6	41. 86	—14 1 26. 2	+10. 71
γ Tauri	3.4	62 24 12. 9	50. 97	+15 11 13. 2	+ 9. 28
α Tauri	1	66 24 48. 9	51. 37	+16 8 29. 2	+ 7. 92
2 υ Eridani	3	67 8 56. 8	34. 95	—30 56 6. 5	+ 7. 75
ε Leporis	3.4	74 28 9. 2	37. 87	—22 37 1. 3	+ 5. 38
α Aurigae	1	45 52 9. 2	66. 14	+45 48 12. 4	+ 4. 46
β Orionis	1	76 29 3. 5	43. 16	— 8 24 56. 8	+ 4. 70
β Tauri	2	78 44 43. 7	56. 77	+28 26 44. 7	+ 3. 72
γ Orionis	2	78 53 0. 9	48. 23	+ 6 10 42. 8	+ 3. 83
δ Orionis	2	80 42 58. 0	45. 93	— 0 26 24. 8	+ 3. 19
α Leporis	3.4	81 12 32. 1	39. 64	—17 57 27. 8	+ 3. 08
ε Orionis	2.3	81 46 58. 9	45. 57	— 1 19 28. 3	+ 2. 86

Nahmen.	Größe.	Rectascension.	Jährliche Aenderung	Declination.	Jährliche Aenderung
ζ Orionis	3	82°55′ 57″5	+45. 41	— 2 2 43. 6	+ 2. 84
κ Orionis	3	84 48 59. 4	42. 60	— 9 44 24. 3	+ 1. 85
α Orionis	1	86 22 14. 6	48. 68	+ 7 21 52. 8	+ 1. 27
μ Geminor.	3	93 1 52. 9	54. 43	+22 35 45. 4	— 1. 16
ζ Canis maj.	3	95 21 39. 5	34. 53	—29 59 30. 1	— 1. 28
β Canis maj.	2.3	93 42 13. 9	39. 56	—17 52 33. 1	— 1. 38
γ Geminor.	3	96 50 27. 7	51. 94	+16 32 35. 3	— 2. 40
ε Geminor.	3	98 13 39. 8	55. 40	+25 17 55. 2	— 2. 86
α Canis maj.	1	99 18 52. 1	39. 66	—16 28 38. 6	— 4. 44
ε Canis maj.	2.3	102 53 50. 7	35. 33	—28 44 2. 7	— 4. 44
δ Geminor.	3.4	107 21 19. 6	53. 90	+22 18 9. 8	— 5. 98
η Canis maj.	3	109 15 5. 8	35. 39	—28 57 36. 0	— 6. 60
β Canis min.	3	109 21 29. 0	48. 79	+ 8 38 33. 3	— 6. 65
α Gem. prae / seq.	3.4 / 3	110 47 20. 8	57. 63	+32 16 15. 6	— 7. 17
α Canis min.	1.2	112 28 53. 0	47. 18	+ 5 40 37. 9	— 8. 65
β Geminor.	2	113 35 9. 7	55. 22	+28 26 58. 2	— 8. 08
α Hydrae	2	139 41 47. 9	44. 17	— 7 53 13. 6	—15. 23
ϑ Ursae maj.	3	140 12 17. 4	61. 08	+52 29 10. 0	—16. 01
ε Leonis	3	143 55 1. 2	51. 35	+24 55 38. 8	—16. 18
μ Leonis	3	145 38 20. 0	51. 33	+26 50 43. 4	—16. 60
η Leonis	3.4	149 23 21. 4	49. 21	+17 27 53. 3	—17. 25
α Leonis	1	149 42 22. 2	48. 02	+12 50 20. 2	—17. 25
γ Leonis	2	152 31 17. 0	49. 80	+20 44 36. 6	—17. 91
μ Ursae maj.	3	152 54 24. 2	54. 32	+42 23 47. 0	—17. 79
β Ursae maj.	2	162 44 37. 5	55. 54	+57 20 23. 5	—19. 11
α Ursae maj.	1.2	163 8 53. 3	57. 06	+62 42 53. 6	—19. 29
δ Leonis.	3	166 8 33. 9	48. 09	+21 30 13. 2	—19. 57
λ Draconis	3.4	170 9 58. 2	55. 58	+70 19 2. 9	—19. 86
β Leonis	2.3	174 58 47. 7	45. 98	+15 34 24. 4	—20. 01
β Virginis	3.4	175 20 31. 2	46. 83	+ 2 46 24. 7	—20. 26
γ Ursae maj.	2	176 5 29. 6	48. 13	+54 41 22. 1	—20. 04
δ Ursae maj.	3	181 37 37. 0	45. 22	+58 1 35. 5	—20. 30
γ Corvi	3	181 39 9. 1	46. 01	—16 32 46. 1	—19. 95
δ Corvi	3	185 9 16. 6	46. 55	—15 31 0. 5	—20. 08
β Corvi	2.3	186 14 56. 1	46. 74	—22 24 19. 6	—20. 00
κ Draconis	3.4	186 26 33. 6	39. 18	+70 46 33. 0	—19. 98
ε Ursae maj.	3	191 31 44. 1	40. 20	+56 55 57. 5	—19. 75
α Canum ve.	2.3	191 54 31. 0	42. 27	+39 17 14. 0	—19. 56
ε Virginis	3.4	193 18 58. 4	44. 81	+11 55 28. 2	—19. 44

Nahmen.	Größe.	Rectascension.	Jährliche Aenderung	Declination.	Jährliche Aenderung
α Virginis	1	198°56′ 36″.1	+47″.15	—10°13′ 22″5	—18″.96
ζ Ursae maj.	3	199 10 10.5	36.33	+55 51 47.4	—18.96
η Ursae maj.	2.3	205 7 0.6	35.55	+50 12 37.7	—18.15
η Bootis	3	206 32 22.1	42.84	+19 17 58.1	—18.26
α Draconis	3.4	209 53 1.9	24.07	+65 14 2.3	—17.39
α Bootis	1	211 52 26.0	40.93	+20 7 9.7	—18.96
γ Bootis	3.4	216 12 58.5	36.40	+39 5 46.1	—15.99
ε Bootis	3	219 17 26.3	39.20	+27 50 2.1	—15.52
1 α Librae	6	220 12 1.3	49.47	—15 14 44.9	—15.34
2 α Librae	3	220 14 53.6	+49.53	—15 27 26.1	—15.31
β Ursae min.	3	222 50 0.1	— 4.58	+74 53 9.3	—14.82
β Bootis	2	223 47 58.8	+33.84	+41 6 5.6	—14.52
β Librae	2.3	226 50 46.2	+48.17	— 8 42 52.7	—13.68
δ Serpentis	3	231 33 47.6	+42.84	+11 8 41.9	—12.35
α Coronae b	2	231 46 34.9	+37.96	+27 19 26.8	—12.41
α Serpentis	2.3	233 51 50.5	44.21	+ 6 59 46.5	—11.73
ε Serpentis	3	235 28 27.9	44.74	+ 5 1 27.2	—11.26
γ Serpentis	3	237 2 51.2	41.49	+16 15 12.3	12.13
δ Scorpii	3	237 26 30.5	52.93	—22 6 6.2	10.70
β Scorpii	2	238 45 41.0	52.09	—19 18 20.5	10.36
δ Ophiuchi	3	241 14 32.6	46.92	— 3 13 27.3	9.69
ε Ophiuchi	3	242 12 50.9	47.41	— 4 14 48.2	9.23
γ Herculis	3.4	243 30 21.8	39.57	+19 34 53.8	8.80
α Scorpii	1	244 36 45.7	54.95	—26 1 27.2	8.57
β Herculis	2.3	245 37 47.9	38.44	+21 53 12.4	8.26
ζ Herculis	3	248 38 1.0	33.84	+31 56 3.5	6.78
η Herculis	3	249 11 17.0	30.63	+39 16 7.5	7.16
ι Scorpii	3	249 38 49.3	57.98	—33 57 27.1	7.28
ε Herculis	3	253 21 33.9	34.26	+31 11 49.2	5.64
η Ophiuchi	2.3	255 1 49.0	51.46	—15 29 31.5	4.97
α Herculis	3.4	256 37 15.5	40.88	+14 36 12.0	4.52
β Draconis	2	261 35 48.3	20.14	+52 26 17.2	2.91
α Ophiuchi	2	261 39 22.1	41.60	+12 41 58.5	3.03
β Ophiuchi	3	263 39 27.0	44.36	+ 4 39 5.8	1.97
γ Draconis	2	268 6 43.5	+20.91	+51 30 49.0	— 0.71
δ Ursae min.	3	277 28 30.8	-288.05	+86 34 43.7	+ 2.63
α Lyrae	1	277 43 7.9	+30.41	+38 37 23.2	+ 3.00
β Lyrae	3	280 51 59.1	33.07	+33 9 42.2	3.80
σ Sagittarii	3	281 2 26.2	55.91	—26 30 29.1	3.78
γ Lyrae	3	283 3 36.6	33.50	+32 27 3.3	4.58

Nahmen.	Größe.	Rectascension.	Jährliche Aenderung	Declination	Jährliche Aenderung
λ Aquilae	3	284° 11′ 7″.7	47″68	— 5° 8′ 27″.0	+ 4″.94
δ Draconis	3	288 7 11.3	0.60	+67 20 47.9	6.30
δ Aquilae	3.4	289 7 1.8	45.32	+ 2 46 1.9	6.75
β Cyg. praec	3	290 52 29.1	36.17	+27 35 26.7	7.20
γ Aquilae	3	294 26 13.5	42.81	+10 11 5.8	8.34
α Aquilae	1.2	295 30 42.7	43.91	+ 8 24 15.2	9.09
β Aquilae	3.4	296 37 46.9	44.23	+ 5 58 4.3	8.57
2α Capricor.	3	302 1 44.2	50.05	—13 5 26.1	10.72
γ Cygni	3	303 56 59.9	32.17	+39 41 20.7	11.26
α Cygni	1	308 49 53.4	30.53	+44 38 44.1	12.61
ε Cygni	3	309 44 29.4	36.29	+33 18 23.6	13.25
ζ Cygni	3	316 19 43.1	38.08	+29 29 52.9	14.47
α Cephei	3	318 34 20.5	21.46	+61 49 43.0	14.98
β Aquarii	3	320 31 55.0	47.48	— 6 21 6.5	15.58
β Cephei	3	321 34 28.0	12.03	+69 46 30.1	15.59
ε Pegasi	2.3	323 50 53.5	44.21	+ 9 3 36.3	16.27
α Aquarii	3	329 8 47.1	46.23	— 1 11 4.1	17.26
ζ Pegasi	3	338 8 1.4	44.73	+ 9 54 4.5	18.70
η Pegasi	3	338 39 16.8	41.93	+29 17 18.9	18.70
α Pisc. aust.	1	341 56 4.5	50.08	—30 34 4.3	18.92
β Pegasi	2	343 46 35.2	43.36	+27 6 53.8	19.47
α Pegasi	2	343 57 43.5	44.68	+14 14 42.7	19.33
γ Cephei	3	353 0 54.9	35.19	+76 37 59.7	20.03
α Androm.	1	359 47 14.0	46.09	+28 6 7.3	19.92
β Casseop.	2.3	359 55 5.4	46.82	+58 9 42.0	19.83

Tafel V.

Aberration.

Arg. Länge der Sonne. | Arg. Länge der Sonne ± ☊.

	0	VI	I	VII	II	VIII	0 VI	I VII	II VIII	
	loga	A +	loga	A +	loga	A +	− +	− +	− +	
0°	1. 2690	0° 0′	1. 2790	2° 11′	1. 2977	2° 6′	4″.0	3″.5	2″.0	30
1	1. 2690	0 5	1. 2796	2 14	1. 2983	2 3	4.0	3.5	2.0	29
2	1. 2691	0 11	1. 2802	2 16	1. 2988	2 0	4.0	3.4	1.9	28
3	1. 2692	0 16	1. 2808	2 18	1. 2993	1 57	4.0	3.4	1.8	27
4	1. 2692	0 22	1. 2815	2 20	1. 2998	1 54	4.0	3.3	1.8	26
5	1. 2693	0 27	1. 2821	2 21	1. 3003	1 51	4.0	3.3	1.7	25
6	1. 2695	0 32	1. 2827	2 23	1. 3008	1 47	4.0	3.3	1.6	24
7	1. 2696	0 37	1. 2834	2 24	1. 3012	1 44	4.0	3.3	1.6	23
8	1. 2698	0 43	1. 2840	2 25	1. 3017	1 40	4.0	3.2	1.5	22
9	1. 2700	0 48	1. 2847	2 26	1. 3021	1 36	4.0	3.2	1.4	21
10	1. 2703	0 53	1. 2853	2 27	1. 3025	1 32	4.0	3.1	1.4	20
11	1. 2705	0 58	1. 2860	2 28	1. 3028	1 28	4.0	3.1	1.3	19
12	1. 2708	1 3	1. 2866	2 28	1. 3032	1 24	3.9	3.0	1.2	18
13	1. 2711	1 8	1. 2873	2 28	1. 3036	1 20	3.9	2.9	1.2	17
14	1. 2714	1 12	1. 2879	2 28	1. 3039	1 16	3.9	2.9	1.1	16
15	1. 2718	1 17	1. 2886	2 28	1. 3042	1 11	3.9	2.8	1.0	15
16	1. 2721	1 22	1. 2892	2 28	1. 3045	1 7	3.9	2.8	1.0	14
17	1. 2725	1 26	1. 2899	2 27	1. 3048	1 3	3.9	2.7	0.9	13
18	1. 2729	1 30	1. 2905	2 27	1. 3050	0 58	3.8	2.7	0.8	12
19	1. 2733	1 34	1. 2912	2 26	1. 3053	0 53	3.8	2.6	0.8	11
20	1. 2738	1 39	1. 2918	2 25	1. 3055	0 49	3.8	2.6	0.7	10
21	1. 2742	1 42	1. 2924	2 24	1. 3057	0 44	3.8	2.5	0.6	9
22	1. 2747	1 46	1. 2931	2 22	1. 3059	0 39	3.7	2.5	0.6	8
23	1. 2752	1 50	1. 2938	2 21	1. 3060	0 34	3.7	2.4	0.5	7
24	1. 2757	1 53	1. 2944	2 19	1. 3061	0 30	3.7	2.4	0.4	6
25	1. 2762	1 57	1. 2949	2 17	1. 3063	0 25	3.7	2.3	0.3	5
26	1. 2768	2 0	1. 2956	2 15	1. 3064	0 20	3.6	2.3	0.3	4
27	1. 2773	2 3	1. 2961	2 13	1. 3064	0 15	3.6	2.2	0.2	3
28	1. 2779	2 6	1. 2966	2 11	1. 3065	0 10	3.6	2.1	0.1	2
29	1. 2785	2 9	1. 2972	2 8	1. 3065	0 5	3.5	2.1	0.1	1
30	1. 2790	2 11	1. 2977	2 6	1. 3065	0 0	3.5	2.0	0.0	0
	loga	− A	loga	− A	loga	− A	+ −	+ −	+ −	
	V	XI	IV	X	III	XI	V XI	IV X	III IX	

Tafel VI.

Nutation.

Arg. Länge des Mondsknotens.

	O		VI	I		VII	II		VIII	
	logb	B −	c − +	logb	B −	c − +	logb	B −	c − +	
0°	0.9531	0°0′	0″.00	0.9275	6°45′	7″.70	0.8647	7°48	13″33	30
1	0.9531	0 15	0. 27	0.9258	6 54	7. 93	0,8625	7 40	13. 46	29
2	0.9530	0 31	0. 54	0.9241	7 3	8. 16	0.8604	7 32	13. 59	28
3	0.9529	0 46	0. 80	0.9223	7 12	8. 39	0 8583	7 23	13. 72	27
4	0.9527	1 1	1. 07	0.9205	7 20	8. 61	0. 8562	7 14	13. 84	26
5	0.9524	1 16	1. 34	0.9187	7 28	8. 83	0. 8541	7 4	13. 95	25
6	0.9521	1 32	1. 61	0.9168	7 36	9. 05	0. 8521	6 53	14. 06	24
7	0.9517	1 47	1. 88	0.9149	7 43	9. 26	0. 8501	6 42	14. 17	23
8	0.9513	2 2	2. 14	0.9129	7 49	9. 48	0. 8482	6 29	14. 27	22
9	0.9508	2 17	2. 41	0.9109	7 56	9. 69	0. 8463	6 17	14. 37	21
10	0.9502	2 31	2. 67	0.9089	8 1	9. 90	0. 8445	6 3	14. 47	20
11	0.9496	2 46	2. 94	0.9069	8 6	10. 10	0. 8427	5 49	14. 56	19
12	0.9489	3 1	3. 20	0.9048	8 10	10. 30	0. 8410	5 35	14. 64	18
13	0.9483	3 15	3. 46	0.9027	8 14	10. 50	0. 8394	5 20	14. 72	17
14	0.9474	3 29	3. 72	0.9005	8 17	10. 70	0. 8378	5 4	14. 80	16
15	0.9465	3 43	3. 98	0.8984	8 20	10. 89	0. 8363	4 48	14. 87	15
16	0.9456	3 57	4. 24	0.8962	8 23	11. 08	0. 8349	4 31	14. 94	14
17	0.9447	4 12	4. 50	0.8940	8 24	11. 26	0. 8336	4 14	15. 00	13
18	0.9437	4 24	4. 76	0.8917	8 25	11. 44	0. 8324	3 56	15. 06	12
19	0.9426	4 37	5. 01	0.8895	8 25	11. 62	0. 8312	3 38	15. 11	11
20	0.9415	4 50	5. 27	0.8873	8 25	11. 79	0. 8302	3 20	15. 16	10
21	0.9403	5 3	5. 52	0.8850	8 24	11. 96	0. 8292	3 1	15. 21	9
22	0 9391	5 16	5. 77	0.8827	8 23	12. 13	0. 8283	2 41	15. 25	8
23	0.9378	5 28	6. 02	0.8805	8 21	12. 28	0. 8275	2 22	15. 28	7
24	0.9366	5 40	6. 26	0.8782	8 18	12. 45	0. 8268	2 2	15. 31	6
25	0.9351	5 51	6. 51	0.8759	8 15	12. 61	0. 8263	1 42	15. 34	5
26	0.9337	6 3	6. 75	0.8737	8 11	12. 76	0. 8258	1 22	15. 36	4
27	0.9322	6 14	6. 99	0.8714	8 6	12. 91	0. 8254	1 2	15. 37	3
28	0.9307	6 24	7. 23	0.8691	8 1	13. 06	0. 8252	0 41	15 39	2
29	0.9291	6 35	7. 46	0.8670	7 55	13. 20	0. 8250	0 21	15. 39	1
30	0.9275	6 45	7. 70	0.8647	7 48	13. 33	0. 8249	0 0	15. 40	0
	logb	+ B	− + c	logb	+ B	− + c	logb	+ B	− + c	
	V		XI	IV		X	III		IX	

Tafel VII.

Refraction.

Bar. 28 Par. Zolle, Therm. Reaum. 0°.

z	logr	Diff. für eine Min. 0,000	z	logr	Diff. für eine Min. 0,000	z	logr	Diff. für eine Min. 0,000	z	logr	Diff. für eine Min. 0,000
0 0′			12 0′	1.1059	61	24 0	1,4269	34	36 0	1.6394	26
20	9.5432		20	1.1182	59	20	1.4337	34	20	1.6447	26
40	9.8443		40	1.1301	58	40	1.4404	33	40	1.6500	26
1 0	0.0204		13 0	1.1418	56	25 0	1.4470	33	37 0	1.6553	26
20	0.1453		20	1.1532	55	20	1.4536	32	20	1.6605	26
40	0.2422		40	1.1643	54	40	1.4601	32	40	1.6657	26
2 0	0.3213		14 0	1.1752	53	26 0	1.4665	32	38 0	1.6710	25
20	0.3882		20	1.1858	52	20	1.4729	31	20	1.6761	26
40	0.4465		40	1.1963	51	40	1.4792	31	40	1.6813	26
3 0	0.4976		15 0	1.2064	50	27 0	1.4855	31	39 0	1.6865	26
20	0.5432		20	1.2165	49	20	1.4917	31	20	1.6917	25
40	0.5845		40	1.2262	48	40	1.4979	30	40	1.6968	26
4 0	0.6231		16 0	1.2359	47	28 0	1.5040	30	40 0	1.7020	25
20	0.6578		20	1.2453	46	20	1.5101	30	20	1.7071	25
40	0.6902		20	1.2546	45	40	1.5161	29	40	1.7122	25
5 0	0.7205		17 0	1.2637	44	29 0	1.5220	30	41 0	1.7173	25
20	0.7487		20	1.2727	44	20	1.5280	29	20	1.7224	25
40	0.7750		40	1.2815	43	40	1.5339	29	40	1.7274	25
6 0	0.8001		18 0	1.2902	42	30 0	1.5397	29	42 0	1.7325	25
20	0.8238		20	1.2987	42	20	1 5455	29	20	1.7376	25
40	0.8460		40	1.3071	41	40	1.5513	28	40	1.7427	25
7 0	0.8676		19 0	1.3153	40	31 0	1 5570	29	43 0	1.7477	25
20	0.8880		20	1.3234	40	20	1.5628	28	20	1.7527	25
40	0.9074		40	1.3315	39	40	1.5684	28	40	1.7578	25
8 0	0.9262	89	20 0	1.3394	39	32 0	1.5741	28	44 0	1.7628	25
20	0.9442	86	20	1.3472	38	20	1.5797	27	20	1.7579	25
40	0.9615	83	40	1 3549	38	40	1.5852	27	40	1.7729	25
9 0	0.9781	80	21 1	1.3625	37	33 0	1.5907	27	45 0	1.7780	25
20	0.9942	77	20	1.3700	37	20	1.5962	28	20	1.7830	25
40	1.0097	75	40	1.3774	36	40	1.6018	27	40	1.7881	25
10 0	1.0247	72	22 0	1.3852	35	34 0	1.6072	27	46 0	1.7931	25
20	1.0393	70	20	1.3920	35	20	1.6126	27	20	1.7982	26
40	1.0534	68	40	1.3991	35	40	1.6180	27	40	1.8032	25
11 0	1.0671	66	23 0	1.4062	34	35 0	1.6234	27	47 0	1.8083	25
20	1.0804	64	20	1.4132	34	20	1.6288	26	20	1.8133	25
40	1.0933	63	40	1.4201	34	40	1.6341	26	40	1.8184	25

z	logr	Diff. für eine Min. 0.000	n	z	logr	Diff. für eine Min. 0.000	n	z	logr	Diff. für eine Min. 00.00	n
48°0′	1.8235	25	1.002	55 0	1.9323	27	1.008	62 0	2.0512	31	1.009
10	1.8260	25	1.002	10	1.9350	27	1.008	10	2.0543	30	1.009
20	1.8285	26	1.002	20	1.9377	27	1.008	20	2.0573	31	1.009
30	1.8311	25	1.002	30	1.9404	27	1.008	30	2.0604	30	1.009
40	1.8336	25	1.003	40	1.9431	27	1.008	40	2.0634	31	1.009
50	1.8361	26	1.003	50	1.9458	27	1.008	50	2.0665	31	1.009
49 0	1.8387	25	1.003	56 0	1.9485	27	1.008	63 0	2.0696	31	1.009
10	1.8412	26	1.003	10	1.9512	27	1.008	10	2.0727	31	1.009
20	1.8438	25	1.003	20	1.9539	28	1.008	20	2.0758	32	1.009
30	1.8463	26	1.003	30	1.9567	27	1.008	30	2.0790	31	1.009
40	1.8489	25	1.003	40	1.9594	27	1.008	40	2.0821	32	1.009
50	1.8514	26	1.003	50	1.9621	28	1.008	50	2.0853	31	1.009
50 0	1.8540	26	1.004	57 0	1.9649	27	1.009	64 0	2.0884	32	1.009
10	1.8566	25	1.004	10	1.9676	28	1.009	10	2.0916	32	1.009
20	1.8591	26	1.004	20	1.9704	28	1.009	20	2.0948	32	1.009
30	1.8617	26	1.004	30	1.9732	28	1.009	30	2.0980	33	1.009
40	1.8643	25	1.004	40	1.9760	27	1.009	40	2.1013	32	1.009
50	1.8668	26	1.004	50	1.9787	28	1.009	50	2.1045	33	1.009
51 0	1.8694	26	1.005	58 0	1.9815	28	1.009	65 0	2.1078	33	1.010
10	1.8720	26	1.005	10	1.9843	28	1.009	10	2.1111	32	1.010
20	1.8746	25	1.005	20	1.9871	29	1.009	20	2.1143	33	1.010
30	1.8771	26	1.005	30	1.9900	28	1.009	30	2.1176	34	1.010
40	1.8797	26	1.005	40	1.9928	28	1.009	40	2.1210	33	1.010
50	1.8823	26	1.005	50	1.9956	29	1.009	50	2.1243	34	1.010
52 0	1.8849	26	1.006	59 0	1.9985	28	1.009	66 0	2.1277	34	1.010
10	1.8875	26	1.006	10	2.0013	29	1.009	10	2.1311	33	1.010
20	1.8901	26	1.006	20	2.0042	28	1.009	20	2.1344	34	1.010
30	1.8927	26	1.006	30	2.0070	29	1.009	30	2.1378	35	1.010
40	1.8953	26	1.006	40	2.0099	29	1.009	40	2.1413	34	1.010
50	1.8979	26	1.006	50	2.0128	29	1.009	50	2.1447	35	1.010
53 0	1.9005	26	1.007	60 0	2.0157	29	1.009	67 0	2.1482	35	1.010
10	1.9032	27	1.007	10	2.0186	29	1.009	10	2.1517	35	1.010
20	1.9058	26	1.007	20	2.0215	29	1.009	20	2.1552	35	1.010
30	1.9084	27	1.007	30	2.0244	30	1.009	30	2.1587	35	1.010
40	1.9111	26	1.007	40	2.0274	29	1.009	40	2.1622	36	1.010
50	1.9137	26	1.007	50	2.0303	30	1.009	50	2.1658	36	1.010
54 0	1.9163	27	1.008	61 0	2.0333	29	1.009	68 0	2.1694	36	1.011
10	1.9190	26	1.008	10	2.0362	30	1.009	10	2.1730	36	1.011
20	1.9216	27	1.008	20	2.0392	30	1.009	20	2.1766	37	1.011
30	1.9243	27	1.008	30	2.0422	30	1.009	30	2.1803	36	1.011
40	1.9270	26	1.008	40	2.0452	30	1.009	40	2.1839	37	1.011
50	1.9296	27	1.008	50	2.0482	30	1.009	50	2.1876	37	1.011

z	logr	Diff. für eine Min. 0.000	n	z	logr	Diff. für eine Min. 0.000	n	z	logr	Diff. für eine Min. 0.000	n
69 0	2.1913	38	1.011	76 0	2.3749	52	1.019	83 0	2.6631	93	1.057
10	2.1951	37	1.011	10	2.3801	53	1.019	10	2.6724	96	1.059
20	2.1988	38	1.011	20	2.3854	53	1.019	20	2.6820	97	1.062
30	2.2026	38	1.011	30	2.3907	55	1.020	30	2.6917	99	1.064
40	2.2064	39	1.011	40	2.3962	54	1.020	40	2.7016	101	1.067
50	2.2103	38	1.011	50	2.4016	56	1.021	50	2.7117	103	1.069
70 0	2.2141	39	1.011	77 0	2.4072	56	1.021	84 0	2.7221	105	1.072
10	2.2180	39	1.011	10	2.4128	56	1.021	10	2.7326	107	1.076
20	2.2219	40	1.011	20	2.4184	57	1.022	20	2.7433	110	1.080
30	2.2259	39	1.012	30	2.4231	58	1.022	30	2.7543	112	1.084
40	2.2298	40	1.012	40	2.4299	59	1.023	40	2.7655	114	1.088
50	2.2338	41	1.012	50	2.4358	59	1.023	50	2.7769	117	1.092
71 0	2.2379	40	1.012	78 0	2.4417	60	1.024	85 0	2.7886	119	1.096
10	2.2419	41	1.012	10	2.4477	60	1.024	10	2.8005	122	1.101
20	2.2460	41	1.012	20	2.4537	62	1.025	20	2.8127	125	1.106
30	2.2501	42	1.012	30	2.4599	62	1.026	30	2.8251	127	1.112
40	2.2533	41	1.012	40	2.4661	63	1.026	40	2.8379	130	1.118
50	2.2584	42	1.012	50	2.4724	64	1.027	50	2.8509	134	1.124
72 0	2.2626	42	1.013	79 9	2.4788	66	1.027	86 0	2.8643	136	1.130
10	2.2668	43	1.013	10	2.4852	65	1.027	10	2.8779	139	1.138
20	2.2711	43	1.013	20	2.4917	67	1.028	20	2.8918	142	1.144
30	2.2754	44	1.013	30	2.4984	67	1.028	30	2.9060	146	1.153
40	2.2798	43	1.013	40	2.5051	68	1.029	40	2.9206	149	1.161
50	2.2841	44	1.013	50	2.5119	69	1.030	50	2.9355	153	1.171
73 0	2.2885	44	1.014	80 0	2.5188	70	1.031	87 0	2.9508	156	1.181
10	2.2929	45	1.014	10	2.5258	70	1.032	10	2.9664	160	1.192
20	2.2974	46	1.014	20	2.5328	73	1.033	20	2.9824	163	1.203
30	2.3020	45	1.014	30	2.5401	73	1.034	30	2.9987	166	1.215
40	2.3065	46	1.014	40	2.5474	75	1.035	40	3.0153	170	1.228
50	2.3111	47	1.015	50	2.5549	75	1.036	50	3.0323	174	1.243
74 0	2.3158	46	1.015	81 0	2.5624	77	1.037	88 0	3.0497	177	1.259
10	2.3204	47	1.015	10	2.5701	78	1.038	10	3.0674	180	1.276
20	2.3251	48	1.015	20	2.5779	79	1.039	20	3.0854	183	1.292
30	2.3299	48	1.016	30	2.5858	80	1.041	30	3.1037	186	1.309
40	2.3347	49	1.016	40	2.5938	81	1.042	40	3.1224	189	1.328
50	2.3396	49	1.016	50	2.6019	83	1.043	50	3.1413	191	1.348
75 0	2.3445	49	1.017	82 0	2.6102	84	1.045	89 0	3.1604	194	1.368
10	2.3494	50	1.017	10	2.6186	86	1.047	10	3.1798	196	1.389
20	2.3544	50	1.017	20	2.6272	87	1.049	20	3.1994	197	1.410
30	2.3594	51	1.018	30	2.6359	90	1.051	30	3.2191	198	1.432
40	2.3645	52	1.018	40	2.6449	90	1.053	40	3.2390	199	1.454
50	2.3697	52	1.018	50	2.6539	92	1.055	50	3.2589	200	1.477
								90 0	3.2789		1.500

Barometer in Par. Zollen.

b		b	
25. 5	9. 9594	28. 0	0. 0000
6	9. 9611	1	0. 0015
7	9. 9628	2	0. 0031
8	9. 9645	3	0. 0046
25. 9	9. 9661	4	0. 0062
26. 0	9. 9678	5	0. 0077
1	9. 9695	6	0. 0092
2	9. 9711	7	0. 0107
3	9. 9728	8	0. 0122
4	9. 9745	28. 9	0. 0137
5	9. 9761	29. 0	0. 0152
6	9. 9777	1	0. 0167
7	9. 9794	2	0. 0182
8	9. 9810	3	0. 0197
26. 9	9. 9826	4	0. 0212
27. 0	9. 9842	5	0. 0227
1	9. 9858	6	0. 0241
2	9. 9874	7	0. 0256
3	9. 9890	8	0. 0271
4	9. 9906	29. 9	0. 0285
5	9. 9922	30. 0	0. 0300
6	9. 9938	1	0. 0314
7	9. 9953	2	0. 0328
8	9. 9969	3	0. 0343
27. 9	9. 9985	4	0. 0357

Äußerer Therm. Reaum.

τ		τ	
0°	0. 0000	0°	0.0000
— 1	0. 0020	+ 1	—0.0020
— 2	0. 0040	+ 2	—0.0039
— 3	0. 0060	+ 3	—0.0059
— 4	0. 0080	+ 4	—0.0078
— 5	0. 0100	+ 5	—0.0098
6	0. 0120	6	—0.0117
7	0. 0141	7	—0.0136
8	0. 0161	8	—0.0155
9	0. 0182	9	—0.0174
— 10	0. 0202	+ 10	—0.0193
11	0. 0223	11	—0.0212
12	0. 0244	12	—0.0231
13	0. 0265	13	—0.0250
14	0. 0286	14	—0.0268
— 15	0. 0307	+ 15	—0.0287
16	0. 0329	16	—0.0305
17	0. 0350	17	—0.0324
18	0. 0372	18	—0.0342
19	0. 0393	19	—0.0360
— 20	0. 0415	+ 20	—0.0379
21	0. 0437	21	—0.0397
22	0. 0459	22	—0.0415
23	0. 0481	23	—0.6433
24	0. 0503	24	—0.0451
— 25	0. 0525	+ 25	—0.0468
26	0. 0547	26	—0.0486
27	0. 0570	27	—0.0504
28	0. 0593	28	—0.0521
— 29	0. 0615	+ 29	—0.0539

Innerer Therm. Reaum.

τ′		τ′	
— 0°	0. 0000	+ 0	0. 0000
— 5	0. 0005	+ 5	9. 9995
— 10	0. 0010	+ 10	9. 9990
— 15	0. 0015	+ 15	9. 9985
— 20	0. 0020	+ 20	9. 9980
— 25	0. 0024	+ 25	9. 9976
— 30	0. 0029	+ 30	9. 9971

Tafel VIII.

$$\frac{2\mathrm{Sin}^2\frac{\Theta}{2}}{\mathrm{Sin}\,1''}$$

ϑ	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′
0″	0″.0	2″.0	7″.8	17″.7	31″.4	49″.1	70″.7	96″.2	125″.7	159″.0	196″.3
1	0.0	2.0	8.0	17.9	31.7	49.4	71.1	96.9	126.2	159.6	197.0
2	0.0	2.1	8.1	18.1	31.9	49.7	71.5	97.1	126.7	160.2	197.6
3	0.0	2.2	8.2	18.3	32.2	50.1	71.9	97.6	127.2	160.8	198.3
4	0.0	2.2	8.4	18.5	32.5	50.4	72.3	98.1	127.8	161.4	198.9
5	0.0	2.3	8.5	18.7	32.7	50.7	72.7	98.5	128.3	162.0	199.6
6	0.0	2.4	8.7	18.9	33.0	51.1	73.1	99.0	128.8	162.6	200.3
7	0.0	2.4	8.8	19.1	33.2	51.5	73.5	99.4	129.4	163.2	200.9
8	0.0	2.5	8.9	19.3	33.5	51.7	73.9	99.9	129.9	163.8	201.6
9	0.0	2.6	9.1	19.5	33.8	52.1	74.3	100.5	130.4	164.4	202.2
10	0.1	2.7	9.2	19.7	34.1	52.5	74.7	100.8	131.0	165.0	202.9
11	0.1	2.7	9.4	19.9	34.4	52.7	75.1	101.3	131.5	165.6	203.6
12	0.1	2.8	9.5	20.1	34.6	53.1	75.5	101.8	132.0	166.2	204.2
13	0.1	2.9	9.6	20.3	34.9	53.4	75.9	102.3	132.6	166.9	204.9
14	0.1	3.0	9.8	20.5	35.2	53.8	76.3	102.7	133.1	167.4	205.6
15	0.1	3.1	9.9	20.7	35.5	54.1	76.7	103.2	133.6	168.0	206.3
16	0.1	3.1	10.1	20.9	35.7	54.5	77.1	103.7	134.2	168.6	206.9
17	0.2	3.2	10.2	21.2	36.0	54.8	77.5	104.2	134.7	169.2	207.6
18	0.2	3.3	10.4	21.4	36.3	55.1	77.9	104.6	135.3	169.8	208.3
19	0.2	3.4	10.5	21.5	36.6	55.5	78.3	105.1	135 8	170.4	208.9
20	0.2	3.5	10.7	21.8	36.9	55.8	78.8	105.6	136.4	171.0	209.6
21	0.3	3.6	10.8	22.0	37.2	56.2	79.2	106.1	136.9	171.6	210.3
22	0.3	3.7	11.0	22.3	37.4	56.5	79.6	106.6	137.4	172.2	211.0
23	0.3	3.8	11.1	22.5	37.7	56.9	80.0	107.0	138.0	172.9	211.6
24	0.3	3.8	11.3	22.7	38.0	57.3	80.4	107.5	138.5	173.5	212.3
25	0.3	3.9	11.5	22.9	38.3	57.6	80.8	108.0	139.1	174.1	213.0
26	0.4	4.0	11.6	23.1	38.6	58.0	81.3	108.5	139.6	174.7	213.7
27	0.4	4.1	11.8	23.4	38.9	58.3	81.7	109.0	140.2	175.3	214.4
28	0.4	4.2	11.9	23.6	39.2	58.7	82.1	109.5	140.7	175.9	215.1
29	0.5	4.3	12.1	23.8	39.5	59.0	82.5	110.0	141.3	176.6	215.8
30	0.5	4.4	12.3	24.0	39.8	59.4	83.0	110.4	141.8	177.2	216.4

ϑ	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′
31	0″5	4″5	12″4	24″3	40″1	59″8	83″4	110″9	142″4	177″8	217″1
32	0.6	4.6	12.6	24.5	40.3	60.1	83.8	111.4	143.0	178.4	217.8
33	0.6	4.7	12.8	24.7	40.6	60.5	84.2	111.9	143.5	179.0	218.5
34	0.6	4.8	12.9	25.0	40.9	60.8	84.7	112.4	144.1	179.7	219.2
35	0.7	4.9	13.1	25.2	41.2	61.2	85.1	112.9	144.6	180.3	219.8
36	0.7	5.0	13.3	25.4	41.5	61.6	85.5	113.4	145.2	180.9	220.6
37	0.7	5.1	13.4	25.7	41.8	61.9	86.0	113.9	145.8	181.6	221.3
38	0.8	5.2	13.6	25.9	42.1	62.3	86.4	114.4	146.3	182.2	222.0
39	0.8	5.3	13.8	26.2	42.5	62.7	86.8	114.9	146.9	182.8	222.7
40	0.9	5.4	14.0	26.4	42.8	63.0	87.3	115.4	147.5	183.4	223.4
41	0.9	5.6	14.1	26.6	43.1	63.4	87.7	115.9	148.0	184.1	224.1
42	1.0	5.7	14.3	26.9	43.4	63.8	88.1	116.4	148.6	184.7	224.8
43	1.0	5.8	14.5	27.1	43.7	64.2	88.6	116.9	149.2	185.4	225.3
44	1.1	5.9	14.7	27.4	44.0	64.5	89.0	117.4	149.7	186.0	226.2
45	1.1	6.0	14.8	27.6	44.3	64.9	89.5	117.9	150.3	186.5	226.9
46	1.2	6.1	15.0	27.9	44.6	65.3	89.9	118.4	150.9	187.3	227.6
47	1.2	6.2	15.2	28.1	44.9	65.7	90.3	118.9	151.5	187.9	228.3
48	1.3	6.4	15.4	28.3	45.2	66.0	90.8	119.5	152.0	188.5	229.0
49	1.3	6.5	15.6	28.6	45.5	66.4	91.2	120.0	152.6	189.2	229.7
50	1.4	6.6	15.8	28.8	45.9	66.8	91.7	120.5	153.2	189.8	230.4
51	1.4	6.7	15.9	29.1	46.2	67.2	92.1	121.0	153.8	190.5	231.1
52	1.5	6.8	16.1	29.4	46.5	67.6	92.6	121.5	154.4	191.1	231.8
53	1.5	7.0	16.3	29.6	46.8	68.0	93.0	122.0	154.9	191.8	232.5
54	1.6	7.1	16.5	29.9	47.1	68.3	93.5	122.5	155.5	192.4	233.3
55	1.6	7.2	16.7	30.1	47.5	68.7	93.9	123.1	156.1	193.1	234.0
56	1.7	7.3	16.9	30.4	47.8	69.1	94.4	123.6	156.7	193.7	234.7
57	1.8	7.5	17.2	30.6	48.1	69.5	94.8	124.1	157.3	194.4	235.4
58	1.8	7.6	17.3	30.9	48.4	69.8	95.3	124.6	157.8	195.0	236.1
59	1.9	7.7	17.5	31.1	48.8	70.3	95.7	125.1	158.4	195.7	236.8
60	2.0	7.8	17.7	31.4	49.1	70.7	96.2	125.7	159.0	196.3	237.5

Tafel IX.

Geographische Lage der vorzüglichsten Orte.

	Länge von Paris	Breite		Länge von Paris	Breite
Abo	1h 19′ 48″	60° 26′ 58″	Gotha	0 33 35	50 56 8
Aleppo, Haleb	2 19 20	36 11 25	Göttingen	0 30 25	51 31 50
Alexandrien	1 50 20	31 13 5	Greenwich	0 9 21 W	51 28 40
Amiens	0 0 8 W	49 53 41	Halle	0 38 31	51 29 5
Amsterdam	0 12 32	52 22 17	Hamburg	0 30 33	53 32 51
Ancona	0 44 36	43 37 54	Hannover	0 29 31	52 22 25
Archangel	2 33 33	64 31 40	Jakutsk	8 29 29	62 1 50
Astrakan	3 2 50	46 21 12	Irkutsk	6 47 25	52 16 41
Athen Temp. d. Min.	1 25 44	37 58 1	Ispahan	3 18 0	32 24 34
Augsburg	0 34 18	48 21 46	Kasan	3 8 3	55 47 51
Bagdad	2 48 18	33 19 40	Kew (Observat.)	0 10 31 W	51 28 0
Basel	0 21 1	47 33 34	Kiow	1 52 30	50 27 0
Barcelona	0 0 41 W	41 21 44	Königsberg	1 12 36	54 42 12
Batavia	6 58 15	6 12 0 S	Kola	2 2 42	68 52 30
Berlin	0 44 8	52 31 45	Krakau	1 10 27	50 3 38
Bern	0 20 23	46 57 8	Kremsmünster	0 47 11	48 3 29
Bombay	4 41 12	18 56 40	Leipzig	0 40 6	51 20 16
Bordeaux	0 11 37	44 50 14	Leyden	0 8 36	52 9 30
Botany-Bay	9 55 37	34 6 0 S	Lima	5 17 51 W	12 2 34 S
Boulogne	0 2 53 W	50 43 37	Lissabon	0 45 55 W	38 42 24
Bremen	0 25 51	53 4 38	London	0 9 44 W	51 30 49
Breslau	0 58 48	51 6 30	Lyon	0 9 57	45 45 58
Brüssel	0 8 8	50 50 59	Madrid	0 24 30	40 24 57
Cadix (Observat.)	0 34 31 W	36 32 0	Malta	0 48 42	35 53 41
Calais	0 1 56 W	50 57 32	Mannheim	0 24 31	49 29 18
Calcutta	5 44 38	22 34 45	Marseille	0 12 8	43 17 49
Cambridge	0 9 38 W	52 12 36	Mexico	6 45 42 W	19 25 45
Cap der guten Hoff.	1 4 15	33 55 15 S	Mailand	0 27 25	45 28 2
Cassel	0 29 0	51 19 20	Mirepoix	0 1 51 W	43 5 7
Cayenne	3 38 20 W	4 56 15	Moscau	2 20 51	55 45 45
Charkow	2 16 25	49 59 43	München	0 36 57	48 8 20
Christiania	0 33 54	59 55 20	Nankin	7 45 48	32 4 40
Coimbra	0 42 59 W	40 12 30	Neapel	0 47 42	40 50 15
Constantinopel	1 46 20	41 1 27	Nicolajef	1 58 42	46 58 55
Copenhagen	0 40 59	55 41 4	Nürnberg	0 34 56	49 26 55
Danzig	1 5 11	54 20 48	Ofen	1 6 49	47 29 44
Dorpat	1 37 28	58 22 44	Ochotzk	9 23 24	59 20 10
Dresden	0 45 31	51 2 50	Oxford	0 14 22	51 45 40
Dublin	0 34 36 W	53 21 11	Padua	0 38 5	45 24 2
Dünkirchen	0 0 9	51 2 9	Palermo	0 44 7	38 6 44
Erfurth	0 34 49	50 58 45	Paris k. Observat.	0 0 0	48 50 14
Erlangen	0 34 55	49 35 36	Petersburg	1 51 54	59 56 23
Fiume	0 48 24	45 20 10	Philadelphia	5 10 7 W	39 56 55
Florenz	0 35 42	43 46 41	Pisa	0 32 15	43 43 11
Frankfurt am Main	0 25 3	50 7 29	Portsmouth	0 13 45 W	50 48 2
Frankf. an der Oder	0 48 52	52 22 8	Prag	0 48 20	50 5 19
Genua	0 26 31	44 25 0	Quito	5 24 22 W	0 13 17 S
Genf	0 15 17	46 12 0	Regensburg	0 39 4	49 0 53
Goa	4 45 40	15 31 0	Riga	1 27 10	56 57 1

	Länge von Paris	Breite		Länge von Paris	Breite
Rom	0 40 38	41 53 54	Upsala	1 1 15	59 51 50
Stockholm	1 2 53	59 20 31	Uranienburg	0 41 31	55 54 38
Straßburg	0 21 38	48 34 56	Venedig	0 40 3	45 25 53
Stuttgard	0 27 23	48 46 15	Verona	0 34 44	45 26 7
Tobolsk	4 23 4	58 11 42	Warschau	1 14 50	52 14 28
Tornea	1 27 28	65 50 50	Wardhuse	1 55 7	70 22 36
Toulon	0 14 22	43 7 9	Weimar	0 36 3	50 59 12
Triest	0 45 47	45 38 8	Wien	0 56 10	48 12 35
Tübingen	0 26 53	48 31 10	Wilna	1 31 51	54 41 2
Turin	0 21 20	45 4 0	Zürch	0 24 45	47 22 33

Tafel X.

Berghöhen durch Barometermessungen.

b.	A.	b.	A.	b.	A.	b.	A.	b.	A.
29.0	-119.50	26.0	328.05	23.0	830.52	20.0	1403.33	17.0	2069.40
28.9	-105.34	25.9	343.84	22.9	848.38	19.9	1423.87	16.9	2093.58
28.8	- 91.13	25.8	359.70	22.8	866.32	19.8	1444.52	16.8	2117.90
28.7	- 76.88	25.7	375.61	22.7	884.33	19.7	1465.27	16.7	2142.37
28.6	- 62.57	25.6	391.59	22.6	902.43	19.6	1486.12	16.6	2166.98
28.5	- 48.22	25.5	407.63	22.5	920.60	19.5	1507.09	16.5	2191.75
28.4	- 33.81	25.4	423.74	22.4	938.86	19.4	1528.16	16.4	2216.66
28.3	- 19.35	25.3	439.90	22.3	957.20	19.3	1549.34	16.3	2241.73
28.2	- 4.85	25.2	456.13	22.2	975.62	19.2	1570.63	16.2	2266.95
28.1	9.71	25.1	472.43	22.1	994.12	19.1	1592.03	16.1	2292.33
28.0	24.32	25.0	488.79	22.0	1012.71	19.0	1613.55	16.0	2317.86
27.9	38.99	24.9	505.22	21.9	1031.38	18.9	1635.18	15.9	2343.56
27.8	53.70	24.8	521.71	21.8	1050.13	18.8	1656.92	15.8	2369.42
27.7	68.47	24.7	538.27	21.7	1068.98	18.7	1678.78	15.7	2395.43
27.6	83.29	24.6	554.90	21.6	1087 91	18.6	1700.75	15.6	2421.63
27.5	98.17	24.5	571.59	21.5	1106.93	18.5	1722.85	15.5	2447.98
27.4	113.10	24.4	588.35	21.4	1126.03	18.4	1745.06	15.4	2474.51
27.3	128.09	24.3	605.18	21.3	1145.20	18.3	1767.40	15.3	2501.21
27.2	143.13	24.2	622.08	21.2	1164.52	18.2	1789.85	15.2	2528.09
27.1	158.22	24.1	639.06	21.1	1183.89	18.1	1812.43	15.1	2555.14
27.0	173.37	24.0	656.10	21.0	1203.36	18.0	1835.14	15.0	2582.37
26.9	188.58	23.9	673.21	20.9	1222.93	17.9	1857.97	14.9	2609.78
26.8	203.84	23.8	690.39	20.8	1242.58	17.8	1880.93	14.8	2637.38
26.7	219.16	23.7	707.65	20.7	1262.34	17.7	1904.02	14.7	2665.17
26.6	234.54	23.6	724.98	20.6	1282.18	17.6	1927.24	14.4	2693.14
26.5	249.98	23.5	742.38	20.5	1302.13	17.5	1950.60	14.5	2721.31
26.4	265.48	23.4	759.86	20.4	1322.17	17.4	1974.08	14.4	2749.68
26.3	281.03	23.3	777.41	20.3	1342.31	17.3	1997.71	14.3	2778.24
26.2	296.64	23.2	795.04	20.2	1362.55	17.2	2021.46	14.2	2807.00
26.1	312.32	23.1	812.74	20.1	1382.89	17.1	2045.36	14.1	2835.96

Tafel XI.

Mondsphasen.

	Epochen des Mondes	A	P		Epochen des Mondes	A	P
1800 C	2T 4^{h}30'.1	908.1	2	1825	3T 12^{h}30'.3	335.4	3
1801	6 7 39.7	304.5	4	1826	0 6 30.0	463.9	4
1802	3 1 39.1	433.0	1	1827	4 9 40.4	860.3	2
1803	7 4 49.8	829.4	3	1828 B	0 3 40.0	988.8	3
1804 B	2 22 49.5	957.9	4	1829	4 6 50.7	385.2	1
1805	7 2 0.1	354.3	2	1830	1 0 50.1	513.7	2
1806	3 19 59.5	482.8	3	1831	5 4 0.8	910.1	4
1807	0 13 59.2	611.3	4	1832 B	0 22 0.5	38.6	1
1808 B	3 17 9.6	7.7	2	1833	5 1 10.8	435.0	3
1809	0 11 9.3	136.2	3	1834	1 19 10.5	563.5	4
1810	4 14 19.9	532.6	1	1835	5 22 20.9	959.9	2
1811	1 8 19.3	661.6	2	1836 B	1 16 20.6	88.4	3
1812 B	4 11 30.0	57.5	4	1837	5 19 31.3	484.8	1
1813	1 5 29.7	186.0	1	1838	2 13 30.6	613.3	2
1814	5 8 40.1	582.4	3	1839	6 16 41.3	9.7	4
1815	2 2 39.7	710.9	4	1840 B	2 10 41.0	138.2	1
1816 B	5 5 50.1	107.1	2	1841	6 13 51.4	534.6	3
1817	1 23 49.8	235.8	3	1842	3 7 51.0	663.1	4
1818	6 3 0.5	632.2	1	1843	0 1 50.7	791.6	1
1819	2 20 59.8	760.7	2	1844 B	3 5 1.1	188.0	3
1820 B	6 0 10.5	157.1	4	1845	7 8 11.8	584.4	1
1821	2 18 10.2	285.6	1	1846	4 2 11.2	712.9	2
1822	6 21 20.6	682.0	3	1847	0 20 10.8	841.4	3
1823	3 15 20.2	810.5	4	1848 B	3 23 21.5	237.8	1
1824 B	6 18 30.9	206.9	2	1849	0 17 20.9	366.3	2

Tafel XII.

Bewegung des Mondes.

	Mond	A	P		Mond	A	P
Januar	$7^{T}\ 9^{h}\ 39.'7$	269.2	1	July	$3^{T}\ 12^{h}\ 47.'1$	697.5	1
	14 19 19. 0	538.0	2		10 21 26. 4	964.7	2
	22 4 57. 4	806.6	3		18 6 6. 9	231.8	3
	29 14 34. 7	75.3	4		25 14 49. 3	499.0	4
Februar	6 0 10. 3	343.8	1	August	1 23 34. 0	766.3	1
	13 9 43. 8	612.3	2		9 8 21. 4	33.6	2
	20 19 14. 8	880.7	3		16 17 11. 8	301.0	3
	28 4 43. 0	149.1	4		24 2 5. 7	568.4	4
					31 11 3. 2	836.0	1
März	7 14 7. 9	417.3	1	September	7 20 4. 5	103.6	2
	14 23 29. 2	685.4	2		12 5 9. 6	371.3	3
	22 8 46. 7	953.4	3		22 14 18. 5	639.2	4
	29 18 0. 3	221.4	4		29 23 31. 5	907.1	1
April	6 3 9. 9	489.3	1	October	7 8 48. 2	175.1	2
	13 12 15. 3	757.0	2		14 18 8. 5	443.2	3
	20 21 16. 6	24.6	3		22 3 32. 2	711.4	4
	28 6 14. 1	292.3	4		29 12 59. 0	979.7	1
May	5 15 7. 7	559.6	1	November	5 22 28. 7	248.1	2
	12 23 57. 8	827.0	2		13 8 0. 8	516.9	3
	20 8 44. 7	94.4	3		20 17 35. 1	785.1	4
	27 17 28. 9	361.6	4		28 23 11. 1	53.8	5
Juny	4 2 10. 9	628.9	1	December	5 12 48. 6	322.4	2
	11 10 51. 1	896.2	2		12 22 27. 0	591.1	3
	18 19 30. 1	163.2	3		20 8 6. 3	859.9	4
	26 4 8. 6	430.4	4		27 17 46. 0	128.6	1
					35 3 26. 0	896.1	2

Tafel XIII.

A	Syzygien.	Quadraturen	A	Syzygien.	Quadraturen	A	Syzygien.	Quadraturen
0	$15^h 13.'8$	$15^h 13.'8$	350	$22^h 56. 2$	$27^h 9.'0$	700	$6^h 4.'3$	$0^h 58.'2$
10	15 53 1	16 12 7	360	22 32 8	26 33 2	710	5 52 4	0 40 2
20	16 32 3	17 11 3	370	22 7 9	25 55 0	720	5 52 3	0 25 3
30	17 11 1	18 9 3	380	21 41 6	25 14 5	730	5 34 6	0 14 2
40	17 49 3	19 6 6	390	21 14 0	24 31 9	740	5 29 0	0 6 5
50	18 26.9	20 2.8	400	20 45.0	23 47.3	750	5 25.7	0 2.4
60	19 3.5	20 58.1	410	20 15.2	23 1.0	760	5 24.8	0 0.0
70	19 39.1	21 51.8	420	19 44.2	22 13.1	770	5 26.2	0 4.3
80	20 13.5	22 43.7	430	19 12.3	21 23.8	780	5 30.0	0 12.2
90	20 46.5	23 33.8	440	18 39.7	20 33.2	790	5 36.1	0 22.9
100	21 18.0	24 21.8	450	18 6.4	19 41.6	800	5 44.6	0 37.1
110	21 47.9	25 7.3	460	17 32.5	18 49.1	820	5 55.5	0 54.9
120	22 16.1	25 50.6	470	16 58.3	17 56.3	820	6 8.8	1 16.3
130	22 42.4	26 31.0	480	16 23.7	17 2.2	830	6 24.3	1 41.3
140	23 6.7	27 8.6	490	15 48.8	16 8.2	840	6 42.1	2 9.7
150	23 28.9	27 43.2	500	15 13.8	15 13.8	850	7 2.1	2 41.1
160	23 49.0	28 14.6	510	14 39.1	14 19.3	860	7 24.1	3 16.0
170	24 6.9	28 42.9	520	14 4.4	13 25.0	870	7 48.3	3 53.7
180	24 22.5	29 7.7	530	13 30.0	12 30.7	880	8 14.4	4 34.2
190	24 35.8	29 29.0	540	12 55.9	11 37.7	890	8 42.4	5 17.7
200	24 46.8	29 46.8	550	12 22.3	10 44.9	900	9 12.0	6 3.5
210	24 55.4	30 1.0	560	11 49.1	9 53.1	910	9 43.4	6 51.6
220	25 1.5	30 11.6	570	11 16.7	9 2.3	920	10 16.2	7 41.9
230	25 5.2	30 18.5	580	10 45.0	8 12.8	930	10 50.4	8 34.1
240	25 6.7	30 21.6	590	10 14.3	7 24.7	940	11 25.7	9 28.0
250	25 5.7	30 21.5	600	9 44.5	6 38.2	950	12 2.1	10 23.5
260	25 2.4	30 17.1	610	9 15.8	5 53.5	960	12 39.3	11 20.0
270	24 56.8	30 9.6	620	8 48.3	5 10.7	970	13 17.4	12 17.5
280	24 49.0	29 58.6	630	8 22.8	4 30.0	980	13 55.9	13 15.9
290	24 38.8	29 43.8	640	7 57.5	3 50.7	990	14 34.7	14 14.7
300	24 26.6	29 25.9	650	7 34.2	3 14.7	1000	15 13.8	15 13.8
310	24 12.4	29 4.5	660	7 12.7	2 42.4			
320	23 56.1	28 40.0	670	6 52.8	2 11.9			
330	23 37.9	28 12.5	680	6 34.8	1 44.9			
340	23 17.5	27 42.1	690	6 18.6	1 19.7			

Tafel XIV.

Tafel der Finsternisse.

Jahr	N	Jahr	N	Jahr	N	Tage	N	Monathe	N
1800 C	187	1835	66	1870	947	1	0	Januar	0
1801	239	1836	119	1871	1	2	3	Februar	90
1802	293	1837	174	1872	54	3	6	März	173
1803	346	1838	227	1873	110	4	9	April	262
1804	399	1839	281	1874	162	5	12	May	349
1805	454	1840	333	1875	216	6	15	Juny	439
1806	508	1841	389	1876	269	7	17	July	526
1807	561	1842	442	1877	325	8	20	August	614
1808	613	1843	496	1878	379	9	23	September	704
1809	669	1844	549	1879	431	10	26	October	790
1810	723	1845	604	1880	484	11	29	November	880
1811	775	1846	658	1881	539	12	32	December	966
1812	828	1847	711	1882	593	13	35		
1813	884	1848	764	1883	645	14	38	Jahrhund.	N
1814	938	1849	819	1884	698	15	40		
1815	990	1850	873	1885	754	16	43	100	628
1816	43	1851	926	1886	808	17	46	200	257
1817	100	1852	978	1887	861	18	49	300	909
1818	153	1853	34	1888	914	19	52	400	534
1819	205	1854	88	1889	969	20	55	500	159
1820	259	1855	141	1890	23	21	58	600	785
1821	315	1856	194	1891	75	22	61	700	410
1822	368	1857	250	1892	128	23	63	800	35
1823	420	1858	303	1893	185	24	66	900	660
1824	474	1859	356	1894	238	25	69	1000	285
1825	530	1860	409	1895	291	26	72	1100	911
1826	582	1861	465	1896	344	27	75	1200	535
1827	635	1862	518	1897	400	28	73	1300	160
1828	689	1863	571	1898	453	29	81	1400	785
1829	745	1864	624	1899	505	30	88	1500	410
1830	797	1865	680	1900	559	31	86	1600	36
1831	850	1866	732					1700	661
1832	904	1867	786					1800	287
1833	960	1868	839						
1834	12	1869	895						

Viertes Buch.

Practische Astronomie.

Zweyter Abschnitt.

Beobachtungen.

Erstes Capitel.

Bestimmung der Zeit durch Beobachtungen.

Da die Zeitbestimmung allen anderen Beobachtungen zu Grunde liegt, und die Kenntniß des Fehlers der Uhr für jeden Beobachter von der größten Wichtigkeit ist, so wollen wir vor allem die vorzüglichsten Methoden, zu dieser Kenntniß zu gelangen, anzeigen.

1. §.

Das einfachste und sicherste Mittel der Zeitbestimmung ist das Mittagsrohr, wie wir schon oben bey Gelegenheit der Rectification dieses Instrumentes gesagt haben. Es ist also nur noch übrig, das hier anzuwendende Verfahren durch ein Beyspiel zu erläutern.

1787 den 11. Julius beobachtete man in Greenwich α Canis minoris an dem Mittagsrohre. Die Uhr ging nahe nach Sternzeit, und nachdem man die Beobachtungszeit von

den drey Fehlern des Rohres (S. 94) befreyet hatte, war die Uhrzeit des mittleren Fadens $t = 7^h\ 27'\ 15''.\ 58$. Aus dem Sterncataloge Taf. III, IV und V, fand sich die scheinbare Rectascension des Sterns $\alpha = 7^h\ 28'\ 9''\ 81$, woraus sofort folgt, Correction der Uhr gegen Sternzeit $= \alpha - t = + 0^h\ 0'\ 54''.\ 23$. Zur größeren Sicherheit beobachtet man mehrere Sterne, behandelt sie alle auf dieselbe Weise, und nimmt das Mittel aus allen Sternen für die gesuchte Correction der Uhr. So fand man an diesem Tage im Mittel aus drey Sternen $x = + 54''.51$ für $9^h\ 24'$ und eben so an dem folgenden Tage $x = +54''\ 73$ für $10^h\ 12'$ wodurch man also einen doppelten Stand der Uhr für zwey Epochen, und daraus auch den stündlichen Gang derselben erhält. Es ist nähmlich für den letzten

$$24^h\ 8 : 0''22 = 1^h : dx$$

oder die stündliche Retardation der Uhr gegen Sternzeit $dx = 0.''0089$ und dadurch ist man in den Stand gesetzt, die Uhrzeit jeder anderen Beobachtung, welche zwischen diese beyden Epochen fällt, in Sternzeit zu verwandeln.

Den 31. December 1786 beobachtete man in Marseille α Andromedae an einem Mittagsrohre und einer nahe nach mittlerer Zeit gehenden Uhr. Die von den Fehlern des Instrumentes befreyte Uhrzeit des mittleren Fadens war $t = 4^h\ 56'37''85$. Die scheinbare Rectascension des Sterns für den Beobachtungstag aber ist $\alpha = 23^h\ 57'\ 25''\ 20$. Diese Rectascension ist also eigentlich die Sternzeit der Culmination des Sterns, und wenn man sie nach Taf. II in mittlere Zeit verwandelt, so hat man

Sternzeit	$23^h\ 57'25.''20$
mittl. AR der Sonne im	
mittl. Mittag oder A =	18 40 10. 47
genäherte mittl. Zeit =	5. 17 14. 73.

Acceleration der Sterne				
für diese genäherte Zeit				51. 97
gef. mittl. Zeit t′ =		5	16	22. 76
Uhrzeit t =		4	56	37. 85
Correction d. Uhr x = t′ — t =		+ 19′		44″.91

gegen mittlere Zeit.

Man sieht aus diesen zwey Beyspielen, wie viel bequemer die Sternuhr ist, als die mittlere, daher auch jene dieser auf allen neueren Sternwarten vorgezogen wird.

2. §.

Wer kein Mittagsrohr, aber wohl einen guten Höhenkreis hat, kann die Zeit durch die beobachtete Höhe eines bekannten Sterns auf folgende Art bestimmen. Ist z diese beobachtete, von der Refraction und von dem Collimationsfehler, und überhaupt von allen Fehlern des Instrumentes befreyte Zenithdistanz eines Sterns zur Uhrzeit t, und ist α, δ die scheinbare Rectascension und Declination des Sterns, und φ die bekannte Polhöhe des Beobachtungsortes, so findet man den Stundenwinkel s des Sterns aus folgender Gleichung

$$\text{Sin}\,\frac{s}{2} = \sqrt{\frac{\text{Sin}\,\frac{z-\varphi+\delta}{2}\;\text{Sin}\,\frac{z+\varphi-\delta}{2}}{\text{Cos}\,\varphi\;\text{Cos}\,\delta}}$$ oder aus

$$\text{Cos}\,\frac{s}{2} = \sqrt{\frac{\text{Cos}\,\frac{\varphi+\delta+z}{2}\;\text{Cos}\,\frac{\varphi+\delta-z}{2}}{\text{Cos}\,\varphi\;\text{Cos}\,\delta}}$$

wo man die letzte Gleichung brauchen wird, wenn $\frac{s}{2}$ nahe an 90° oder 270° ist. Für südliche Declinationen ist δ negativ. Kennt man so den Werth von s, so ist die

Sternzeit der Beobachtung $\vartheta = \alpha + \frac{s}{15}$ 1

und $\vartheta - t$ ist die Correction der Uhr gegen Sternzeit, wo α in Sternzeit ausgedrückt vorausgesetzt wird.

Ex. 1819 den 11. May war die beobachtete, von Refraction ꝛc. befreyte Zenithdistanz von α Orionis $z=73°4'46''.7$, als die Sternuhr $t=10^h 39' 55''.5$ gab.

Für den scheinbaren Ort des Sternes hat man $\alpha = 86°20'30.''0$, $\delta = 7° 21'56''2$ und für die Polhöhe des Beobachtungsortes $\varphi = 45° 24' 2''.5$; damit findet man aus der vorhergehenden Gleichung

$$\begin{array}{rl} s = & 73° 19' 46.'' 6 \\ \alpha = & 86 \ \ 20 \ \ 30. \ \ 0 \\ \hline \alpha + s = & 159°40' 16.''6 = 10^h . 38' 41.'' 11 = \vartheta \\ & \qquad\qquad\qquad\ \ 10 \ \ 39 \ \ 55. \ \ 5 = t \\ \hline \end{array}$$

Correction der Uhr gen Sternzeit $= - 1' 14.'' 39$

Wenn die Uhr nahe nach mittlerer Zeit geht, so wird man die gefundene Sternzeit $\vartheta = \alpha + s$ erst nach Taf. II in mittlere Zeit verwandeln, und sie dann mit der Uhrzeit t der Beobachtung vergleichen.

Bey der Sonne, die zu diesem Zwecke vorzüglich bequem ist, beobachtet man die Zenithdistanz des oberen oder unteren Randes, daher man diese Zenithdistanz zuerst von dem Collimationsfehler des Instrumentes, dann von der Refraction befreyt, und endlich den Halbmesser der Sonne (aus den Ephemeriden) und die Höhenparallaxe, die gleich $8''6.\mathrm{Sin}$ Zenithdistanz ist, anbringt: die Refraction wird immer addirt, die Parallaxe subtrahirt, und der Halbmesser wird addirt, wenn man den oberen Rand beobachtet hat, welcher nähmlich in dem Rohre der scheinbar untere ist.

Ex. den 17. Junius 1810 beobachtete ich in Kasan mit einem zehnzolligen Sextanten die doppelte Zenithdistanz des oberen Sonnenrandes $119°25'42''$ zur Uhrzeit $4^h 41'44''$. Der Collimationsfehler des Sextanten war $+ 3'40''$, um welchen er alle beobachteten Winkel zu klein angab. Es ist daher

		119° 25′ 42″
		+ 3′ 40″
		119 29 22
beobachtete Z. D.	=	59 44 41
Refr.		+ 1 37
Parall.		— 7
Halb.		+ 15 47
z =		60° 1′ 58″

Die Polhöhe von Kasan ist $\varphi = 55° 47' 39''$. Die Declination der Sonne wird aus den Ephemeriden für die Zeit der Beobachtung genommen. Da diese Zeit, die hier eben gesucht wird, noch nicht genau bekannt ist, so wollen wir annehmen, daß die Uhr nahe richtig gehe, und die Uhrzeit zugleich die wahre Zeit sey. Sucht man also aus den Ephemeriden die Declination δ der Sonne für $4^h 41' 44''$ wahre Zeit Kasan, so findet man $\delta = + 23° 23' 24''$ und mit diesen Werthen von z, φ und δ gibt die vorhergehende Gleichung den Stundenwinkel

$$s = 70° 37' 20'' = 4^h 42' 29'' 3,$$

und dieser Stundenwinkel der Sonne ist zugleich die wahre Zeit der Beobachtung. Vergleicht man also damit die Uhrzeit $4^h 41' 44''$ der Beobachtung; so folgt, daß die Correction der Uhr gegen wahre Zeit $+ 0^h 0' 45'' 3$ ist. Für diesen Augenblick ist nach den Ephemeriden die mittlere Zeit 17″2 größer als die wahre, also ist die Correction der Uhr gegen mittlere Zeit $+ 62''.5$ oder sie geht gegen wahre Zeit um 45.″3 und gegen mittlere um 62″. 5 zu spät. — Wäre diese Correction beträchtlich größer, und z. B. 30 Minuten, so hätte man oben die Declination der Sonne für $4^h 41' 44''$ wahre Zeit unrichtig angenommen, da diese Declination eigentlich für $4^h 41' 44'' + 30' = 5^h 11' 44''$ wahre Zeit gesucht werden sollte.

In diesem Falle wird man daher die vorhergehende Rechnung nur als eine Näherung ansehen, und für die so erhaltene genäherte wahre Zeit $5^h\ 11'\ 44''$ die Declination der Sonne suchen, und mit dieser verbesserten Declination die Rechnung wiederhohlen. Gewöhnlich kennt man aber schon vor der Beobachtung den Stand seiner Uhr so genau, als zur Bestimmung des Werthes von δ nöthig ist, um die Rechnung nicht wiederhohlen zu dürfen.

Bey den Zeitbestimmungen durch beobachtete Höhen sollen die Gestirne nie nahe an dem Meridiane gewählt werden, weil sie da ihre Höhen sehr langsam ändern, und ein kleiner Fehler in der Höhe einen beträchtlichen Fehler in der Zeit zur Folge hat. Man wird sie vielmehr so nahe als möglich bey dem ersten Verticalkreise (wo ihr östl. oder westl. Azimut $= 90°$ ist) wählen, und südliche Declinationen wo möglich gänzlich vermeiden.

3. §.

Die beyden vorhergehenden Methoden, die Zeit durch Beobachtungen zu bestimmen, setzen kostbare Instrumente voraus, die nicht ein jeder besitzen kann. Die nun folgende ist von dieser Voraussetzung frey, und daher allgemein anwendbar.

Wir haben bereits oben Thl. I. S. 42 gesehen, daß jedes Gestirn in gleichen Entfernungen von dem Meridiane zu den beyden Seiten desselben auch gleiche Höhen habe, oder daß zu gleichen Höhen des Sterns auch gleiche Stundenwinkel gehören, wenn die Declination desselben unveränderlich ist. Hat man also auch nur ein solches Instrument, mit welchem man gleiche, übrigens selbst unbekannte Höhen angeben kann, so wird man nur die zwey Uhrzeiten beobachten, zu welchen ein bekanntes Gestirn östlich und westlich von dem Meridiane dieselbe Höhe erreicht, und die halbe Summe dieser Uhrzeiten wird die Uhrzeit T der Cul-

mination des Gestirns seyn. Ist dann α die bekannte Rectascension des Gestirnes für dieselbe Zeit, so ist $\alpha - T$ die Correction der Uhr gegen Sternzeit, woraus man wieder nach S. 131 leicht die Correction derselben gegen mittlere oder wahre Zeit finden kann.

Am einfachsten wird diese Methode der correspondirenden Höhen, wenn das beobachtete Gestirn die Sonne ist. Dann ist nähmlich die halbe Summe der beyden Uhrzeiten die Uhrzeit in dem wahren Mittage des Beobachtungsortes, oder diese halbe Uhrzeit der beyden Beobachtungen gibt unmittelbar die Correction der Uhr gegen wahre Zeit. Doch muß man hier auf die Veränderung der Declination, und zwar auf folgende Weise Rücksicht nehmen.

Ist t die Uhrzeit der ersten, und t' die der letzten Beobachtung auf der andern Seite des Meridians, so ist, wenn die Declination der Sonne unveränderlich ist, die Uhrzeit T des wahren Mittags $T = \frac{t' + t}{2}$. Ist aber p die Poldistanz der Sonne bey der ersten, und p' bey der letzten Beobachtung und φ die Polhöhe, so ist die verbesserte Zeit des wahren Mittags

$$T = \frac{t + t'}{2} + \left(\frac{p' - p}{30}\right) \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{Sin} s} - \operatorname{Cotg} s \operatorname{Cotg} \frac{p' + p}{2}\right)$$

in welchem Ausdrucke sich die Zeichen von selbst bestimmen.

Wie man aber auf diese Weise, wenn man die erste Höhe vor, und die andere gleiche nach dem Mittage desselben Tages nimmt, die Uhrzeit des wahren Mittages bestimmen kann, eben so wird, wenn man die erste Höhe Abends, und die zweyte am andern Tage Morgens nimmt, derselbe Ausdruck auch die Uhrzeit T der wahren Mitternacht geben, für welchen Fall der Stundenwinkel s der zweyten Beobachtung größer als 180° ist. Die Größe $\frac{p' + p}{2}$ ist in

dem ersten Falle die Poldistanz der Sonne im wahren Mittage, und im zweyten in der wahren Mitternacht.

Um dieses durch ein Beyspiel zu erläutern, hat man folgende Beobachtungen des oberen Sonnenrandes in Göttingen den 27. März 1794

Beob. Höhen	Zeit der Uhr. Vorm.	Nachm.	Unverbesserter Mittag $\frac{t'+t}{2}$
22°55′ 5″	$20^h 46' 9''$	$4^h 16' 4''$ . . .	$0^h 31' 6'' 5$
23 20 5	20 49 9	4 13 3	6.0
23 25 5	20 49 45	4 12 28	6.5
23 30 5	20 50 20	4 11 51	5.5
			Mittel = $0^h 31' 6''.125$

Die Poldistanz der Sonne im wahren Mittage des

26 März ist 87° 36′ 10″
27 87° 13′ 0″ .. $\frac{p'+p}{2}$
28 86° 49′ 18″

also die tägliche Aenderung der Poldistanz

$$\frac{-0^\circ 46' 52''}{2} = -0^\circ 23' 26''.$$

Also die Aenderung derselben in der Zwischenzeit der Beobachtungen $7^h 23'$ gleich $p' - p = -432.''9$. Der Stundenwinkel der Sonne für das Mittel der letzten Beobachtungen ist $s = 3^h 42' = 56^\circ 30'$, und die Polhöhe $\varphi = 51^\circ 32'$,

$$\text{also } \left(\frac{p'-p}{30}\right) \cdot \frac{\text{tg}\,\varphi}{\sin s} = -21.''8,$$

$$\left(\frac{p'-p}{30}\right) . \text{Cotg } s \text{ Cotg} \frac{p'+p}{2} = \frac{-0.5}{-22.3},$$

$$\frac{t'+t}{2} = 0^h 31' 6.''125 \text{ Uhrzeit des wahren Mittags.}$$

$$S = 0^h 30' 43'' 8$$

Auch hier wird man die Vorsicht beobachten, die Sonne nicht zu nahe an dem Mittage, sondern wenigstens drey Stunden vor und nach dem Mittage zu nehmen, weil sonst jeder kleine Fehler in der Höhe die Zeitbestimmung unsicher macht.

4. §.

Die letzte Art der Zeitbestimmung hat nur den Nachtheil, daß sie, wenn sie oft vorgenommen wird, sehr zeitraubend ist, und zu sehr von der so veränderlichen Gunst der Witterung abhängt. Man wird sie daher vortheilhaft mit dem folgenden sehr einfachen und sicheren Verfahren verbinden.

Hat man in der Nähe seines Beobachtungsortes eine senkrechte Thurmmauer, einen Blitzableiter ꝛc., so kann man, indem man sein Fernrohr, etwa durch einen größeren Nagel u. dgl. immer in dieselbe Lage an der Fensterbrüstung bringt, das Verschwinden der Sterne hinter diesen Gegenständen beobachten, und da die Sterne, so lange sie ihren Ort am Himmel nicht ändern, immer zu derselben Sternzeit verschwinden werden, so braucht man nur an einem einzigen Tage, z. B. durch correspondirende Höhen die Correction seiner Uhr zu wissen, um die constanten Sternzeiten dieser Verschwindungen für alle folgenden Tage zu haben. So fand Olbers, der diese Methode vorgeschlagen hat, daß den 6. September 1800 der Stern δ Coronae borealis um $11^h\,14'\,20''\,7$ Uhrzeit verschwand. Aus correspondirenden Sonnenhöhen dieses Tages aber fand er die Correction der Uhr gegen mittlere Zeit $+\,8'\,57.''6$; also ist den 6. September die mittlere Zeit der Verschwindung $11^h\,23'\,18''\,3$, und daraus folgt (S. 131) die Sternzeit der Verschwindung $22^h\,26'\,21.''8$, und um diese Sternzeit wird er jeden anderen Tag ebenfalls verschwinden. Braucht man aber mittlere Zeit, so wird er jeden folgenden Tag um $0^h\,3'\,55.''91$ früher, also z. B. den 7. September um $11^h\,19'\,22''\,39$ mittlerer Zeit

verschwinden. Ist daher den 7. September die beobachtete Zeit der Verschwindung an der mittleren Uhr $11^h\,10'28''16$, so ist die Correction der Uhr gegen mittlere Zeit $+\,8'54.''23$ u. s. w. Man sieht auch hier, wie viel bequemer eine Sternuhr ist, als eine, die nach mittlerer Zeit geht. Es ist für sich klar, daß man sich nicht auf einen einzigen Stern beschränken, sondern mehrere in verschiedenen Intervallen beobachten wird, um nicht zu sehr von der Witterung und anderen Umständen abzuhängen. Wenn endlich der Stern durch die Präcession seinen Ort merklich ändert, so ändert sich auch die Sternzeit seiner Verschwindung. Es sey t, α, δ die Sternzeit seiner Verschwindung, die Rectascension und die Declination für die Epoche der ersten Beobachtung, und t', α', δ' dieselben Größen für eine zweyte Epoche, die ein oder einige Jahre von der ersten entfernt ist, so hat man

$$t' = t + \alpha' - \alpha + \tfrac{1}{15}(\delta' - \delta) \cdot \frac{\mathrm{Sin}\, s}{\mathrm{Cos}\,\delta(\mathrm{tg}\,\varphi\, \mathrm{Cos}\,\delta - \mathrm{Sin}\,\delta\, \mathrm{Cos}\, s)},$$

wo s den Stundenwinkel des Sterns zur Zeit seiner Verschwindung, und φ die Polhöhe des Beobachtungsortes bezeichnet.

Zweytes Capitel.

Bestimmung der Polhöhe durch Beobachtungen.

§. 1.

So wie man aus jeder beobachteten Zenithdistanz z eines Gestirnes, dessen Declination δ gegeben ist, die Zeit der Beobachtung oder den Stundenwinkel s des Sternes finden kann, wenn die Polhöhe φ gegeben ist, eben so kann man auch umgekehrt, aus jeder Zenithdistanz die Polhöhe finden,

wenn δ und s bekannt ist. Sucht man nähmlich die Größe x aus der Gleichung $\text{tg}\,x = \text{Cos}\,s\,\text{Cotg}\,\delta$, so ist

$$\text{Sin}\,(\varphi + x) = \frac{\text{Cos}\,x\,\text{Cos}\,z}{\text{Sin}\,\delta}.$$

Hat man z. B. correspondirende Höhen eines Gestirnes genommen, so geben diese die Zeit der Culmination und die Stundenwinkel, so wie die Zenithdistanzen des Gestirnes, dessen Declination δ ist, und man kann daher aus jeder einzelnen dieser correspondirenden Höhen durch die vorhergehenden Gleichungen die Polhöhe finden.

Man wird aber selbst aus diesen Gleichungen leicht sehen, daß man zur Bestimmung der Polhöhe die Gestirne nicht in großen Entfernungen von dem Meridian, wie bey den Zeitbestimmungen (S. 172), sondern umgekehrt, so nahe als möglich bey dem Meridian, und am vortheilhaftesten in dem Meridiane selbst wählen muß, damit die Beobachtungsfehler, besonders die in der Zeit der Beobachtung, den kleinsten nachtheiligen Einfluß auf die gesuchte Polhöhe haben.

§. 2.

Hat man also das Gestirn in dem günstigsten Augenblicke, in dem Meridiane selbst, beobachtet, und ist z die von den Fehlern des Instrumentes, von Refraction und Parallaxe befreyte Zenithdistanz, und δ die scheinbare, d. h. von Präcession, Aberration und Nutation afficirte Declination des Gestirnes, so hat man, wenn man alle Zenithdistanzen als positiv ansieht, auf der Südseite des Zenithes $\varphi = \delta + z$, und auf der Nordseite des Zenithes

in der oberen Culmination $\varphi = \delta - z$,
und in der unteren „ $\varphi = (180 - \delta) - z$.

Kennt man also die Declination und den Collimationsfehler des Instrumentes, so kann man aus jeder beobachteten mittäglichen Zenithdistanz die Polhöhe ableiten. Beyspiele werden dieses deutlicher machen.

Den 2. Januar 1804 wurde die Zenithdistanz des Polarsterns in der oberen Culmination gleich 28°14′13″ beobachtet. Der Collimationsfehler des Instrumentes war 2′30″, um welche es alle Zenithdistanzen zu groß gab, und die scheinbare Declination des Sternes war 88°12′14″7. Wir haben daher

Beobacht. ZD . .	28°14′13″
Collimationsf. . .	— 2′30″
	28 11 43
Refraction	+ 30.6
$z =$	28°12′13.″6
$\delta =$	88 12 14.7
Polhöhe $\varphi =$	60° 0′ 1″1.

An demselben Tage wurde auch die Zenithdistanz des Polarsterns in der unteren Culmination gleich 31°49′39″ beobachtet. Es ist daher auch

Beobacht. ZD	31°49′39″
Collimationsf.	— 2 30
	31 47 9
Refraction	+ 35.3
	31 47 44.3
$180 - \delta =$	91 47 45.9
$\varphi =$	60° 0′ 1.″0

Bey der Sonne beobachtet man den oberen oder den unteren Rand und nimmt daher auf den Halbmesser der Sonne, so wie auf ihre Höhenparallaxe Rücksicht.

Den 14. May 1804 wurde an demselben Orte die mittägige Zenithdistanz des oberen Sonnenrandes gleich 41°8′31″ beobachtet. Der Collimationsfehler war — 2′10″, die Declination 18°37′4.″8, und der Halbmesser 15′51″6. Wir haben daher

Beobacht. ZD d. ob. Randes		41° 8′31″
	Collimationsf.	— 2 10
		41 6 21.0
	Refraction	+ 50.0
	Höhenpar.	— 5.6
	Halbmesser	+ 15 51.6
		41 22 57.0
	δ = +	18 37 4.8
	φ =	60 0 1.8

Ist die Declination der Sonne südlich, so ist δ negativ.

§. 3.

Ist der Collimationsfehler a des Instrumentes nicht genau bekannt, so kann man die Polhöhe aus zwey Beobachtungen zweyer Sterne finden, deren einer auf der Südseite und der andere auf der Nordseite des Zenithes culminirt. Denn für den ersten hat man $\varphi = \delta + z$, und für den zweyten in der oberen Culmination $\varphi' = \delta' - z'$, und in der unteren $\varphi' = 180 - \delta' - z'$. Gibt also das Instrument alle Zenithdistanzen um die übrigens noch unbekannte Größe a zu klein, so ist für den ersten Stern $\varphi = \delta + z + a$, und für den zweyten $\varphi' = \delta' - z' - a$, oder $\varphi' = 180 - \delta' - z' - a$. Jede dieser Polhöhen ist um den Collimationsfehler a zu groß oder zu klein, aber die halbe Summe $\frac{\varphi' + \varphi}{2}$ derselben ist von a unabhängig, so wie die halbe Differenz $\frac{\varphi' - \varphi}{2}$ dieser Polhöhen zugleich den Werth des unbekannten Collimationsfehlers selbst gibt. — Diese Methode, die Polhöhe zu bestimmen, hängt also bloß noch von der Richtigkeit der gewählten Declinationen und von der Refraction ab. Um sich auch von der letzten unabhängig zu machen, kann man zwey solche Sterne wählen, die

auf verschiedenen Seiten des Zenithes in nahe gleichen Höhen culminiren, für welche also die Refractionen nahe denselben Werth haben, so daß die gefundene Poldistanz nicht mehr von der Refraction selbst, sondern nur von der Differenz dieser Refractionen für zwey wenig verschiedene Höhen abhängt, und diese Differenz kann immer als genau bekannt angenommen werden.

Den 30. September 1808 wurde in Krakau beobachtet, auf der Südseite des Zenithes γ Aquilae, ZD$=39°56'6.''2$

Barom. 27^3 1^{ℓ} 6^{p} Paris
Therm. $+\ 8°0$ Reaum.

Den 2. October desselben Jahres
auf der Nordseite δ Ursae minoris ZD $= 36°33'24''9$

Barom. $27^3 25^{\ell}$ 6^{p}
Therm. $+\ 4°8$.

Die scheinbaren Declinationen dieser Sterne sind:

γ Aquilae	10° 9'47.''9
δ Ursae minoris	86 34 38 1.

Wir haben daher

γ Aquil.	39°56'6.''2	δ Urs. min.	36°33'24''9
Refraction	46.5	Refraction	42.6
	39 56 52.7		36 34 7.5
δ . .	10 9 47.9	δ =	86 34 38.1
φ =	50 6 40.6	φ =	50 0 30.6.

Es ist daher wahre Polhöhe $\frac{\varphi' + \varphi}{2} = 50°3'35.''6$.

und Collimationsf. $\frac{\varphi' - \varphi}{2} = -\ 0°3'\ 5.''0$.

Es ist für sich klar, daß man diese Beobachtungen wiederhohlen, und auch auf andere Sternenpaare anwenden muß, um sich von den Beobachtungsfehlern und den Fehlern der Declinationen so viel möglich unabhängig zu machen.

§. 4.

Ist der Collimationsfehler a, aber nicht die Declination bekannt, so wird man die letzte zugleich mit der Polhöhe aus zwey Beobachtungen eines Circumpolarsternes in seinen beyden Culminationen finden. Man hat nähmlich für die obere Culmination $\delta = \varphi + z$, und für die untere $\delta = 180 - \varphi - z'$, also wenn man beyde Werthe von δ einander gleich setzt

$$\varphi = 90 - \tfrac{1}{2}(z' - z), \text{ und } \delta = 90 - \tfrac{1}{2}(z' - z)$$

So war in dem vorhergehenden Beyspiele des §. 2 für den Polarstern in der oberen Culmination $z = 28°12'13.''6$ und $z' = 31°47'44.''3$, also

$\varphi = 60 \;\; 0 \;\; 1.05$, und

$\delta = 88 \;\; 12 \; 14.65$, wie zuvor.

§. 5.

Da man sich durch die Beobachtungen beyder Culminationen eines Circumpolarsterns von der Declination des Sterns, und durch das Umwenden des Instrumentes von dem Collimationsfehler desselben unabhängig machen kann, so ist es am vortheilhaftesten, zur Bestimmung der Polhöhe beydes zu verbinden, und den Stern zweymahl mit umgewendeten Instrumente sowohl in der oberen, als auch in der unteren Culmination zu beobachten.

Will man die beyden Beobachtungen derselben Culmination mit ungewendetem Instrumente an demselben Tage machen, so ist entweder eine oder beyde dieser Beobachtungen außer dem Meridiane genommen worden, und man wird daher zu der beobachteten Zenithdistanz z noch die Reduction dz auf dem Meridiane hinzufügen. Ist die Beobachtung t Zeitsecunden vor oder nach der Culmination gemacht worden, so ist die Meridianzenithdistanz in der oberen Culmination

$$z - 112''5 \; \frac{\mathrm{Cos}\varphi \, \mathrm{Cos}\delta \, \mathrm{Sin}\, 1.'' t^2}{\mathrm{Sin}\,(\delta - \varphi)},$$

und in der unteren

$$z + 112.''5 \frac{\text{Cos}\varphi\text{Cos}\delta\text{Sin}1.''t^2}{\text{Sin}\ (\delta+\varphi)}.$$

Ex. Im Jahre 1814 den 16. April, wurden in Königsberg folgende Zenithdistanzen des Polarsternes im Meridiane beobachtet

in der ob. Culm., Kreis gegen	Ost	33°34′56.″6
= =	West	33 35 47.3
in der unt. Culm., Kreis gegen	Ost	36 57 9.1
= =	West	36 58 0.9.

Die halbe Differenz der beyden ersten Zenithdistanzen gibt für den Collimationsfehler 25″. 35 und die halbe Differenz der beyden letzten 25.″90. Der Collimationsfehler ist daher im Mittel aus allen Beobachtungen 25.″62.

Die halbe Summe der beyden ersten gibt die von dem Collimationsfehler befreyte Zenithdistanz in der oberen Culmination, wenn man dazu die Refraction 37″ 30 addirt, $z = 33° 35'59''.25$. Die halbe Summe der beyden letzten sammt der Refraction 43″. 4 gibt eben so für die untere Culmination $z' = 36°58'18.''4$ also ist wieder die wahre Polhöhe $\varphi = 90 - \left(\frac{z'+z}{2}\right)$ und die wahre Declination $\delta = 90 - \left(\frac{z'-z}{2}\right)$ das heißt, wenn man die gefundenen Werthe von z und z′ substituirt

$$\varphi = 54°\ 42'\ 51.''\ 18$$
$$\delta = 88\ \ 18\ \ 50.\ \ 42$$

Sind die Beobachtungstage verschieden, so muß man auf die Aenderung der Declination Rücksicht nehmen. Am vortheilhaftesten ist es, aus jeder einzelnen Beobachtung mit der schon beynahe bekannten Declination die Polhöhe zu su-

chen, wo dann die Uebereinstimmung der einzelnen Resultate von der Richtigkeit der angenommenen Declination zeugt.

So hat man für die beyden vorhergehenden Beobachtungen, wenn p die angenommene Poldistanz und p + dp die wahre Poldistanz bezeichnet,

	Obere Culmination.	Untere Culmination.
Mittel d. Z. D.	33° 35′ 21″. 95	36° 57′ 35.″0
Refr.	+ 37. 30	43. 4.
wahre Poldst.	+ 1° 41′ 9″. 30 + dp	− 1 41 9. 3. − dp
Aequatorh.	$\psi = 35° 17'. 8'' 5 + dp$;	$\psi = 35° 17' 9'' 1 - dp$

Setzt man beyde Werthe von ψ einander gleich, so erhält man $dp = + 0''. 3$ oder die Poldistanz sollte um 0″3 vergrößert werden, um die beyden Polhöhen in Uebereinstimmung zu bringen, vorausgesetzt, daß die Refractionen richtig sind. Man sieht, daß das Mittel aus einer großen Anzahl solcher doppelten oder eigentlich vierfachen Beobachtungen die Polhöhe sowohl, als die Declinationen mit großer Schärfe geben wird.

6. §.

Um die mittägige Zenithdistanz z, und also auch die daraus folgende Polhöhe mit größerer Genauigkeit zu erhalten, begnügt man sich gewöhnlich nicht mit einer einzigen Beobachtung bey jeder Culmination, sondern man macht deren mehrere, und nimmt dann aus allen das Mittel. Da aber diese Beobachtungen nur in der Nähe des Meridians, nicht in dem Meridian selbst gemacht werden können, so müssen diese außer dem Meridian beobachteten Zenithdistanzen auf die mittägige Zenithdistanz reducirt werden. Nennt man δ die Declination des Gestirns zur Zeit seiner Culmination, φ die schon nahe bekannte Polhöhe, und t den Stundenwinkel jeder einzelnen Beobachtung in Zeit ausgedrückt, so ist die Reduction jeder beobachteten Zenithdistanz auf den Meridian, wie in §. 5.

$$dz = -\frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} \cdot \frac{2 \sin_2 \frac{15t}{2}}{\sin 1''}$$

Dieser Ausdruck gilt unverändert für Culminationen auf der Südseite des Zeniths, wo für südliche Declinationen δ negativ ist. Bey Culminationen auf der Nordseite des Zeniths wird man nach §. 2 für obere Culminationen z negativ, und für untere z negativ und 180 — δ statt δ setzen, so daß man für obere Culminationen hat

$$dz = -\frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\delta-\varphi)} \cdot \frac{2 \sin^2 \frac{15t}{2}}{\sin 1''}$$

und für untere

$$dz = +\frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi+\delta)} \cdot \frac{2 \sin^2 \frac{15t}{2}}{\sin 1''}$$

Um die gesuchte Polhöhe aus diesen Circummeridianhöhen mit Genauigkeit zu erhalten, wird erfordert, daß die Zeitbestimmung genau ist; daß man vor und nach der Culmination eine nahe gleiche Anzahl von Beobachtungen, und in nahe gleichen Entfernungen von dem Meridian mache; daß man alle größeren Entfernungen von dem Meridian z. B. über zehn Zeitminuten vermeide, und daß man endlich solche Gestirne wähle, deren nördliche Declination so groß als möglich ist, jene aber gänzlich ausschließe, für welche δ nahe gleich φ ist. Den Werth von $\frac{2 \sin^2 \frac{15t}{2}}{\sin 1''}$ für jedes t findet man in der Tafel XII.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel zu erläutern, wollen wir die Circummeridianhöhen der Sonne wählen, welche 1794 den 11. März in Göttingen gemacht wurden.

Die Uhrzeit des wahren Mittags aus correspondirenden Sonnenhöhen war $0^h\,1'\,19''$ die Declination der Sonne im wahren Mittage $\delta = -3°30'38''$ und die vorläufige Polhöhe $\varphi = 51°\,32'$ also ist

$$\log \frac{\cos\varphi\ \cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} = 9.87940$$

Uhrzeit der Beob.	Z. D. des ob. ⊙Randes vom Collf. befreyt.	Stundenwinkel t	$\dfrac{2\sin^2\frac{15t}{2}}{\sin 1''}$
23h 57′ 30″	54°45′ 45″	3′ 49″	28.″6
23 58 32	45 32	2 47	15. 2
0 1 0	45 20	0 19	0. 2
0 3 25	45 27	2 6	8. 7
0 4 28	45 35	3 9	19. 5
0 5 55	45 50	4 36	41. 5

$\frac{1}{6}$ Summe =	54°45′ 34″8	$\frac{1}{6}$ Summe =	18.″95
Reduction dz =	— 14.3.	dessen Logar. =	1.27761
	54 45 20.5		9.87940
dafür Refract.	+ 1 20.5		1.15701
Halbmesser	+16 8.1	dessen Zahl	14.″3
Höhenparallaxe	— 6.8.		
z =	55° 2′ 42″3		
δ = —	3°30′ 38 0		
gesuchte Polh. φ =	51°32′ 4.″3		

Bey Fixsternen fällt die Rücksicht auf den Halbmesser und die Parallaxe weg. Bey der Sonne aber soll noch auf die Aenderung der Declination in der Zwischenzeit Rücksicht genommen werden. Ist A das Mittel der Stundenwinkel vor, und B nach dem Mittage in Zeitminuten, und dp die Zunahme der Poldistanz der Sonne in einer Zeitminute,

(nimmt die Poldistanz ab, so ist dp negativ) so ist die corrigirte mittlere Zenithdistanz der Sonne

$$z + (A - B)\ dp$$

In unserm Beyspiele ist $dp = -0''.97$ da die Poldistanz abnimmt; ferner $A = 2.3$ und $B = 3.3$ also

$(A - B)\ dp = + 0.''5$ und daher

$$\begin{array}{rrrrr} z = & 55^\circ & 2' & 42.'' & 3 \\ & & & + 0. & 5 \\ \hline & 55 & 2 & 42. & 8 \\ \delta = - & 3. & 30. & 38. & 0 \\ \hline \varphi = & 51. & 32. & 4. & 8. \end{array}$$

Um die Stundenwinkel t genauer zu erhalten, sollte eigentlich die Uhr zwischen zwey nächsten Culminationen des Gestirns 24 Stunden geben. Ist a die tägliche Acceleration der Uhr in Secunden gegen die Zeit des Gestirns (für Retardationen ist a negativ) so muß der vorhergehende Werth von dz noch durch $1 - 0.0000230\ a$ multiplicirt werden. Beobachtet man z. B. die Sonne an einer Sternuhr, so ist nahe $a = 236''$ also jener Factor von $dz = 0.9945$. Beobachtet man aber Fixsterne an einer mittlern Uhr, so ist jener Factor 1.0055. Bey kleinen Stundenwinkeln, die man nach dem Vorhergehenden nie ohne Noth überschreiten wird, fällt diese Rücksicht weg.

7. §.

Da die Beobachtungen der Culminationen durch ungünstige Witterung und andere Umstände oft gehindert werden, so ist es gut, zu bemerken, daß für solche Sterne, die dem Pole sehr nahe sind, die Polhöhe aus einer beobachteten Zenithdistanz derselben in irgend einem willkührlichen Punkte ihrer Parallelkreise, sehr nahe eben so sicher, als aus ihren mittägigen Zenithdistanzen gefunden werden kann. Vorzüglich eignet sich zu diesen Beobachtungen der Polarstern, da er so nahe dem Pole, und seine Declination so

genau bekannt ist. Nennt man p seine scheinbare Poldistanz, t seinen Stundenwinkel zur Zeit der Beobachtung, und $\psi = 90 - \varphi$ die bereits beynahe bekannte Aequatorhöhe des Beobachtungsortes, so sey

$$A = \tfrac{1}{2} p^2 \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Sin} 1''$$

$$B = \tfrac{1}{3} p^3 \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Cos} t \operatorname{Sin}^2 1''$$

Ist dann z die von dem Collimationsfehler und der Refraction befreyte Zenithdistanz, so ist die gesuchte Höhe des Aequators

$$\psi = z + p \operatorname{Cos} t - A \operatorname{Cotg} z + B$$

Um diese einfache Berechnung noch mehr abzukürzen, kann man sich für seinen Beobachtungsort d. h. für ein gegebenes ψ eine kleine Tafel entwerfen, welche für jeden Werth von t die Größe $C = A \operatorname{Cotg} z - B$ oder was dasselbe ist, die Größe C durch die Gleichung gibt

$$C = \tfrac{1}{2} p^2 \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Cotg} \psi \operatorname{Sin} 1'' - \tfrac{1}{3} p^3 \operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Cos} t . \operatorname{Sin}^2 1''$$

$$+ \tfrac{1}{2} p^3 \frac{\operatorname{Sin}^2 t \operatorname{Cos} t . \operatorname{Sin}^2 1''}{\operatorname{Sin}^2 \psi}$$

und dann ist die gesuchte wahre Aequatorhöhe

$$\psi = z + p \operatorname{Cos} t - C$$

Um auch diese sehr nützliche und anwendbare Methode durch ein Beyspiel zu erläutern, wollen wir die Beobachtungen des Polarsterns wieder vornehmen, welche wir schon im VI Capitel S. zur Bestimmung des Collimationsfehlers gebraucht haben. Wir fanden dort für den 22. August 1821 aus drey östl. und drey westl. Beobachtungen

	Sternzeit.	Beob. Z. D.	Reduct.	Z. D. für T.
Ost.	$18^h 58' 0.''3$	$40° 0' 16.''8$	$-56.''5.$	$39° 59' 20.''3$
West.	19 2 25. 1	43 33 55. 0	+56. 5.	43 34 51. 5
	Mit. T = $19^h 0' 12.''7$		Mittel z =	$41° 47' 5.''9$
	Sch. AR = 0 57 10. 0			
	t = $18^h 3' 2''.7$			
	= $270° 45' 40.''5$			

Die scheinbare Poldistanz des Polarsterns war $1° 37' 40'' = 5860''$ und das genäherte $\psi = 41° 47' 30''$ also $C = 93.'' 01$ Wir haben daher

$$\begin{aligned} z &= 41°47' \ \ 5.'' 90 \\ \text{Refr.} &= + \ \ 34.\ 30 \\ p \operatorname{Cos} t &= + \ \ 1 \ 17.\ 98 \\ -C &= - \ \ 1 \ 33.\ 01 \\ \hline \psi &= 41°47' 25.'' 17 \end{aligned}$$

oder Polhöhe $\varphi = 90 - \psi = 48° 12' 34.'' 83$.

Hier folgt die erwähnte kleine Tafel, die man für alle Polhöhen brauchen kann, und die den Werth von $p = 1° 40'$ voraussetzt. Ist das wahre p um eine Minute größer oder kleiner, als $1° 40$, so ist auch A um (0.02) A größer oder kleiner, als in der Tafel. Ist endlich t der Stundenwinkel von 0^h bis 24^h gezählt, so ist im

Isten Quadranten von t . . .	$\vartheta = t$
II	$\vartheta = 12^h - t$
III	$\vartheta = t - 12^h$
IV	$\vartheta = 24^h - t$

Kennt man so A und B, so ist die gesuchte Aequatorhöhe $\psi = z + p \operatorname{Cos} t - A \operatorname{Cotg} z + B$

ϑ	A	B	ϑ	A	B
0h 0′	0.″0	0.0	3h 0′	43.″6	0.″6
5	0. 0	0.0	5	45. 5	0. 6
10	0. 2	0.0	10	47. 4	0. 6
15	0. 4	0.0	15	49. 3	0. 6
20	0. 7	0.0	20	51. 2	0. 6
25	1. 0	0.0	25	53. 1	0. 6
30	1. 5	0.0	30	54. 9	0. 6
35	2. 0	0.0	35	56. 7	0. 6
40	2. 6	0.0	40	58. 6	0. 6
45	3. 3	0.1	45	60. 3	0. 6
50	4. 1	0.1	50	62. 1	0. 6
55	4. 9	0.1	55	63. 8	0. 6
1 0	5. 8	0.1	4 0	65. 4	0. 6
5	6. 8	0.1	5	67. 1	0. 6
10	7. 9	0.1	10	68. 7	0. 6
15	9. 0	0.2	15	70. 2	0. 6
20	10. 2	0.2	20	71. 7	0. 6
25	11. 5	0.2	25	73. 1	0. 6
30	12. 8	0.2	30	74. 5	0. 5
35	14. 1	0.2	35	75. 8	0. 5
40	15. 6	0.2	40	77. 1	0. 5
45	17. 1	0.2	45	78. 2	0. 5
50	18. 6	0.2	50	79 4	0. 5
55	20. 2	0.3	55	80. 4	0 4
2 0	21. 8	0.3	5 0	81. 4	0. 4
5	23. 5	0.4	5	82. 3	0. 4
10	25. 2	0.4	10	83. 2	0. 3
15	26. 9	0.4	15	83. 9	0. 3
20	28. 7	0.5	20	84. 6	0. 3
25	30. 5	0.5	25	85 2	0. 2
30	32. 3	0.5	30	85. 8	0. 2
35	34. 2	0.5	35	86. 2	0. 2
40	36. 1	0.5	40	86. 6	0. 1
45	37. 9	0.6	45	86. 9	0. 1
50	39. 8	0.6	50	87. 1	0. 1
55	41. 7	0.6	55	87. 2	0. 0
			6 0	87. 3	0. 0

§. 8.

Wir wollen nur noch sehen, wie man aus zwey Beobachtungen von zwey Sternen die Polhöhe sowohl als die Zeit der Beobachtung bestimmen kann. Sey α und p die scheinbare Rectascension und Poldistanz, und z die beobachtete, (von dem Collimationsfehler und der Refraction befreyten) Zenithdistanz, und s der noch unbekannte Stundenwinkel des einen der beyden Gestirne, so wie T die unbekannte Sternzeit der Beobachtungen; für den anderen seyen dieselben Größen α' p' z' s' und T'.

Obschon die absoluten Sternzeiten der Beobachtungen unbekannt sind, so ist doch die Differenz $T'-T$ dieser Sternzeiten eine bekannte Größe, denn sie ist die Differenz der Uhrzeiten, diese durch den bekannten Gang der Uhr gegen Sternzeit verbessert.

Nehmen wir an, was beynahe immer der Fall seyn wird, daß die gesuchte Aequatorhöhe schon beynahe bekannt ist, und nennen wir diese genäherte Aequatorhöhe ψ, so findet man die ebenfalls nur genäherten Stundenwinkel s und s' der beyden Beobachtungen durch die Gleichungen

$$\text{Cos}\,\frac{s}{2} = \sqrt{\frac{\text{Sin}\,\frac{p+\psi+z}{2}\;\text{Sin}\,\frac{p+\psi-z}{2}}{\text{Sin}\,p\;\text{Sin}\,\psi}}$$

$$\text{Cos}\,\frac{s'}{2} = \sqrt{\frac{\text{Sin}\,\frac{p'+\psi+z'}{2}\;\text{Sin}\,\frac{p'+\psi-z'}{2}}{\text{Sin}\,p'\;\text{Sin}\,\psi}}$$

Mit diesen Werthen von s und s' suche man die Werthe von A und B durch die Gleichungen

$$\text{Sin}\,A = \frac{\text{Sin}\,p\;\text{Sin}\,s}{\text{Sin}\,z} \qquad \text{Sin}\,A' = \frac{\text{Sin}\,p'\;\text{Sin}\,s'}{\text{Sin}\,z'}$$

$$B = \frac{\text{Cotg}\,A}{\text{Sin}\,\psi} \qquad B' = \frac{\text{Cotg}\,A'}{\text{Sin}\,\psi}$$

und endlich

$$d\psi = \frac{(s'-s) + (\alpha'-\alpha) - (T'-T)}{B - B'}$$

so ist die corrigirte Aequatorhöhe gleich $\psi + d\psi$, und die corrigirte Sternzeit

der ersten Beobachtung $T = \alpha + s + Bd\psi$
= zweyten = $T' = \alpha' + s' + B'd\psi$.

Beyspiel. Im Jahre 1809 den 17. May wurde in Göttingen beobachtet

	Uhrzeit	corrig. Z. D.
α Bootis	$16^h\ 8'25''$	$z = 39°56'21.''3$
α Aquilae	16 37 49	$z' = 56\ 27\ 0.0$

Die scheinbaren Orte dieser Sterne sind

$\alpha = 211°44'54.''9.$ $\alpha' = 295°22'17.''5.$
$p = 69\ 49\ 4.0.$ $p' = 81\ 37\ 24.6.$

Sey die genäherte Aequatorhöhe
$\psi = 38°28'10''$, so geben die zwey ersten der vorhergehenden Gleichungen

$s = 31°44'\ 3.''3$ $s' = -44°32'57.''0$
$A = 50°15'50''$ $A' = -56°23'5''$
$B = 1.3362$ $B' = -1.0686$.

also $d\psi = -\dfrac{37.74}{2.4048} = -15.''69$

und daher wahre Aequatorhöhe $\psi + d\psi = 38°27'54.''3$.

Für die Correction der Uhr aber ist

$\alpha =$	$211°44'54.''9$	$\alpha' =$	$295°22'17.''5.$
$s =$	$31°44'\ 3.3$	$s' = -$	$44\ 32\ 57.0$
$Bd\psi =$	$-\ 21.0.$	$B'd\psi = +$	16.8
	$243°28'37.''2$		$250°49'37.''3$
	oder in Zeit		oder in Zeit
$T =$	$16^h\ 13'54.''5$	$T' =$	$16^h\ 43'18.''5$
Uhrz. =	$16\ \ 8\ 25.0$	Uhrz. =	$16\ 37\ 49.\ 0$
Corr. d. Uhr	$+\ 5'29.''5$	Corr. d. Uhr	$+\ 5'29.''5$

gegen Sternzeit

Bey der Anwendung dieser Methode wird man alle solche Sternenpaare vermeiden, bey denen die Größe (A′—A) nahe an 0° oder 180° ist, d. h. solche, deren Verticalkreise einander entweder sehr nahe oder beynahe gegenüber liegen.

§. 9.

Zu demselben Zwecke kann man auch denselben Stern zweymahl beobachten. Seyen wieder z und z′ die zwey Zenithdistanzen, und s, s′ die unbekannten Stundenwinkel des Sterns in den beyden Beobachtungen, p dessen scheinbare Poldistanz, und ψ die bereits beynahe bekannte Aequatorhöhe, so hat man die Gleichung

$$\mathrm{Sin}\,\frac{s'+s}{2}\,\mathrm{Sin}\,\frac{s'-s}{2} = \frac{\mathrm{Sin}\,\frac{z'+z}{2}\,\mathrm{Sin}\,\frac{z'-z}{2}}{\mathrm{Sin}\,\psi\,\mathrm{Sin}\,p}$$

Liegen die beyden Zenithdistanzen auf derselben Seite des Meridians, so ist die Zwischenzeit der Beobachtungen oder die Größe $\frac{s'-s}{2}$ bekannt, und man findet daher aus dieser Gleichung mit einer angenommenen, der Wahrheit schon nahen Polhöhe, die Größe $\frac{s'+s}{2}$, also auch s′ und s selbst. Liegen sie aber auf entgegengesetzten Seiten des Meridians, so ist die Zwischenzeit oder $\frac{s'+s}{2}$ bekannt, also findet man $\frac{s'-s}{2}$, und daraus s′ sowohl als s. Kennt man so s, so findet man die wahre Aequatorhöhe Ψ aus den Gleichungen

$$\mathrm{tg}x = \mathrm{tg}p\,\mathrm{Cos}s$$

$$\mathrm{Cos}\,(\Psi - x) = \frac{\mathrm{Cos}x\,\mathrm{Cos}z}{\mathrm{Cos}p},$$

wobey vorausgesetzt wird, daß die Beobachtung, zu welcher

s und z gehört, sehr nahe an dem Meridian, die andere aber, zu der s' und z' gehört, nahe an dem ersten Verticalkreise oder weit von dem Meridiane gemacht worden ist, so daß die erste zur Bestimmung von der Aequatorhöhe, die andere aber zur Bestimmung der Zeit vorzüglich geeignet ist.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel zu erläutern, wollen wir folgende Beobachtungen der Sonne wählen, die den 28. September 1793 in der Nähe von Gotha nommen wurden.

Uhrzeit.	Corrigirte Zenithdistanz des Mittelpunktes der Sonne.
$21^h\ 1\ 19''2$	$53°18'\ 48.''2 = z'$
$23\ 37\ \ 4.0$	$63\ 26'\ 39.0 = z.$

Die Zwischenzeit der Beobachtungen ist $2^h 35'44.''8$, wozu noch $1.''7$ addirt werden muß, weil die Uhr in 24 Stunden um $15.''59$ gegen wahre Zeit zurück blieb. Da beyde Zenithdistanzen auf derselben Seite des Meridians genommen wurden, so ist $\frac{s-s'}{2} = 19°\ 28'\ 18''7$. Die Declination der Sonne für die Mitte dieser zwey Beobachtungen ist $90 - p = -2°14'9''$. Setzt man die vorläufige Aequatorhöhe $\psi = 38°49'10''$, so erhält man durch die erste der vorhergehenden Gleichungen

$$\frac{s+s'}{2} = 21°\ 6'16''2$$

$$\frac{s-s'}{2} = 19\ 28\ 18.7,$$

also $s' = 1°37'57''5$, woraus durch die beyden letzten Gleichungen folgt, wahre Aequatorhöhe $\psi = 38°59'10''$.

§. 10.

Diese Methode, Zeit und Breite zugleich durch zwey Beobachtungen zu bestimmen, wurde von Douwes als vorzüglich angemessen für Seefahrer vorgeschlagen, die nicht

immer Zeit und Lust, und auch oft nicht die Uebung haben, welche die numerische Entwicklung der Ausdrücke fordert, die eine strenge Auflösung dieser in der That für die Schifffahrt sehr wichtige Aufgabe mit sich bringt. Da aber die in §. 9 gegebene Auflösung nicht in allen Fällen die beyden gesuchten Größen mit der nöthigen Schärfe gibt, und da selbst jene einfachen Ausdrücke manchem Schiffer bey einer beynahe täglichen Wiederhohlung derselben, noch unbequem scheinen möchten, so wird man zu demselben Zwecke das folgende sehr einfache Verfahren anwenden.

Da man die Zeit seines Mittages immer wenigstens bis auf eine halbe Stunde voraus kennen wird, so nehme man um diese Zeit den Sextanten zur Hand, und beobachte, vorerst nur in ganzen Minuten, zwey Höhen des Gestirns, etwa in der Zwischenzeit von drey oder vier Zeitminuten. Sieht man, daß die Höhen sich noch stark ändern, daß also auch die Zeit der Culmination des Gestirns noch zu weit entfernt ist, so wird man das Instrument zur Seite stellen, um es nach einiger Zeit wieder vorzunehmen, um, wie zuvor, zwey andere vorläufige Höhen zu nehmen. Auf diese Art wird man, selbst wenn man seine Uhr gar nicht kennt, sich der Culminationszeit bis auf einige Minuten nähern können, und nun, wenn es Zeit ist, die eigentlichen Beobachtungen anzufangen, etwa 5 bis 10 Minuten vor der Culmination, beobachten:

drey Höhen	H	zu den Uhrzeiten	T
	$H+h$		$T+t$
	$H+h'$		$T+t'$.

Es sey die unbekannte mittägige Höhe des Gestirns $H+x$, und die ebenfalls unbekannte Uhrzeit des Mittages $T+\vartheta$. Da nach §. 6. in der Nähe des Meridians die Höhen sich wie die Quadrate der Stundenwinkel ändern, so hat man

$$x = A\vartheta^2$$
$$x - h = A\,(\vartheta - t)^2,$$

wo A eine constante Größe ist. Drückt man die Höhenänderung h und x in Bogenminuten, und die Aenderung t und ϑ des Stundenwinkels in Zeitminuten aus, so ist für Culminationen auf der Südseite des Zenithes

$A = 0.032725\,\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\delta}{\mathrm{Sin}(\varphi - \delta)}$, und auf der Nordseite des Zenithes für obere Culminationen $A = 0.032725\,\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\delta}{\mathrm{Sin}(\delta - \varphi)}$, und für untere $A = -\,0.032725\,\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\delta}{\mathrm{Sin}(\delta + \varphi)}$, wo φ die Polhöhe und δ die Declination des Gestirns bezeichnet, und wo für südliche Declinationen δ negativ ist. Ist daher $k = At^2$, so hat man

$$x = \frac{(h + k)^2}{4k} \;\ldots\; (\mathrm{I}),$$

und so läßt sich durch die Gleichung (I), ohne alle vorhergehende Zeitbestimmung, die Größe x, also auch die mittägige Höhe $H + x$, und daraus die Polhöhe des Beobachtungsortes bloß aus zwey in der Nähe des Mittages beobachteten Höhen und der Differenz der Uhrzeiten beyder Beobachtungen bestimmen.

I. Will man sich, so wie vorhin von der Kenntniß der Zeit, auch noch von der Kenntniß der beyläufigen Polhöhe und der Declination unabhängig machen, so wird man noch eine dritte Beobachtung zu Hülfe nehmen, und so haben

$$x = A\vartheta^2$$
$$x - h = A\,(\vartheta - t)^2$$
$$x - h' = A\,(\vartheta - t')^2.$$

Eliminirt man aus diesen drey Gleichungen die beyden Größen A und ϑ, so hat man

$$x = \frac{(M't'-Mt)^2}{4tt'(t'-t)(M'-M)} \;....\; (II),$$

wo der Kürze wegen $M = th'$, und $M' = t'h'$ ist.

Dieser Ausdruck wird zur Berechnung viel bequemer, wenn zwey von den drey beobachteten Höhen einander gleich sind, was beynahe immer in der Gewalt des Beobachters ist. Sind z. B. die beyden ersten gleich, so ist $h = 0$, also

$$x = \frac{h.'t^2}{4t'(t-t')}.$$

Ist die erste Höhe gleich der dritten, so ist

$$x = \frac{ht'^2}{4t(t'-t)},$$

und sind die beyden letzten Höhen gleich, so ist

$$x = \frac{h(t+t')^2}{4tt'}.$$

Uebrigens kann noch bemerkt werden, daß dieselben Beobachtungen nicht nur die mittägige Höhe $H + x$, sondern auch, wenn gleich nur annähernd, wie es aus der Natur der Beobachtungen in der Nähe des Meridians folgt, die beyläufige Zeit $T + \vartheta$ des Mittages, also auch eine erste genäherte Correction der Uhr geben. Man hat nähmlich für zwey Beobachtungen $\vartheta = \sqrt{\frac{x}{A}}$, und für drey

$$\vartheta = \frac{M't' - Mt}{2(M'-M)}.$$

Beyspiel. Den 1. August 1803 beobachtete Baron Zach folgende Höhen der Sonne (X. Vol. der monathl. Corresp. S. 13).

	Uhrzeit	Höhe
I.	$23^h\,44'\,3''$	$56°51'59''9$
II.	49 13	57 1 9.6
III.	55 8	9 20.6
IV.	24 0 58	14 57.8
V.	6 51	18 8.8
VI.	18 20	17 8.1
VII.	24 57	12 13.2

Baron Zach findet am ang. Orte aus diesen und anderen an demselben Tage beobachteten Höhen die mittägige, von Refraction und Parallaxe noch nicht befreyte Höhe der Sonne gleich $57°18'53''4$. Die Uhrzeit des Mittags war $0^h\,11'22''6$, und die Declination $18°14'30''7$, so wie die vorläufige Polhöhe $50°56'6.''2$.

Wendet man auf je zwey dieser Beobachtungen die Gleichung (I) an, so hat man $A = 0.036262$, und damit gibt die Beobachtung

II. u. VI. $t=29.117$, $h=15.975$, $k=30.743$, $x=17.748$,

also die mittägige Höhe $H+x = 57°18'54.''5$. Eben so gibt III. und IV. $k=1.234$, $x=9.518$, $H+x=57°18'51.''7$.

Wendet man aber darauf die Gleichungen (II.) an, so gibt

II. IV. VI. $M=187.64$, $M'=401.86$, $x=17.712$,
$H+x=57°18'52.''3$;

III. IV. V. $M=51.30$, $M'=65.87$, $x=9.535$,
$H+x=57°18'52.''7$;

I. IV. VII. $M=342.10$, $M'=939.27$, $x=26.859$,
$H+x=57°18'51''4$;

also noch immer sehr brauchbare Resultate, obschon die Stundenwinkel über 27 Zeitminuten gehen.

Noch weiter kann man bey den Sternen gehen, die dem Pole sehr nahe sind. Folgende Beobachtungen des Polar-

sterns sind den 10. Januar 1804 an demselben Orte mit den vorhergehenden Sonnenbeobachtungen angestellt worden.

	Uhrzeit	Höhe
I.	$11^h\,11'\,19''$	$49°22'\,38''7$
II.	11 41 44	17 49.1
III.	12 1 48	15 32.7
IV.	12 47 13	13 10.6
V.	12 52 54	13 9.3
VI.	13 9 4	13 26.0
VII.	13 42 10	15 32.7
VIII.	14 2 14	17 49.1
IX.	14 32 39	22 38.7

Die Uhrzeit des Mittags war $0^h\,51'59''$, die Declination $88°\,16'\,10''$, die vorläufige Polhöhe $50°\,56'\,6''$, und die mittägige Höhe in der unt. Culmination $49°13'9''3$.

Die Gleichung (I) gibt $A = -0.000953$, also

III. und VII. $t=100.36$, $h=0$, $k=9.601$, $x=2.400$,
$H+x=49°13'8.''7$,

und eben so

III. und VI. $h=-2.112$, $k=-4.313$, $x=-2.393$,
$H+x=49°13'9.''1$.

Die Gleichung (II) aber gibt

Für II. IV. u. VIII. $t=65.483$, $t'=140.500$, $h=-4.642$,
$h'=0$, $x=-4.663$, $H+x=49°13'9''4$,

und eben so

I. IV. und IX. $t=95.900$, $t'=201.333$, $h=-9.468$,
$h'=0$, $x=-9.489$, $H+x=49°12'8''4$,

also für die letzten drey Beobachtungen der Fehler noch nicht eine Secunde, obschon die Stundenwinkel der beyden äußersten Beobachtungen $1^h\,40'$ und ihr Intervall $3^h\,21'$ betragen. Man hätte also in dem gegenwärtigen Falle über die Zeit der Culmination des Sterns, oder über den Stand der Uhr

um volle neunzig Zeitminuten unsicher seyn können, und würde doch die Polhöhe noch sehr genau erhalten haben. Wenn aber der Schiffer auf eine so einfache Art seine Polhöhe einmahl genau kennt, so wird es weiter nicht schwer seyn, auch die Correction seiner Uhr nach einer der in dem vorhergehenden Capitel gegebenen Methoden mit aller Schärfe zu finden. Der Vortheil des gegenwärtigen Verfahrens besteht, wie man sieht, darin, daß man nicht mehr, wie früher, Zeit und Polhöhe zugleich sucht, sondern daß man diese beyden Fragen, die ihrer Natur nach mit einander verbunden zu seyn scheinen, trennt, und jede für sich beantwortet. Uebrigens muß man bey der Anwendung der Gleichung (II), wie man ohne Erinnerung bemerken wird, alle die Fälle als ungünstig vermeiden, in welchen entweder die Zwischenzeit zu klein, oder in welchen die Differenzen der Zeiten sich nahe, wie die Differenzen der Höhen verhalten. Denn in dem ersten Falle hat man nahe $(t'-t)=0$, und in dem zweyten ist nahe $\frac{t'}{t}=\frac{h'}{h}$ oder $M'=M$, und in beyden Fällen kann der Werth von x aus der Gleichung (II) nicht mit Sicherheit bestimmt werden, weil jeder kleine Beobachtungsfehler in der Zeit oder in der Höhe auf die daraus gesuchte mittägige Höhe einen sehr großen nachtheiligen Einfluß äußert.

11. §.

Ein dem vorhergehenden ähnliches Verfahren kann man endlich auch anwenden, um durch bloße beobachtete Differenzen der Azimute und der Höhen eines Gestirns an einem Theodoliten, die Polhöhe ganz ohne Hülfe einer Uhr zu bestimmen. Sind nähmlich die wieder um die Zeit der Culmination, an dem Instrumente abgelesene Azimute Ω, $\Omega+a$, $\Omega+a'$ und die dazu gehörenden beobachteten Höhen H,

$H+h$, $H+h'$, und sind dieselben Größen für den Meridian $\Omega+\alpha$ und $H+x$, so hat man

$x=A\alpha^2$, $x-h=A(\alpha-a)^2$ und $x-h'=A(\alpha-a')^2$.

wo $A=30\,\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta}\,\mathrm{Sin}\,1''$ ist, vorausgesetzt, daß die Größen x, h und α in Bogenminuten ausgedrückt sind. Dieser Ausdruck gilt unverändert für Culminationen auf der Südseite des Zeniths. Auf der Nordseite hat man

für obere Culminationen $A=30\,\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(\delta-\varphi)}{\mathrm{Cos}\,\delta}\,\mathrm{Sin}\,1''$,

und für untere $A=-30\,\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,(\delta+\varphi)}{\mathrm{Cos}\,\delta}\,\mathrm{Sin}\,1''$.

Hat man also z. B. nur zwey Beobachtungen, so wird man die Größe x, von welcher die Polhöhe unmittelbar abhängt, durch die Gleichungen finden

$$Aa^2 = k \text{ und } x = \frac{(h+k)^2}{4k}$$

Kennt man so den Werth von x, so ist die gesuchte Polhöhe $\varphi=H+x-\delta$ und zwar ohne alle Kenntniß der Lage des Meridians oder der Zeit des Mittages. Will man aber auch selbst eine vorläufige Kenntniß der Polhöhe und der Declination entbehren, so wird man alle drey Beobachtungen zu Hülfe nehmen, und wie vorhin erhalten

$$x = \frac{(M'a'-Ma)^2}{4aa'(a'-a)\;(M'-M)}$$

wo $M=ah'$ und $M'=a'h$ ist, und dieser Ausdruck setzt nichts, als drey gelesene Azimute und drey beobachtete Höhen voraus. Sind die beyden ersten Höhen gleich, so ist

$h=0$ also $x=\frac{a^2h'}{4a'(a-a')}$; ist die erste Höhe gleich der letzten, so ist $h'=0$ also $x=\frac{a'^2h}{4a(a'-a)}$; sind endlich die

beyden letzten Höhen gleich; so ist

$$x = \frac{(a + a')^2 . h}{4aa'}$$

Da die Anwendungen dieser Ausdrücke ganz mit denen des 10. § übereinstimmen, so wird es nicht nothwendig seyn, bey ihnen weiter zu verweilen.

Drittes Capitel.

Bestimmung der geographischen Länge durch Beobachtungen.

1. §.

Der Unterschied der geographischen Länge zweyer Orte auf der Oberfläche der Erde ist der Unterschied der Zeiten, die man an beyden Orten in demselben Augenblicke zählt. Wie man diese Zeiten (wahre, mittlere oder Sternzeiten) oder wie man die Berichtigung der Uhr gegen diese Zeiten an jedem Orte durch Beobachtungen findet, ist im ersten Capitel erklärt worden. Es kömmt also nur noch darauf an, zu erfahren, welche Zeit es zugleich an beyden Orten ist. Dieß findet man, wenn man an beyden Orten eine Begebenheit beobachtet, die für beyde in der That in demselben Augenblicke statt hat.

Solche tautochrone Erscheinungen biethen uns z. B. die Finsternisse des Mondes und die der Jupitersfatelliten an. Da diese Finsternisse in wirklichen Beraubungen des Lichts dieser Monde durch den Schatten ihrer Hauptplaneten bestehen, so wird der Anfang und das Ende derselben von allen Punkten der Erde, für welche überhaupt die Finsterniß sichtbar ist, in demselben Augenblicke gesehen, und

daher ist die Differenz der wahren, mittlern oder Sternzeiten dieser Erscheinungen an verschiedenen Orten auch zugleich die Differenz der geographischen Länge dieser Orte.

So leicht aber die Berechnung dieser Finsternisse ist, eben so schwer ist die genaue Beobachtung derselben, besonders bey unserem Monde, da es vorzüglich wegen dem Halbschatten der Erde beynahe unmöglich ist, den Augenblick des wahren Anfangs und Endes genau zu bemerken. Etwas genauer sind die Beobachtungen der Ein- und Austritte der Mondsflecken in und aus den Schatten der Erde, und noch besser lassen sich die Ein- und Austritte der Satelliten Jupiters beobachten, obschon auch sie lange nicht die Uebereinstimmung gewähren, welche man wohl wünschen möchte, da die Differenzen der durch sie erhaltenen Längenunterschiede bey den einzelnen Beobachtungen auf 10, 20 und mehrere Zeitsecunden gehen. Um aber doch durch die letzten noch brauchbare Resultate zu erhalten, muß man an beyden Orten so viel möglich gleich starke Fernröhre brauchen; eben so viele Ein- und Austritte unter einander vergleichen; die zwey von Jupiter am meisten entfernten Satelliten ausschließen, und alle solche Beobachtungen gänzlich vermeiden, die zu nahe bey der Opposition Jupiters mit der Sonne gemacht werden. Da es übrigens hier bloß auf eine einfache Subtraction der beyden Beobachtungszeiten ankömmt, so wird es überflüssig seyn, diese Art der Längenbestimmung durch Beyspiele zu erläutern.

2. §.

Da diese Erscheinungen des Himmels nicht mit der hier nöthigen Schärfe beobachtet werden können, so hat man sie durch andere ähnliche Erscheinungen auf der Erde, die dieser Vorwurf nicht trifft, zu ersetzen gesucht. Hierher gehören vorzüglich die sogenannten Pulversignale, oder die Flammen, welche von der Entzündung von 3—5 Loth gemeinen

Schießpulvers entstehen, die man selbst in der Dämmerung schon aus 6 und mehreren deutsche Meilen deutlich und als eine bloß augenblickliche Erscheinung bemerken, also auch genau beobachten, und die man endlich wegen der bekannten, sehr großen Geschwindigkeit des Lichtes, für so geringe Entfernungen als genau tautochron betrachten kann. Das Wesentlichste dabey ist eine scharfe Bestimmung des Standes und Ganges der Uhr, die man gewöhnlich durch correspondirende Höhen des Mittags und der Mitternacht an den verschiedenen Beobachtungsorten erhält. Man kann auf diese Art selbst zwey sehr weit von einander entfernte Orte verbinden, wenn man zwischen ihnen mehrere Berge auffindet, auf welchen man die auf diesen Bergen gegebenen Signale immer von den zwey nächstliegenden Orten sehen kann.

Denken wir uns z. B. neun solcher Orte, die wir nach der Ordnung mit 1. 2. 3. bis 9 bezeichnen wollen, und suchen wir die Längendifferenz der zwey äußersten 1 und 9. Dieß vorausgesetzt, sollen auf den Orten 2, 4, 6, 8 die Signale zu verabredeten Augenblicken gegeben werden, und der erste Ort soll das Signal von 2 um die wahre, oder mittlere oder Sternzeit O seines (des ersten) Ortes sehen; dasselbe Signal von 2 sieht der Ort 3 um die Zeit O' seines (des dritten) Ortes; der Ort 3 sehe ferner das Signal von 4 um O'', der Ort 5 aber um O'''. Eben so sehe das Signal von 6 der Ort 5 um O^{IV} und der Ort 7 um O^{V}, und das Signal von 8 der Ort 7 um O^{VI} und der Ort 9 um O^{VII}, so ist die Längendifferenz der beyden äußersten Orte 1 und 9 gleich

$$O^{VII} - (O^{VI} - O^{V}) - (O^{IV} - O''') - (O'' - O') - O$$

und man sieht aus diesem Ausdrucke, daß die Mittelstationen 3, 5 und 7, wo keine Signale gegeben werden, nicht den Stand, sondern nur den Gang ihrer Uhren zu kennen brauchen, welcher letzte keine eigentlichen astronomischen Beobachtungen erfordert, sondern z. B. schon durch bloße

Sternverschwindungen hinter terrestrischen Objecten in zwey auf einander folgenden Nächten bestimmt werden kann. Noch entbehrlicher ist eine genauere Kenntniß der Uhr für die Stationen 2, 4, 6 und 8, wo die Signale gegeben werden, weil es hier hinreicht, wenn diese Signale nur nahe um die früher verabredeten Zeichen gegeben werden, so daß also eine genaue und vollständige Zeitbestimmung nur in den beyden Endpunkten 1 und 9 gefordert wird.

Man muß noch bemerken, daß diese Beobachtungen, wie die Erfahrung lehrt, einer großen Schärfe fähig sind, und daß die Resultate der Längendifferenzen aus den einzelnen Signalen selten über eine ganze Zeitsecunde unter einander verschieden sind.

3. §.

Die große Vollkommenheit, mit welcher jetzt tragbare Uhren (Chronometer) verfertiget werden, setzt uns in den Stand, die Zeiten zweyer Orte unmittelbar mit einander zu vergleichen, und dadurch den Längenunterschied derselben zu bestimmen. Ein Beyspiel wird das hier zu beobachtende Verfahren sogleich deutlich machen.

1786 den 29. März im wahren Mittage fand Zach in London die Correction seines Chronometers $+2''1$ gegen mittlere Londner Zeit, und aus vielen andern vorhergehenden Beobachtungen folgte die tägliche Retardation desselben gegen mittlere Zeit $0''.1715$. Den 27. Junius, also 29 Tage später, kann er in Seeberg auf seiner Sternwarte an, und fand hier aus unmittelbaren Beobachtungen an diesem Tage die Uhrzeit des Chronometers im wahren Mittage Seebergs $t = 11^h\,19'\,3.''40$.

Es ist aber nach den Ephemeriden die mittlere Zeit im wahren Mittage Londons für den 27. Junius $0^h\,2'\,34''\,3$. Zieht man davon ab die erste Correction der Uhr des 29sten May's oder $2''1$ und ferner die Retardation der Uhr in 29

Tagen oder 29 (0.1719). = 4″97 so erhält man die Uhrzeit $t' = 0^h\,2'\,27.''23$ des Chronometers für den 27. Junius im wahren Mittage Londons, und daher die gesuchte Längendifferenz von London und Seeberg $t' - t = 0^h\,43'\,23.''\,83$ Seeberg östlich.

Es darf nicht erinnert werden, daß diese sehr einfache Methode der Längenbestimmung eine sehr vollkommene Uhr voraussetzt, wenn sie auf Genauigkeit Anspruch machen soll.

§. 4.

Unter den Gestirnen eignet sich besonders unser Mond zu Längenbestimmungen, weil er seinen Ort am Himmel für uns am schnellsten ändert. Wenn man daher an zwey Beobachtungsorten, die nicht in demselben Meridiane liegen, die Differenz der Rectascension oder die der Declination eines Fixsternes und des Mondrandes durch unmittelbare Beobachtungen sucht, so werden diese Differenzen nicht gleich seyn, weil die Rectascension des Mondes sich sehr schnell in einem Tage oft bis 15 Grade ändert: aber eben diese Ungleichheit der Differenzen wird uns auch ihre Ursache, den Längenunterschied der beyden Beobachtungen zu erkennen geben. Besonders hat man zu diesem Zwecke die Rectascensionen vorgeschlagen, da diese sich an dem Mittagsrohre so genau beobachten lassen, wenn man den Mond an beyden Orten mit verabredeten ihm n a h e n Fixsternen vergleicht. — Es sey t die beobachtete Differenz der Culmination des Mondes und des Sterns am ersten und t′ an dem zweyten der beyden Orte, beyde in Sternzeitsecunden ausgedrückt, und a die Aenderung der Rectascension des Mondes in einer Stunde Sternzeit, ebenfalls in Sternzeitsecunden ausgedrückt, so ist die gesuchte Längendifferenz x der beyden Orte in Zeitsecunden

$$x = 3600\,\frac{(t'-t)}{a} - (t'-t).$$

Ex. Man beobachtete die

	Sternzeit		Sternzeit
Culm. d. ☾	in Gotha $13^h\ 47'32.''45$	in Manheim	$13^h\ 47'53.''0$
α Virginis	13 14 17 87		13 14 17.2
	33 14. 58		33 35.8.

also $t = 1994.58$

$t' = 2015.80$

$t'-t = 21.''22.$

Die Aenderung der Rectascension des Mondes in einer Stunde Sternzeit ist $0°34'44.''998$, also

$$a = \frac{2084.998}{15} = 139''00, \text{ und daher}$$

$$3600\left(\frac{t'-t}{a}\right) = 549.634,$$

$$t'-t = 21.220$$

$$x = 528.''414 = 0^h\ 8'48.''414.$$

§. 5.

Die Beobachtungen dieser Art sind einer beträchtlichen Schärfe fähig, und man kann durch sie, besonders, wenn sie unter veränderten Umständen öfters wiederhohlt werden, die Längendifferenz der Beobachtungsorte desto genauer finden, je größer diese Differenz selbst ist. Allein sie setzen ein vollkommenes Mittagsrohr voraus, in dessen Besitz nicht Jeder ist, und sie sind zur See ganz unanwendbar. Zu diesem letzten Zwecke hat man daher die Distanzen des Mondes von der Sonne oder von bekannten Sternen vorgeschlagen, die sich mit dem Sextanten beobachten lassen, und aus welchen man die Länge des Beobachtungsortes durch Rechnung ableiten kann.

Der Nautical Almanac oder die Connaissance des tems enthält nähmlich diese Distanzen der Mittelpunkte des

Mondes von dem der Sonne und der vornehmsten Fixsterne für drey zu drey Stunden (Londner oder Pariser Zeit) eines Tages schon voraus berechnet. Hat man daher eine dieser Distanzen zu einer gegebenen Zeit seines Ortes beobachtet, so findet man in diesen Ephemeriden durch eine einfache Proportion, zu welcher Pariser oder Londner Zeit dieselbe Distanz nach der Rechnung statt hat, und da diese Distanz als eine Erscheinung betrachtet werden kann, die für alle Orte der Erde in demselben Augenblicke statt hat, so ist die Differenz der Uhrzeit der Beobachtung und die in den Ephemeriden gefundene Pariser oder Londner Zeit auch zugleich die Differenz der Länge des Beobachtungsortes von Paris oder von London.

So einfach dieses Verfahren ist, so fordert doch die Ausführung desselben mehrere umständliche Berechnungen, die wir, da diese Art der Längenbestimmungen von so großem Nutzen ist, hier näher angeben wollen.

Diese Distanzen sind in den Ephemeriden für den Mittelpunkt der Erde berechnet. Allein wir beobachten sie nicht aus dem Mittelpunkte, sondern von der Oberfläche der Erde, daher beyde, die berechnete und die beobachtete Distanz nicht unmittelbar verglichen werden können. Um diese Vergleichung möglich zu machen, muß also zuerst die beobachtete Distanz, die wir D nennen wollen, auf diejenige $\triangle$ gebracht werden, welche man zu derselben Zeit aus dem Mittelpunkt der Erde beobachten würde, und man sieht, daß beyde vorzüglich wegen der großen Parallaxe des Mondes und auch wegen der Refraction beträchtlich verschieden seyn können.

Um die Höhenparallaxe sowohl, als die Refraction beyder Gestirne zu finden, braucht man bekanntlich ihre Höhen. Wir wollen also annehmen, daß man kurz vor und nach der gemessenen Distanz D auch die Höhen dieser Gestirne beobachtet habe, woraus man denn, da man die Höhenänderung

derselben für die gegebene Zwischenzeit der Beobachtungen kennt, durch eine einfache Proportion auch die Höhen derselben ableiten kann, welche für die Beobachtungszeit der Distanz D gehören. Es sey also für die letzte Zeit b die beobachtete Höhe des oberen Randes der Sonne und B die des oberen Randes des Mondes. Für dieselbe Zeit sucht man aus den Ephemeriden die horizontalen Halbmesser und die Horizontalparallaxen beyder Gestirne für den Ort der Beobachtung. Multiplicirt man dann jede dieser Horizontalparallaxen mit dem Cosinus ihrer Höhe b und B, so erhält man die Höhenparallaxen p und P, wo hier und in dem Folgenden die kleinen Buchstaben b p . . für die Sonne, und die großen B P . . für den Mond gehören. Multiplicirt man aber die oben gefundenen horizontalen Halbmesser der Sonne und des Mondes durch ihre Horizontalparallaxen und durch Sin b. Sin 1″ und Sin B. Sin 1″, und addirt diese Producte zu den horizontalen Halbmessern, so erhält man die wegen ihrer Höhe vergrößerten Halbmesser beyder Gestirne, die wir r und R nennen wollen.

Dieses vorausgesetzt, hat man für die scheinbaren Höhen des Mittelpunktes

der Sonne $h' = b - r$,

des Mondes $H' = B - R$,

und wenn man für diese Höhen h′ und H′ die Refractionen sucht, für die wahren Höhen des Mittelpunktes

der Sonne $h = h' - \text{Refr.} + p$,

des Mondes $H = H' - \text{Refr.} + P$.

Hat man den unteren Rand dieser Gestirne beobachtet, so ist r und R negativ.

Aus derselben Ursache, aus welcher man die Höhen des unteren oder oberen Randes beyder Gestirne, statt die ihrer Mittelpunkte beobachtet, mißt man auch, nicht die Distanz ihrer Mittelpunkte, sondern die ihrer Ränder. Hat man

daher die Distanz D ihrer nächsten oder inneren Ränder beobachtet, so ist die beobachtete Distanz $\triangle'$ ihrer Mittelpunkte $\triangle' = D + r + R$, in welchem Ausdrucke r oder R negativ ist, wenn man den äußeren Rand des Mondes oder der Sonne beobachtet hat. Kennt man so die Größen hh', HH' und $\triangle'$, so ist man im Stande, die geocentrische Distanz $\triangle$ der Mittelpunkte beyder Gestirne aus folgenden Gleichungen zu bestimmen.

$$m = \frac{\text{Cos}H \, \text{Cos}h}{\text{Cos}H' \, \text{Cos}h'},$$

$$\text{Sin}A = \frac{1}{\text{Cos}\frac{H+h}{2}} \sqrt{m.\text{Cos}\frac{H'+h'+\triangle'}{2} \text{Cos}\frac{H'+h'-\triangle'}{2}}$$

$$\text{Sin}\frac{\triangle}{2} = \text{Cos}\frac{H+h}{2} \text{Cos}A,$$

und diese Distanz $\triangle$ ist es, deren Vergleichung mit den Ephemeriden unmittelbar die gesuchte Längendifferenz gibt.

Man kann bemerken, daß man für die Sonne, wegen ihrer zu großen Entfernung, den horizontalen Halbmesser ungeändert beybehalten und statt r setzen kann, und daß, wenn man die Distanz des Mondes von einem Fixstern beobachtet, r sowohl als p = o ist.

Um diese Vorschriften durch ein Beyspiel zu erläutern, beobachtete man in Seeberg den 9. September 1792 um $20^h 3' 29.'' 2$ wahren Zeit (des Morgens) die Distanz der beyden inneren Ränder der Sonne und des Mondes

$$D = 67°36'50''.$$

Für dieselbe Zeit war die beobachtete Höhe des oberen Randes der Sonne $b = 22° \; 58' 34''. 4$

des Mondes $B = 55 \;\; 38 \;\; 54. \;\; 0$

Für dieselbe Zeit endlich ist aus den Ephemeriden

	für die Sonne	für den Mond.
der horiz. Halbm.	957″. 4	878″.0
die horiz. Parall.	7. 8	3250. 6
und Refraction	135″.0	38. 9

Daraus folgt

Höhenparallaxe der Sonne $p = 7.''8 \ \text{Cos}\ b = 7''.2$

des Mondes $P = 3250.6 \ \text{Cos}\ B = 1830''$

Vergröß. Halbm. der Sonne $r = 957.4\ (1 + 7.8\ \text{Sin}\ 6\ \text{Sin}\ 1'')$
$= 957''.4$

des Mondes $R = 878.0\ (t + 3250.6\ \text{Sin}\ B\ \text{Sin}\ 1'') = 900.''0$

Wir haben daher

$$\begin{aligned}
\triangle' &= D + r + R = && 68^\circ\ 7'\ 47'' \\
h' &= b - r = && 22\ 42\ 37 \\
h &= h' - \text{Refr.} + p = && 22\ 40\ 29 \\
H' &= B - R = && 55\ 43\ 54 \\
H &= H' - \text{Refr.} + P = && 56\ 13\ 45
\end{aligned}$$

und mit diesen fünf Größen findet man aus den vorhergehenden Gleichungen

$$\log m = 9.9955246$$

$$\log \text{Cos} \frac{H' + h' + \triangle'}{2} \text{Cos} \frac{H' + h' - \triangle'}{2} = 9\ 4570226$$

$A = 43^\circ\ 31'\ 55''$ und $\triangle = 68^\circ 5'\ 11''$

In den Ephemeriden findet man aber

wahre Zeit Paris	geg. Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes
$18^h\ 0'$	$68^\circ\ 45'\ 50''$
21 0	67 24 28
3	1 21 22

Daher ist $x = \dfrac{(0^\circ 40' 39'')\ 3^h}{1^\circ 21' 22''} = 1^h\ 29'\ 55''\ 6$
18

wahre Zeit Paris $= 19\ 29\ 55.\ 6$

wahre Zeit Seeberg $= 20\ 3\ 29.\ 2$

Längendifferenz $= 0^h\ 33'\ 33.''6$

Das vorhergehende Verfahren hat außer einer etwas umständlichen Berechnung nur noch den Nachtheil, daß es nebst der Beobachtung der Distanz D auch noch wenigstens zwey beobachtete Höhen der Sonne sowohl als des Mondes erfordert. Man kann aber die vier letzten Beobachtungen umgehen, wenn man die Werthe von h h' und H H' durch Rechnung sucht, was ohne Mühe geschehen kann, da man diese vier Größen nicht mit der größten Schärfe zu kennen braucht.

Ist nähmlich φ die Polhöhe und s δ h der Stundenwinkel, die Declination und die wahre Höhe der Sonne, so ist

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Cos} s \operatorname{Cotg} \varphi \text{ und}$$

$$\operatorname{Sin} t = \frac{\operatorname{Sin} \varphi}{\operatorname{Cos} x} \operatorname{Sin} (x + \delta)$$

und wenn man so t kennt, so ist die scheinbare Höhe des Mittelpunktes der Sonne

$$h' = h - p + \text{Refr.}$$

Ganz eben so wird man für den Mond verfahren. Der Stundenwinkel der Sonne ist bekanntlich gleich der wahren Zeit der Beobachtung, und da man hat

Rectas. ☉ + wahre Zeit = Rect. ☾ + Stunden Wink. ☾

so ist auch der Stundenwinkel des Mondes durch diese Gleichung gegeben. In unserm Beyspiele ist für die wahre Zeit $20^h\, 3'\, 29''.2 = 300°\, 52'\, 18''$

Rectas. ☉ = 169° 9′ 15″		Decl. ☉ = + 4° 40′ 15″
Rectas. ☾ = 100 40 30		Decl. ☾ = + 17 59 50
68 28 45		
wahre Zeit 300 52 18		
Stundenw. ☾ = 9 21 3		

Die Polhöhe von Seeberg endlich ist $\varphi = 50° 56' 17''$ also hat man für die Sonne

$x = 22° 36' 30''$

$h = 22\ 40\ 29$

$h' = h - p + \text{Refr.} = 22° 42' 37''$

und eben so für den Mond

$x = 38° 41' 15''$

$H = 56\ 13\ 46$

$H' = H - P + \text{Refr.} = 55° 43' 54''$ wie zuvor.

Wenn die Höhen h oder H sehr klein sind, so kann man die Refraction nicht unmittelbar aus der Tafel VI finden, da das Argument dieser Tafel die scheinbare Höhe h' nicht die wahre h ist. Man betrachtet daher zuerst die gegebene wahre Höhe h als eine scheinbare, und sucht damit in der Tafel die Refraction, die zu h addirt, die genäherte scheinbare Höhe gibt, mit welcher letzten man dann die verbesserte Refraction in der Tafel sucht. Wäre z. B. die wahre Höhe $h = 8°$ so gibt die Tafel für $h = 8°$ die Refraction $6' 48''$, also die genäherte scheinbare Höhe $8° 6' 48''$ und diese letzte Höhe gibt in derselben Tafel die verbesserte Refraction $6' 42''$

6. §.

Die vorhergehende Methode der Längenbestimmung hat den Vortheil, daß sie bey günstiger Witterung zu jeder Zeit vorgenommen werden kann, daher man sich ihrer, wie bereits erinnert wurde, vorzüglich auf der See bedient, wo oft sehr viel daran gelegen ist, die Länge des Schiffes sogleich zu erfahren. Auf dem festen Lande aber, wo diese Bedingung wegfällt, und wo man günstigere Umstände abwarten kann, wird man statt diesen Distanzen, die nur selten mit großer Schärfe gemessen werden können, die Beobachtungen der Sonnenfinsternisse und der Sternbedeckungen von dem Monde zu demselben Zwecke anwenden, welche viel genauere Resultate geben. Die beobachteten Zeiten der inneren oder äußeren Berührung beyder Gestirne sind nähmlich eben-

falls die Zeiten von beobachteten Distanzen, aber diese Distanzen sind erstens genau bekannt, da sie der Summe oder der Differenz der scheinbaren Halbmesser der Gestirne gleich sind, und die Augenblicke der Berührung der Ränder lassen sich ebenfalls, besonders bey Sternbedeckungen, mit großer Schärfe angeben, daher auch die daraus folgenden Resultate der Längendifferenzen der Beobachtungsorte gewöhnlich sehr genau sind. Da aber diese Distanzen oder diese Zeiten der Berührung ebenfalls von dem Orte des Beobachters auf der Oberfläche der Erde und von der Parallaxe abhängen, so muß man in der Berechnung dieser Beobachtungen auf diese Parallaxe Rücksicht nehmen. Die einfachste und zugleich sicherste Art der Berechnung dieser Beobachtungen ist folgende.

Aus den Mondstafeln, oder aus genauen Ephemeriden sucht man für zwey Pariser Zeiten, welche etwa eine oder zwey Stunden von einander entfernt sind, und welche nahe die ganze Zeit der Dauer der Finsterniß umfassen, die wahre Länge und Breite, den Halbmesser und die Horizontalparallaxe des Mondes und der Sonne. Daraus sucht man durch die I. Th. S. 72 mitgetheilten Ausdrücke die scheinbare, oder von der Parallaxe afficirte Länge und Breite, so wie den scheinbaren Halbmesser beyder Gestirne, und daraus endlich die beyden Größen f und g durch folgende Ausdrücke

$$f = \frac{\text{stündl. Aend.} ☾ - \text{stündl. Aend.} ☉}{3600} \text{ in scheinb. Länge}$$

$$g = \frac{\text{stündl. Aend.} ☾ - \text{stündl. Aend.} ☉}{3600} \text{ in scheinb. Breite}$$

Dieß vorausgesetzt, sey T die Ortszeit des beobachteten Anfanges oder des Endes der Finsterniß, und t die bereits beynahe bekannte östliche Länge dieses Ortes von Paris (für eine westliche Länge ist t negativ). Für die Zeit

T — t suche man aus dem Vorhergehenden durch eine einfache Proportion

die scheinbare Länge des Mondes a und der Sonne α
die scheinbare Breite d δ
und den scheinbaren Halbmesser m μ
und endlich die Größen ω und $\triangle$ aus folgenden Ausdrücken

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{d - \delta}{(a - \alpha) \operatorname{Cos} \delta}$$

$$\triangle = \frac{(a - \alpha) \operatorname{Cos} \delta}{\operatorname{Cos} \omega} \text{ oder } \triangle = \frac{d - \delta}{\operatorname{Sin} \omega}$$

Wir wollen nun annehmen, daß (t+dt) die gesuchte wahre Länge des Beobachtungsortes von Paris ist, so daß die oben angenommene Länge um die unbekannte Größe dt zu klein ist; eben so wollen wir voraussetzen, daß auch die Mondstafeln, die in der That noch kleinen Fehlern unterworfen sind, die Länge des Mondes um da, und die Breite desselben um dd zu klein geben, so daß also die verbesserte scheinbare Länge und Breite des Mondes (a+da) und (d+dd) ist, so hat man

$$\frac{\triangle^2 - (m \pm \mu)^2}{2\triangle} = (f \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} \omega + g \operatorname{Sin} \omega)\, dt$$
$$- \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} \omega .\, da - \operatorname{Sin} \omega .\, d\alpha$$

und dieses ist die Bedingungsgleichung, welche man für jede einzelne Beobachtung entwickeln wird. Man wird sonach so viele Gleichungen der Form

$$A = Bdt - [Cda - Ddd]$$

erhalten, als man Beobachtungen hat, und aus ihnen die Werthe von dt, da und dd bestimmen, so daß man auf diese Weise nicht nur die wahre Längendifferenz t + dt aller Beobachtungsorte, sondern auch die Correctionen da und dd der Mondstafeln für diese Zeit erhalten wird.

Man bemerke noch, daß man auf die Zeichen von ω

und $\triangle$, die sich durch die Rechnung von selbst bestimmen, gehörig Rücksicht nehmen muß, und daß in $(m \pm \mu)$ das obere Zeichen für die äußeren, das untere für die inneren Berührungen gehört. Für die Sonne kann man, wegen ihrer sehr großen Entfernung, die wahre Länge für ihre scheinbare α, so wie den wahren Halbmesser statt ihrem scheinbaren μ, und die Breite $\delta = o$ setzen. Ist das zweyte Gestirn statt der Sonne ein Fixstern, so wird man aus der (nach I. S. 44) gefundenen scheinbaren Rectascension und Declination desselben mit der scheinbaren Schiefe der Ekliptik die scheinbare Länge α und Breite δ desselben suchen, und $\mu = 0$ setzen.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel zu erläutern, wollen wir die Beobachtung der Bedeckung von ε Zwillinge berechnen, welche 1798 den 8. August in Leipzig gemacht wurde.

Beobachteter Eintritt $13^h 35' 17''5$ mittlere Z. Leipzig,
Austritt $14 \; 19 \; 31''3$.

Nehmen wir die beynahe bekannte östliche Länge Leipzigs von Paris $t = 0^h 40' 7''5$ an, so erhält man die genäherten mittleren Pariser Zeiten der Beobachtungen

Eintritt $12^h 55' 10.''0$ und Austritt $13^h 39' 23.''8$.

Für diese beyden Pariser Zeiten sucht man nun den wahren Ort des Mondes aus den Tafeln, und verwandelt ihn (nach I. S. 72) in den scheinbaren Ort desselben.

Man erhält so:

		Eintritt	Austritt
scheinb. Länge des ☾	a =	96°51'45."2	97°20'1."0
„ Breite „ ☾	d =	+ 2 7 42.5	+ 2 12'32 1
„ Halbm. „ ☾	m =	16 5.8	16 7.9

woraus zugleich folgt $f = \frac{2301}{3600} = 0.63916$, und

$$g = \frac{393}{3600} = 0.10916.$$

Des Sterns scheinbare Länge aber ist $\alpha = 97°7'5.''2$
und seine scheinbare Breite $\delta = +\ 2°2'48.''1$
Wir haben daher für den Eintritt

$$a - \alpha = -920.0, \quad d - \delta = 294.4$$
$$\omega = -17°45'20'', \quad \triangle = -965.''4,$$

und daher die Bedingungsgleichung

$$0.4 = 0.59dt - 0.95da + 0.30dd \ .$$

und eben so für den Austritt

$$a - \alpha = 775.8, \quad d - \delta = 584.0,$$
$$\omega = 36°59'31'', \quad \triangle = 970.6,$$

und die Bedingungsgleichung

$$2.7 = 0.57dt - 0.80da - 0.60dd \ .$$

Da wir hier nur zwey Beobachtungen, also auch nur zwey Bedingungsgleichungen haben, so bleibt eine der drey Größen dt, da, dd unbestimmt. Setzen wir daher da = 0, so sind die beyden Bedingungsgleichungen

$$0.4 = 0.59dt + 0.30dd,$$
$$2.7 = 0.57dt - 0.60dd,$$

und daraus folgt $dt = +2.''0$, und $dd = -2.''6$, oder die vorausgesetzte Länge Leipzigs ist 2″0 zu klein, und die vorausgesetzte Mondsbreite 2″6 zu groß. Wir haben daher für die corrigirte Länge Leipzigs von Paris

$$t + dt = 0^h\ 40'9.''5.$$

Man sieht, daß, wenn man die etwas umständliche Bestimmung des scheinbaren Ortes des Mondes ausnimmt, die Berechnung dieser Beobachtungen sehr einfach ist, und weder viel Zeitaufwand, noch besondere Vorkenntnisse fordert, daher es zu wünschen wäre, daß sich mehrere Freunde der Astronomie und der mathematischen Geographie mit diesen so nützlichen Arbeiten beschäftigen möchten.

Viertes Capitel.

Beobachtung des Azimutes, der Schiefe der Ekliptik ꝛc.

§. 1.

Das einfachste Mittel, die Entfernung eines irdischen Gegenstandes von dem Meridiane seines Beobachters, oder das Azimut des Gegenstandes zu finden, ist die Beobachtung correspondirender Azimute mit einem Theodoliten. Man beobachtet nähmlich, indem man das Fernrohr des Instrumentes auf eine willkührliche, aber unveränderliche Höhe stellt, den Durchgang des Gestirns durch das Fadenkreuz vor und nach der Culmination, und bemerkt bey beyden Beobachtungen die Zahlen des Azimutalkreises. Stand in der ersten Beobachtung der innere, das Fernrohr tragende Kreis bey a, und in der zweyten bey b, so wird das Rohr in der Ebene des Meridians seyn, wenn man es auf $\frac{a+b}{2}$ stellt. Um sich von den Beobachtungsfehlern und den, nach der Rectification des Theodoliten etwa noch übrig bleibenden Fehlern des Instrumentes so viel möglich unabhängig zu machen, wird man vor der Culmination das Fernrohr nach und nach auf verschiedene Höhen h, h′, h″ und nach derselben wieder in verkehrter Ordnung auf dieselben Höhen h″, h′, h stellen, von jeder dieser Höhen den Werth von $\frac{a+b}{2}$ bemerken, und das Mittel aller dieser Werthe nehmen. Ist das beobachtete Gestirn die Sonne, so muß man auf die Aenderung der Declination derselben Rücksicht nehmen. Ist p die Poldistanz der Sonne zur Zeit der vormittägigen Beobachtung, und p′ Nachmittags, t der Stundenwinkel der

Sonne in der nachmittägigen Beobachtung, und φ die Polhöhe, so ist der verbesserte Meridianpunkt des horizontalen Kreises

$$A = \frac{a+b}{2} + \frac{p'-p}{2\cos\varphi\ \sin t.}$$

Kennt man aber so den Meridian A des Instrumentes, so wird man nur den Fadendurchschnitt des Rohres auf irgend ein irdisches Object stellen, und wenn dann der Azimutalkreis des Instrumentes die Zahl B zeigt, so ist B—A das gesuchte Azimut des Objectes.

§. 2.

Man kann aber auch zu demselben Zwecke die Gestirne außer ihrer Culmination beobachten. Am vortheilhaftesten wird man dazu den Polarstern in irgend einem Punkte seines Parallelkreises anwenden, und ihn wiederhohlt durch den Fadendurchschnitt des Fernrohres gehen lassen, und dabey sowohl die Uhrzeit der Beobachtung, als auch die Zahl des Azimutalkreises des Theodoliten bemerken. Sey A das arithmetische Mittel aller Zahlen des Azimutalkreises, und T das Mittel aller Uhrzeiten. Mit der Differenz ϑ jeder einzelnen Uhrzeit von dem Mittel T, suche man durch die Tafel (VIII. S. 158) den Werth von $\frac{2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin 1''}$, und nenne m das Mittel aller dieser Werthe.

Die Uhrzeit T bringt man, durch die bekannte Correction der Uhr, auf Sternzeit, so ist der Stundenwinkel t des Sterns für die Mitte der Beobachtungszeiten, t = Sternzeit — scheinb. Rectasc. Nennt man nun p die scheinbare Poldistanz des Sterns, und φ die Polhöhe, so sucht man die Größen ω und $\Delta\omega$ aus den folgenden Gleichungen

$$\omega = -\frac{p\sin t}{\cos\varphi} - \frac{p^2\operatorname{tg}\varphi\sin 2t}{2\cos\varphi}\cdot\sin 1'',$$

$$\Delta\omega = \frac{p \sin t}{\cos\varphi} + \frac{2p^2 \operatorname{tg}\varphi \sin 2t}{\cos\varphi} \,.\, \sin 1'',$$

so ist das Azimut des Sterns zur Zeit T gleich

$$\Omega = \omega + m\Delta\omega.$$

Hat man nun auch vor und nach diesen Beobachtungen den verticalen Faden des Fernrohres auf das zu bestimmende terrestrische Object gestellt, und zeigte in dieser Lage der Azimutalkreis die Zahl B, so ist $\Omega - (A - B)$ das gesuchte Azimut des Objectes.

Ex: 1817 den 1. April wurde in Mailand der Polarstern beobachtet.

	Uhrzeit	Zahl des Azimutalkreises
	$6^h 45'28''$	$173°6'11.''9$
	$50'48''$	$6\ 15.1$
	$54'48''$	$6\ 18.4$
Mittel	$T = 6^h 50'21.''3$	$A = 173°6'15.''1.$

Als der verticale Faden das irdische Object traf, zeigte der Azimutalkreis $B = 115°42'53.''3$, also ist

$$A - B = 57°23'21.''8.$$

Des Sterns scheinbare Rectascension ist $0^h 55'21.''1$ und seine scheinbare Poldistanz $p = 1°40'3.''6 = 6003.''6$, und die Correction der Uhr gegen Sternzeit $-\ 2'27.''0$. Wir haben daher

T =	$6^h 50'21.''3$
	$-\ 2\ 27.0$
Sternzeit =	$6\ 47\ 54.3$
	$0\ 55\ 21.1$
t =	$5^h 52'33''2$
	$= 88°\ 8'18.''0$

$\omega = -8555.''9 - 8.''2 = -2°22'44.'1$, und

$\Delta\omega = 0.0415.$

Ferner gibt

$\vartheta \ldots$	$\frac{2\sin\frac{2\vartheta}{2}}{\sin 1''}$
$0^h 4'53''$	46.8
0 27	0.4
4 27	38.9
	m = 28.7
	$m\triangle\omega$ = 1.2.

$$\begin{aligned} \text{Es ist daher } \omega &= -\ 2°22'44.''1 \\ m\triangle\omega &= \quad 1.2 \\ \hline \Omega &= -\ 2\ 22\ 42.9 \\ A-B &= \quad 57\ 23\ 21.8 \\ \hline & -\ 59\ 46\ \ 4.7 \\ & \quad 180 \\ \hline \text{Azimut des Objectes} &= 120°13'55.''3. \end{aligned}$$

§. 3.

Wenn man mit keinem Theodoliten versehen ist, so kann man das Azimut eines Objectes auch mit einem Sextanten finden, indem man die Distanz $\triangle$ der Sonne von dem Objecte beobachtet, und dann daraus durch Rechnung die horizontale Distanz $\triangle'$ dieser beyden Gegenstände ableitet. Berechnet man zugleich für die Zeit der beobachteten Distanz das Azimut ω der Sonne, so wird die Summe oder Differenz der Größen ω und $\triangle'$ das gesuchte Azimut des Objectes seyn.

Ist nähmlich φ die Polhöhe, δ die Declination und t der bekannte Stundenwinkel der Sonne für die Zeit der Beobachtung, so findet man die Höhe h der Sonne, und ihr Azimut ω durch folgende Gleichungen

$$\mathrm{tg}x = \mathrm{Cos}t\,\mathrm{Cotg}\,\varphi,$$

$$\mathrm{Sin}h = \frac{\mathrm{Sin}\,\varphi}{\mathrm{Cos}x}\,\mathrm{Sin}\,(x+\delta)$$

$$\mathrm{Sin}\omega = \frac{\mathrm{Sin}t\,\mathrm{Cos}\delta}{\mathrm{Cos}h}.$$

Aus dieser berechneten wahren Höhe h der Sonne findet man die scheinbare Höhe

$$h' = h + \text{Refr.} - \text{Höhenparallaxe},$$

wo die Refraction wie Cap. III. §. 5. wieder durch einen doppelten Eingang in die Tafel VI gefunden wird. Heißt dann h'' die beobachtete Höhe des terrestrischen Objectes, (steht dieses unter dem Horizonte, so ist h'' negativ) so findet man die auf den Horizont reducirte Distanz $\triangle'$ aus folgender Gleichung

$$\mathrm{Sin}\,\frac{\triangle'}{2} = \sqrt{\frac{\mathrm{Sin}\,\frac{\triangle+h'-h''}{2}\,\mathrm{Sin}\,\frac{\triangle-h'+h''}{2}}{\mathrm{Cos}h'\,\mathrm{Cos}h''}}$$

Ex. Bey Marseille wurde die Distanz einer Thurmspitze von dem entfernten Sonnenrande $= 78°49'40''$ um $5^h\,36'48''2$ Uhrzeit beobachtet. Die Höhe der Thurmspitze war $h'' = 1°14'0''$

	78°49'40"		5^h 36'48."2
Collimationsf.	— 5 30	Corr. . . .	— 19 21.4.
	78 44 10	wahre Zeit =	5 17 26.8.
Halbm. ⊙ =	16 7		t = 79°21'42."0.
△ =	78 28 3.		

Die südliche Declination der Sonne war $\delta = -3°17'16''$, und die Polhöhe $\varphi = 43°7'2''$, also $x = 11°9'11.''9$, $h = 5°28'14''3$, und $\omega = 80°17'36''4$. Die Refraction für diese Höhe ist 8'57."5, und die Parallaxe 8"6, also scheinbare Höhe der Sonne $h' = 5°37'3''8$.

Mit diesen Werthen von Δ, h' und h'' gibt die letzte Gleichung

$$\Delta' = 78°33'\ 3''4$$
$$\omega = 80\ 17\ 36.4$$

gef. Azimut d. Thurms = $1\ 44\ 33.0.$

Bey diesen Beobachtungen des Azimuts muß man das Gestirn so nahe als möglich an dem Horizonte oder nur in kleinen Höhen beobachten, und besonders für eine genaue Zeitbestimmung Sorge tragen, da in unseren Breiten ein Fehler von einer Zeitsecunde in der Uhr schon einen Fehler von nahe 10 Raumsecunden im Azimut hervorbringt.

§. 4.

Ist das Azimut eines Objectes genau bekannt, so ist dadurch auch die Richtung der Mittagslinie des Beobachtungsortes gegeben.

Das sicherste Mittel zur Bestimmung dieser Mittagslinie ist immer das Mittagsrohr selbst, durch welches man den Punkt des Horizontes, welcher in dem Meridiane liegt, mit der größten Schärfe bestimmen, und durch ein eigenes Mittagszeichen bemerken kann. Beobachtet man dann aus dem Orte, welchen der Mittagspunkt des Mittagsrohres einnahm, mit einen Theodoliten die Winkel dieses Zeichens mit den anderen terrestrischen Objecten zu beyden Seiten desselben, so erhält man unmittelbar die Azimute dieser Objecte. — Man kann aber auch mit bloßen Sextanten die Richtung der Mittagslinie auf viele Meilen sehr genau durch folgendes Verfahren bestimmen. In einer willkührlichen Entfernung von dem Beobachtungsorte stellt man in der nur beynahe bekannten Richtung des Meridians zwey Signale auf, und beobachtet an jedem derselben Vor- und Nachmittags einige correspondirende Distanzen der Sonne von den Signalen und nimmt zugleich an demselben Tage die gewöhnlichen correspondirenden Höhen der Sonne nach Cap. I.,

durch welche letzten man die Uhrzeit T des wahren Mittags erhält. Das Mittel aus je zwey zusammengehörenden gleichen Distanzen desselben Signals gibt die Uhrzeit T′ des Mittags, die mit der Uhrzeit T des wahren Mittags offenbar nur dann zusammenfallen wird, wenn das Signal genau in dem Meridiane steht. Kennt man nun die Distanz d der beyden Signale und die Uhrzeiten T′ und T″ ihrer Mittage, so findet man daraus die Entfernung x des ersten Signals von dem Meridiane $x = d \frac{T - T''}{T' - T''}$, und die Entfernung y des zweyten Signals von dem Meridiane

$$y = d \,.\, \frac{T - T'}{T' - T''}.$$

Man muß aber bemerken, daß die Uhrzeiten T′ und T″ der Signale wegen der Aenderung der Declination der Sonne, so wie die correspondirenden Höhen selbst verbessert werden müssen. Nennt man p und p′ die Poldistanz der Sonne zur Zeit der ersten und letzten Beobachtung an jedem Signale, und s den Stundenwinkel der Sonne für die letzte Beobachtung, h die Höhe des Signals, und φ die Polhöhe, so muß zu dem unverbesserten Mittage der Signale noch die Correction

$$\frac{p' - p}{30}\left(\frac{\mathrm{Cotg}\,(\varphi + h)}{\mathrm{Sin}\,s} + \mathrm{Cotg}\,s\,\mathrm{Cotg}\,\frac{p' + p}{2}\right)$$

mit ihren Zeichen addirt werden.

So fand B. Zach in Seeberg den 7. April 1801

	Uhrzeit des verbesserten Mittags
I. Signal.	$T' = 11^h\, 55'\, 52''\, 31$
II. Signal.	$T'' = 11\ \ 56\ 48''\, 57$

Correspondirende Sonnenhöhen aber geben die wahre Uhrzeit des Mittags $T = 11^h\, 56'\, 52''\, 20$, woraus folgt, daß beyde Signale östlich von dem Meridian, und daß das zweyte

Signal dem Meridian am nächsten stand. Die Distanz beyder Signale von einander war aber $d = 68.6$ Zolle, also ist

$$x = -59.89 \left(\frac{68.6}{56.26}\right) = -73.''02 \text{ und}$$

$$y = -3.63 \left(\frac{68.6}{56.26}\right) = -4.''43$$

oder das erste Signal ist 73.02 und das zweyte 4.43 Zolle östlich von dem Meridiane entfernt, oder so viel müssen beyde westlich gerückt werden, um in dem Meridiane zu liegen.

Zur Prüfung ist $x - y = d$. Wiederhohlt man dann in den folgenden Tagen dasselbe Verfahren, indem man den Ort jener ersten Signale zum Beobachtungspunkte wählt, und in derselben Richtung wieder andere Signale aufstellt, so lassen sich auch diese auf dieselbe Art in den Meridian bringen, und so die Mittagslinie viele Meilen durch das ganze Land mit einer großen Genauigkeit fortführen.

§. 5.

Eine interessante Beobachtung ist auch die der **Schiefe der Ekliptik**. Man beobachtet mehrere Tage vor und nach dem Solstitium die mittägige Zenithdistanz z der Sonne auf die oben erklärte Weise. Ist dann φ die bekannte Polhöhe und e die bereits beynahe bekannte Schiefe der Ekliptik, und α die (aus den Ephemeriden genommene) mittägige Rectascension der Sonne für diesen Tag, so sey:

$$\vartheta = \text{tg}\,\frac{90-z}{2} \text{ und } dz = \vartheta^2 \,\text{Sin}\, 2\,e - \frac{\vartheta^2}{4}\,\text{Sin}\, 4\,e$$

$$+ \frac{\vartheta^6}{3}\,\text{Sin}\, 6\,e - \frac{\vartheta^{8'}}{4}\,\text{Sin}\, 8\,e + \text{ und man hat für die Zeit}$$

des Solstitiums im Sommer die wahre Schiefe der Ekliptik $e' = \varphi - z + dz$ und für das Wintersolstitium $e' = z + dz - \varphi$. Auf diese Weise erhält man so viele Werthe von e' als Beobachtungstage sind. Das Mittel aus allen gibt die gesuchte wahre Schiefe, zu welcher man noch die Nutation

— 8.″98 Cos ☊ ☾ mit ihren Zeichen setzt, um die mittlere Schiefe zu erhalten.

Im Jahre 1818 beobachtete ich mit einem dreyfüßigen Multiplicationskreis in Ofen folgende Zenithdistanzen des Mittelpunkts der Sonne, die schon durch ihre Stundenwinkel (Cap. I. S. 184) auf den Meridian reducirt, und von der Refraction und Parallaxe befreyt sind.

1818 Juny	19 …	z = 24°	2′	45.″	16
	20	24	1	51.	46
	24	24	2	25.	54

Nimmt man $e = 23° 27′ 55″$ so ist

$$dz = 5.17806\vartheta^2 - 5.01241\vartheta^4 + 4.63812\vartheta^6$$

wo die numerischen Coefficienten schon Logarithmen sind. Daraus erhält man für die Beobachtung des

19 Juny	dz = 1′ 27.″31	also	z — dz = 24° 1′ 17.″85
20	0 33. 91		1. 17. 55
24	1 8. 25		1. 17. 29

Im Mittel, Solstitialzenithdistanz der Sonne = z — dz = 24° 1′ 17.″56

Polhöhe φ = 47 29′ 12″ 50

wahre Schiefe e' = 23° 27′ 54.″94

Die Länge des aufsteigenden Mondknotens für den 22. Juny, den Tag des Solstitiums, beträgt 35° 58′ = ☊ ☾ also die mittlere Schiefe der Ekliptik

23° 27′ 54″ 94 — 8″98 Cos ☊ ☾ = 23° 27′ 47.″ 28

6. §.

Die zuweilen auf der Oberfläche der Sonne erscheinenden Flecken geben ein bequemes Mittel, die Zeit der Rotation der Sonne, und die Lage ihrer Rotationsaxe zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wird man zuerst die Differenz der Rectascension und der Declination des Fleckens und des Mittelpunktes der Sonne durch eine Beobachtung bestimmen, wozu sich besonders

das Kreismikrometer eignet. (III.S.65) Nennt man t die wahre Zeit zwischen den äußern Berührungen des Randes der Sonne und des Kreises der Mikrometers d. h. zwischen dem ersten und letzten Blick der Sonne in diesem Kreise, und t' die Zeit zwischen dem Ein- und Austritte des Fleckens, r den Halbmesser der Sonne, und r' den des Kreises, und endlich δ die Declination der Sonne, so suche man die Größen d und d'

aus $d^2 = (r + r')^2 - \left(\frac{15t}{2} \text{Cos } \delta\right)^2$

$$d'^2 = r'^2 - \left(\frac{15t'}{2} \text{Cos } \delta\right)^2$$

so ist $d' - d = d\delta$ die Differenz der Declination des Mittelpunktes der Sonne und des Fleckens, die Differenz $d\alpha$ der Rectascensionen dieser beyden Punkte aber ist der halbe Unterschied zwischen den Ein- und Austritten des Sonnenrandes und des Fleckens. Aus diesen Werthen von $d\alpha$ und $d\delta$ findet man dann die Differenzen $d\lambda$ der Länge und $\delta\beta$ der Breite des Fleckens und des Mittelpunktes der Sonne durch die Gleichungen

$$d\lambda = d\delta \text{ Sin } \pi + d\alpha \text{ Cos } \pi \text{ Cos } \delta$$
$$d\beta = d\delta \text{ Cos } \pi - d\alpha \text{ Sin } \pi \text{ Cos } \delta$$

wo π der Winkel des Breitenkreises der Sonne mit ihrem Declinationskreise ist.

Nennt man L die Länge der Erde, die immer gleich 180 + Länge der Sonne ist, und e die Schiefe der Ekliptik, so hat man $\text{tg } \pi = - \text{Cos L tg e}$.

Diese Größen $d\lambda$ und $d\beta$, verbunden mit der Länge und Breite der Sonne zur Zeit der Beobachtung geben unmittelbar die Länge λ und Breite β des Fleckens. Da die Breite der Sonne immer sehr nahe gleich Null ist, so ist $\beta = d\beta$. Diese Werthe von λ und β geben aber nur die von der Erde gesehene, oder die geocentrische Länge und Breite des Fleckens. Um daraus die von dem Mittelpunkte der Sonne gesehene, oder die heliocen-

trische Länge l und Breite b des Fleckens zu finden, hat man

$$\text{Sin } b = \frac{R}{r} \text{ Sin } \beta$$

$$\text{Sin } (L - l) = \frac{R \text{ Cos } \beta}{r \text{ Cos } b} \text{ Sin } (L - \lambda)$$

wo wieder r der bekannte scheinbare Halbmesser der Sonne und R die Entfernung der Erde von dem Mittelpunkte der Sonne ist. Auf diese Weise findet man also aus jeder beobachteten Differenz der Rectascension und Declination des Fleckens seine helcocentrische Länge l und Breite b, und damit die Gleichung

$$\text{Sin } b = x \text{ Cos } b \text{ Cos } l + y \text{ Cos } b \text{ Sin } l + z$$

in welcher die 3 Größen x y und z noch unbekannt sind. Einige Tage darauf gibt eine zweyte Beobachtung desselben Fleckens wieder seine heliocentrische Länge und Breite l′ b′ und dadurch die Gleichung

$$\text{Sin } b' = x \text{ Cos } b' \text{ Cos } l' + y \text{ Cos } b' \text{ Sin } l' + z$$

und eben so eine dritte Beobachtung desselben Fleckens

$$\text{Sin } b'' = x \text{ Cos } b'' \text{ Cos } l'' + y \text{ Cos } b'' \text{ Sin } l'' + z$$

und aus diesen 3 Gleichungen wird man die Werthe der drey unbekannten Größen x y z durch die gewöhnliche Elimination bestimmen können. (Vergl. II. S. 19) Nennt man dann n die Neigung der Rotationsaxe der Sonne gegen die Axe der Erdbahn, oder was dasselbe ist, die Neigung des Sonnenäquators gegen die Ebene der Ekliptik, und k die Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnenäquators in der Ekliptik, und endlich D die constante heliocentrische Declination des Fleckens, so ist

$$\text{tang. } n = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{tg } k = -\frac{x}{y}$$

$$\text{Sin } D = z \text{ Cos } n$$

und dadurch ist die Lage der Rotationsaxe der Sonne, so wie der Ort des Fleckens auf ihrer Oberfläche bestimmt. Sucht man dann noch die Zeit T, während welcher die Sonne sich um ihre Axe dreht, so sey ϑ die beobachtete Zwischenzeit zwischen der ersten und dritten Beobachtung und

$$\mathrm{Sin}\,\frac{m}{2} = \frac{\sqrt{2(1-\mathrm{Sin}b''\mathrm{Sin}b-\mathrm{Cos}b''\mathrm{Cos}b\mathrm{Cos}(l''-l))}}{2\,\mathrm{Cos}\,D}$$

so ist gesuchte Rotationszeit der Sonne

$$T = 360.\,\frac{\vartheta}{m}$$

Fünftes Capitel.

Finsternisse.

In dem Vorhergehenden haben wir die vorzüglichsten Gattungen der verschiedenen Beobachtungen erläutert, welche man mit den im ersten Theile dieses Buches beschriebenen Instrumenten anstellen kann. Es ist nur noch übrig, einige der interessantesten Berechnungen dieser Beobachtungen vorzutragen, und wir wählen unter diesen zuerst die Vorausbestimmung der Finsternisse, die keinesweges so schwer ist, als man wohl gewöhnlich glaubt. Um den Vortrag abzukürzen, wollen wir zuerst augemessene Zeichen festsetzen, deren wir uns durch dieses ganze Capitel bedienen werden. Es sey also a und d die wahre Rectascension und Declination des Mondes für irgend eine gegebene Zeit, und p m seine Horizontalparallaxe und sein Halbmesser, welche vier Größen man leicht aus den Ephemeriden findet, für die Sonne, oder bey Sternbedeckungen für den Fixstern seyen dieselben Größen nach der Ordnung α δ π und μ. Die stündlichen Veränderungen dieser

Größen endlich seyen da, dd, $d\alpha$ und $d\delta$. Ist die Declination südlich, so ist d oder δ negativ, und nimmt die nördliche Declination ab, oder die südliche zu, so ist dd oder $d\delta$ negativ.

Die Mondsfinsternisse unterscheiden sich wesentlich von den Sonnenfinsternissen oder den Sternbedeckungen, denn in jenen wird der Mond, wenn er in den Schatten der Erde tritt, seines von der Sonne geborgten Lichtes in der That beraubt, und daher wird der Anfang und das Ende der Mondfinsternisse auf allen Orten der Erde, von denen der Mond überhaupt sichtbar ist, zu gleicher Zeit gesehen; bey den Sonnenfinsternissen und Sternbedeckungen aber wird die Sonne oder der Stern seines Lichtes nicht beraubt, sondern dieses Licht wird durch den zwischen diese Körper und der Erde tretenden Mond nur unserm Anblicke entzogen, daher der Anfang und das Ende dieser Finsternisse von dem Orte des Beobachters auf der Erde, oder von der Parallaxe abhängt, und daher nicht für alle Beobachter zu derselben Zeit sichtbar seyn kann. Man sieht daraus, daß die Berechnung der Mondsfinsternisse viel einfacher seyn wird, als die der anderen, daher wir auch mit jenen den Anfang machen wollen.

§. 1.

Aus dem ersten Buche S. 85 ist klar, daß die Mondsfinsternisse nur zur Zeit der Opposition des Mondes, oder zur Zeit des Vollmondes statt haben, und daß überdieß, wegen der Neigung der Mondsbahn gegen die Ekliptik nicht bey jeder Opposition eine Mondfinsterniß statt hat. Um zu untersuchen, ob für einen gegebenen Vollmond eine Finsterniß statt hat, so sey β die Breite des Mondes zur Zeit der Opposition.

Man suche den Winkel u durch die Gleichung

$\text{Sin}\ u = \frac{\text{Sin}\ \beta}{\text{Sin}\ 5°8}$. Ist u kleiner als 9° 31′, so hat gewiß eine Finsterniß statt, ist u größer als 12° 4′ so hat keine statt; und ist endlich u zwischen diesen beyden Grenzen, so ist die Existenz der Finsterniß zweifelhaft, und man muß eine nähere Untersuchung anstellen, wie wir bald sehen werden.

Um die nähern Umstände einer Mondsfinsterniß zu berechnen, suche man zuerst aus den Ephemeriden die Zeit t der Opposition, daß heißt die Zeit, in welcher die Rectascension des Mondes und die der Sonne genau um 180° verschieden sind. Für diese Zeit t suche man also die Größen a d p m für den Mond, und $\alpha\ \delta\ \pi\ \mu$ für die Sonne, wo, wie gesagt, a = 180 + α seyn wird, und dadurch die Größen n, e, und h aus den folgenden Gleichungen

$$\text{tg}\ n = \frac{dd - d\delta}{(da - d\alpha)\ \text{Cos}\ \delta} \qquad e = (d - \delta)\ \text{Cos}\ n$$

$$h = \frac{\text{Sin}\ n}{dd - d\delta}$$

so hat man für die Zeit ϑ der Mitte der Finsterniß

$$\vartheta = t + (d - \delta)\ h\ \text{Sin}\ n$$

Ist dann $\text{Cos}\ \omega = \frac{e}{\frac{61}{60}(p + \pi - \mu) + m}$

so ist die Zeit des Anfangs und Endes der partiellen Finsterniß

$$\vartheta' = \vartheta \pm he\ \text{tg}\ \omega$$

Wird der Mond in dieser Finsterniß ganz bedeckt, und sucht man daher auch die Zeit dieser völligen Bedeckung, so sey

$$\text{Cos}\ \omega' = \frac{e}{\frac{61}{60}(p + \pi - \mu) - m}$$

und man hat für die Zeit ϑ'' des Anfangs und Endes der totalen Finsterniß

$$\vartheta'' = \vartheta \pm \text{h e tg}\,\omega'$$

wo in beyden Ausdrücken das eine Zeichen für den Anfang, das andere für das Ende der Finsterniß gehört. Endlich ist die größte Verfinsterung des Mondes $= \frac{61}{60}(p + \pi - \mu) + m - e$. Sollte in dem oben angegebenen zweifelhaften Falle gar keine partielle, oder doch keine totale Finsterniß statt haben, so ist entweder Cos ω oder Cos ω' größer als die Einheit, wodurch daher jener Zweifel entschieden wird.

Man kann noch bemerken, daß man statt den Rectascensionen und Declinationen der beyden Gestirne auch die Längen und Breiten derselben wählen kann, ohne daß dadurch die vorhergehenden Ausdrücke geändert werden. Hier ist dieses sogar bequemer, und dann bezeichnet also a α die Länge und d δ die Breite des Mondes und der Sonne, so wie da, dα, dd und dδ die stündlichen Bewegungen in Länge und Breite, wo für die Sonne immer $\delta = d\delta =$ Null ist.

Um das Vorhergehende auf ein Beyspiel anzuwenden, wollen wir die Mondfinsterniß des 3. Dec. 1797 berechnen. Aus den Ephemeriden findet man die mittlere Pariser Zeit der Opposition in Länge $t = 16^h\, 26'\, 12''\, 1$ und für diese Zeit die wahre Länge des Mondes $a = 72°\, 35'\, 31''\, 5$ und die wahre Breite des Mondes $d = -0°5'\, 8''8$ südlich, für die Sonne ist $\alpha = 252°\, 35'\, 31''\, 5$ und $\delta = 0$. Ferner ist

$$da = 35'\, 13''3 \qquad dd = 3'\, 15''\, 3 \text{ die Breite nimmt ab.}$$

$$d\alpha = 2\;\, 32\;\, 3 \quad \text{und} \quad p = 59'\, 10'' \qquad m = 16'6''2$$

$$da - d\alpha = 19\,61'' \qquad \pi = 8.''6 \qquad \mu = 16\,15.0$$

Daraus findet man

$$n = 5°\, 41'\, 15'',\ e = 307''\, 28 \quad \frac{1}{h} = 1969''0$$

Man hat daher mittl. Pariser Zeit der Opposition

$t =$	$16^h\ 26'\ 12''\ 1$
$(d-\delta)\ h \sin n =$	$55.''9$
Zeit der Mitte $\vartheta =$	16 27 8.0
$he\ tg\ \omega =$	1 49 4.9
Anf. der part. Finstern. $\vartheta' =$	14 38 3.1
Ende	18 16 12.9
$he\ tg\ \omega' =$	0 49 43.4
Anf. der total. Finstern. $\vartheta'' =$	15 37 24.6
Ende	17 16 54.4

und endlich die Größe der Finsterniß 0° 54′45″.6 oder da der Durchmesser des Mondes 32′ 12″ ist, so wird er nicht nur ganz verfinstert, sondern sein äußerster Rand senkt sich noch um 22′33″ in den Schatten der Erde ein.

Um die Erscheinungen einer Mondfinsterniß für alle Orte der Erde mit einem Blicke zu übersehen, bringe man den Meridian eines Globus, der $2^h\ 38'$ westlich von Paris ist, unter den fixen Meridian von Messing und stelle den Globus auf eine Polhöhe, die der Declination δ der Sonne gleich ist (hier ist $\delta = -22°\ 20'$ südlich, also muß der Nordpol um 22° 20′ unter den Horizont gestellt werden) so sieht der Punkt der Erde, welcher den höchsten Ort des Globus einnimmt, den Mond zur Zeit des Anfangs der Finsterniß in seinem Zenithe, und alle Orte, welche über den fixen Horizont des Globus sind, sehen den Anfang, während allen, die unter dem Horizonte sind, der Anfang unsichtbar ist. Bemerkt man den größten Kreis, in welchen der Horizont den Globus in dieser Lage schneidet, mit Kreide auf den Globus, und dreht man dann den Globus um seine Axe so, daß der Meridian, der $6^h\ 46'$ westlich von Paris ist, unter den Meridian von Messing komme, und bemerkt auch hier den Durchschnitt des Horizontes mit dem Globus, so werden die Theile der Erdoberfläche, welche den beyden größten Kreisen gemeinschaftlich zugehören, den Anfang

und das Ende, oder die Finsterniß während ihrer ganzen Dauer sehen, die andern Theile, die nur einem der beyden Kreise zugehören, werden nur einen Theil der Finsterniß nach dem Anfange oder vor dem Ende derselben, und zwar einen desto größern Theil sehen, je näher sie jenen beyden gemeinschaftlichen Theilen liegen; diejenigen endlich, welche außer diesen beyden Kreisen liegen, werden die Finsterniß gar nicht sehen, weil für sie zur Zeit der Finsterniß der Mond unter ihrem Horizonte ist.

§. 2.

Wenn man bey den Sonnenfinsternissen bloß auf die allgemeinen Erscheinungen derselben auf der Erde sieht, ohne Rücksicht auf irgend einen gegebenen Ort der Erde, so werden auch sie ganz nach denselben Ausdrücken berechnet, die so eben für die Mondfinsternisse gegeben wurden. Behält man nähmlich die Bezeichnungen von ad, da ... ungeändert bey, und nennt t die Zeit der Conjunction beyder Gestirne, wo $a = \alpha$ ist, so findet man die Werthe von n e h und ϑ durch die Ausdrücke des §. 1. Sucht man dann

$$\mathrm{Cos}\,\omega = \frac{e}{p-\pi+m+\mu} \qquad \mathrm{Cos}\,\omega' = \frac{e}{p-\pi},$$

$$\mathrm{Cos}\,\omega'' \;\frac{e}{p-\pi+m-\mu} \text{ und } \mathrm{Cos}\,\omega''' = \frac{e}{p-\pi-m+\mu},$$

so ist ϑ die Zeit der Mitte der Finsterniß

$\vartheta \pm$ het g ω = Anfang u. Ende d. partialen Finst.
$\vartheta \pm$ het g ω' = = = centralen =
$\vartheta \pm$ het g ω'' = = = totalen =
$\vartheta \pm$ het g ω''' = = = ringförmigen =

und endlich die Größe der Finsterniß

$$p-\pi+m+\mu-e,$$

und dadurch erhält man alle allgemeinen Erscheinungen

der Finsterniß auf der Oberfläche der Erde, ohne Rücksicht auf irgend einen bestimmten Ort dieser Oberfläche.

Um auch hier zuerst zu sehen, ob für einen gegebenen Neumond eine Sonnenfinsterniß statt habe, sey wieder β die Breite des Mondes zur Zeit t der Conjunction und

$\text{Sin}\,u = \frac{\text{Sin}\,\beta}{\text{Sin}\,5°8'}$. Ist dann u kleiner als 15°24', so hat gewiß eine, ist aber u größer als 18°22', so hat gewiß keine Finsterniß statt, ist endlich u zwischen diesen Gränzen, so ist wieder eine nähere Untersuchung nothwendig.

Ex. Für die große Sonnenfinsterniß des 7. Septembers 1820 hat man aus den Tafeln

wahre Z. Paris	Aufst. d. ☾ a	Decl. d. ☾ d	Aufst. d. ⊙ α	Decl. d. ⊙ δ
1^h	165°50'44"	6°55'2"	165°58' 4"	6° 0'31"
3^h	166 43 19	6 27 17	166 2 34	5 58 38

Horizontalparallaxe d. ☾ $p = 53'55.''5$ der ⊙ $\pi = 8.''7$

Halbmesser $m = 14\ 43.1$ $\mu = 15'54.''8$.

Um daraus die Zeit t der Conjunction zu finden, ist für

$$1^h \ldots ☾ - ⊙ = -0°\ 7'20''$$
$$3^h \ldots ☾ - ⊙ = +0\ 40\ 45''$$
$$\text{Differenz} = \quad 48\ 5$$

also $2^h : 48'5'' = x^h : 7'20''$; $x = 0^h.30502 = 0^h\,18'18''$
1

Pariser Zeit der Conjunction $t = 1^h\,18'18''$,

und für diese Zeit t ist

$$a = 165°58'45'' \qquad d = 6°50'48''$$
$$\alpha = 165\ 58\ 45'' \qquad \delta = 5\ 59\ 57''.$$

Die stündlichen Aenderungen dieser vier Größen aber sind

$$da = 26'17''5 \qquad dd = -13'52''5$$
$$d\alpha = 2\ 15.0 \qquad d\delta = -\ 56.5,$$

und damit erhält man nach den oben gegebenen Ausdrücken

$n = -28°24'$ $e = 2684''$

$\log h = 6.78741$ $\log he = 0.21619$

$(d-\delta) h \mathrm{Sin} n = 0^h.8895 = 0^h 53'22''$

$t = 1\ 18\ 18$

$\vartheta = 2\ 11\ 40$ Zeit der Mitte

$he \mathrm{tg} \omega = 2^h.6327 = 2^h 37'58''$

$\vartheta = 2\ 11\ 40$

23 33 42 Anfang) der part. Finst.
4 49 38 Ende)

$he \mathrm{tg} \omega' = 1^h.0985 = 1^h\ 5'55''$

$\vartheta = 2\ 11\ 40$

1 5 45 Anfang) d. centr. Finst.
3 17 35 Ende)

Größe der Finsterniß $p - \pi + m + \mu - e = 0°39'41''$.

§. 3.

Sucht man aber die Erscheinungen einer Sonnenfinsterniß, wie sie für einen gegebenen Ort der Oberfläche der Erde statt haben wird, so muß, wie oben bereits erinnert wurde, auf die Parallaxe des Mondes Rücksicht genommen werden. Da aber bey diesen Vorausbestimmungen einer Finsterniß selten eine große Genauigkeit gefordert wird, weil sie nur dienen sollen, den Beobachter derselben aufmerksam zu machen, daß er bey Zeiten an das Instrument trete, so wird folgende genäherte Methode immer hinreichen, den Anfang und das Ende einer Finsterniß bis auf eine oder zwey Minuten genau zu bestimmen.

Man suche für eine willkührliche wahre Zeit T des gegebenen Ortes, die der Conjunctionszeit nahe ist, die Werthe von a d und $\alpha\ \delta$. Die Größen p m und $\pi\ \mu$ kann man hier ohne merklichen Fehler für alle Orte als constant annehmen. Diese Zeit T gibt zugleich, wenn sie durch 15 multiplicirt

wird, den Stundenwinkel s der Sonne. Nennt man dann φ die Polhöhe des gegebenen Ortes, und sucht man die vier Größen ADf und g aus den Gleichungen

$$A = (a-\alpha)\,Cos\delta - (p-\pi)\,Cos\varphi Sin s$$
$$D = (d-\delta) - (p-\pi)\,(Sin\varphi Cos\delta - Cos\varphi Sin\delta Cos s)$$
$$f = (da-d\alpha)Cos\delta - 0.259(p-\pi)Cos\varphi Cos s$$
$$g = (dd-d\delta) - 0.259(p-\pi)Cos\varphi Sin\delta Sin s,$$

so erhält man den Werth von $\triangle T$ aus der Gleichung

$$(m+\mu)^2 = (A+f\triangle T)^2 + (D+g.\triangle T)^2.$$

Da diese Gleichung in Beziehung auf die unbekannte Größe $\triangle T$ des zweyten Grades ist, so gibt sie auch einen doppelten Werth von $\triangle T$ und dann ist $T+\triangle T$ die gesuchte Ortszeit des Anfanges und des Endes der Finsterniß, oder die Ortszeit der beyden äußeren Berührungen der Ränder der Sonne und des Mondes. Sucht man eben so die Zeit der beyden inneren Berührungen, so darf man nur in der letzten Gleichung $(m-\mu)^2$ statt $(m+\mu)^2$ setzen.

Ex. Für die Sonnenfinsterniß des 24. Junius 1797 hat die Conjunction nahe um $5^h\,35'$ mittlere Pariser Zeit statt. Suchen wir die Erscheinung dieser Finsterniß für Krakau, welche Stadt um $1^h\,10'$ östlich von Paris liegt, und die Polhöhe $50°3'$ hat. Aus den Ephemeriden findet man für $T = 6^h\,45'$ mittlere Zeit Krakau

$$a = 94°29'44'' \qquad \alpha = 93°50'50''$$
$$d = 24\;27\;\;6 \qquad \delta = 23\;25\;\;9$$
$$da = 41'.230 \qquad d\alpha = 2'.600$$
$$dd = 2.198 \qquad d\delta = -0.067$$
$$m = 16.70 \qquad \mu = 15.'76$$
$$p = 60.'72 \qquad \pi = 0'8.''6,$$

woraus man findet

$$A = -2.873,\; D = 16.42,\; f = 37.144,\; g = -1.721,$$

und daher die letzte Gleichung

$$(32.46)^2 = (-2.873 + 37.144 \triangle T)^2 + (16.42 - 1.721 \triangle T)^2$$

und diese Gleichung gibt für $\triangle T$ die zwey Werthe

$$\begin{array}{rlll} \triangle T = & 0^h\,51'0'' & & -\,0^h\,39'30'' \\ T = & 6\;\;45\;0'' & & \;\;6\;\;45\;\;0 \\ \hline & 7\;\;36\;0 & & \;\;6\;\;\;5\;30 \end{array}$$

oder der Anfang der Finsterniß wird in Krakau um $6^h\,5'30''$, und das Ende um $7^h\,36'0''$ mittlere Zeit Krakaus gesehen, was auch mit den Beobachtungen dieser Finsterniß bis auf eine Minute übereinstimmt.

Wollte man zur Uebung eben so die Sonnenfinsterniß des 7. Septembers 1820 berechnen, von welcher wir oben die Elemente gegeben haben, so würde man folgende wahre Ortszeiten finden

	Anfang	Ende
Wien	$1^h\,57'$	$4^h\,39'$
Berlin	1 32′	4 16′
Göttingen	1 16′	4 2′
Königsberg	2 5′	4 41′

§. 4.

Um endlich auch den Weg des Mondschattens auf der Oberfläche der Erde während der ganzen Dauer der Finsterniß anzugeben, und dadurch die allgemeinen Erscheinungen der Finsterniß auf einer geographischen Karte zu verzeichnen, wird man folgende Aufgabe aufzulösen haben. Für jede gegebene Pariser Zeit den Ort der Erde suchen, der zu dieser Zeit eine gegebene Distanz $\triangle$ der Mittelpunkte beyder Gestirne sieht. Um diese Aufgabe für viele Orte aufzulösen, wird man zuerst eine kleine Tafel entwerfen, welche für den Anfang einer jeden Stunde (Pariser Zeit) während der ganzen Dauer der Finsterniß die Werthe von y und z durch die Gleichungen gibt

$$y = \frac{\mathrm{Cos}\,d\,\mathrm{Sin}(a-\alpha)}{\mathrm{Sin}\,p},\quad z = \frac{\mathrm{Sin}(d-\delta)+2\,\mathrm{Cos}\,d\,\mathrm{Sin}\,\delta\,\mathrm{Sin}^2\frac{a-\alpha}{2}}{\mathrm{Sin}\,p},$$

Diese Tafel vorausgesetzt, sey nun für jede gegebene Distanz Δ der Mittelpunkte

$$Y = y \pm \frac{\Delta}{p}\mathrm{Sin}\,n \text{ und } Z = z \pm \frac{\Delta\,\mathrm{Cos}\,n}{p\,\mathrm{Cos}\,\delta},$$

wo n wie im §. 1. durch die Gleichung $\mathrm{tg}\,n = \frac{dd - d\delta}{(da - d\alpha)\mathrm{Cos}\,\delta}$ bestimmt wird.

Kennt man so Y und Z, so findet man die Polhöhe φ des gesuchten Ortes durch

$$\mathrm{Sin}\,\varphi = Z\,\mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Sin}\,\delta.\sqrt{1 - Y^2 - Z^2},$$

und den Stundenwinkel s der Sonne durch

$$\mathrm{Sin}\,s = \frac{Y}{\mathrm{Cos}\,\varphi},$$

und da s zugleich die wahre Ortszeit des gesuchten Ortes ist, so ist die Differenz von s und von der anfangs gegebenen Pariser Zeit zugleich die Länge des gesuchten Ortes von Paris.

Setzt man z. B. in den vorhergehenden Ausdrücken $\Delta = 0$, so erhält man alle die Orte, welche für eine gegebene Pariser Zeit eine centrale Finsterniß sehen. Setzt man aber $\Delta = \mu + m$ oder $\Delta = \mu - m$, so erhalt man alle die Orte, welche für eine gegebene Pariser Zeit die äußere oder innere Berührung der Ränder sehen, und welche daher an der Gränze des Schattenweges liegen, den der Mond auf der Oberfläche der Erde beschreibt. Das obere Zeichen von y und z gehört für die nördliche, das untere für die südliche Gränze dieses Schattenweges.

Wenden wir dieß auf die Finsterniß des 7. Septembers 1820 an, so ist für sie im Mittel $\delta = 6°20'$, $p = 3235''$,

$m = 883''$, $\mu = 955''$ und $n = 28°26'$. Mit den oben gegebenen Werthen von $\alpha \alpha d \delta$ und ihren stündlichen Aenderungen ist die erwähnte Tafel

wahre Pariser Zeit	y	z
11ʰ	— 1.0214	1.4902
12	— 0.5781	1.2508
1	— 0.1350	1.0113
2	0.3081	0.7716
3	0.7509	0.5318
4	1.1936	0.2920
5	1.6359	0.0520.

Suchen wir z. B. die Orte, welche für die Pariser Zeit $t = 2^h\ 15'$ eine centrale Finsterniß, oder die innere oder die äußere Berührung der Ränder sehen. Für diese Zeit ist $y = 0.4188$ und $z = 0.7117$, für die centrale Finsterniß ist $\Delta = 0$, also $Y = y$, $Z = z$, und daher

$$\text{Sin}\varphi = z\text{Cos}\delta + \text{Sin}\delta . \sqrt{1 - y^2 - z^2}$$

$$\text{Sin}s = \frac{y}{\text{Cos}\varphi}.$$

$$\begin{aligned} \text{Es ist aber } z\text{Cos}\delta &= 0.70736 \\ \text{Sin}\delta . \sqrt{1-y^2-z^2} &= 0.06221 \\ \hline \text{Sin}\varphi &= 0.76957 = 50°19' = \varphi. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{also auch } s &= 40°59' = 2^h\ 43'56'' \text{ Ortszeit} \\ t &= 2\ \ 15\ \ 0 \text{ Pariser Zeit} \\ \hline \lambda = s - t &= 0^h\ 28'56'' \text{ östliche Länge des Ortes,} \end{aligned}$$

oder der Ort, dessen Breite $\varphi = 50°19'$, und dessen östliche Länge von Paris $\lambda = 0^h\ 28'56''$ ist, sieht um $s = 2^h\ 43'56''$ wahre Zeit seines Ortes eine centrale Finsterniß.

Für die innere Berührung ist $\Delta = \mu - m = 72''$ also $\frac{\Delta \text{Sin} n}{\text{Sin} p} = 0{,}0106$, $\frac{\Delta \text{Cos} n}{p} = 0.0196$, und daher für

die nördliche Gränze des vollen Schattens

$$Y = y + \frac{\Delta \mathrm{Sin} n}{p} = 0.4294,\quad Z = z + \frac{\Delta \mathrm{Cos} n}{p} = 0.7313$$

$$\begin{aligned} Z \mathrm{Cos} \delta &= 0.72685 \\ \mathrm{Sin} \delta \sqrt{1 - Y^2 - Z^2} &= 0.05845 \\ \hline \mathrm{Sin} \varphi &= 0.78530 \\ \varphi &= 51^\circ 45' \\ s &= 43^\circ 25' = 2^h\, 33' 40'' \\ t &= 2\ \ 15 \\ \hline \lambda &= 0\ \ 38\ 40, \end{aligned}$$

oder der Ort, dessen Breite $51^\circ 45'$, und dessen östliche Länge $0^h\, 38' 40''$ ist, sieht um $2^h\, 53' 40''$ seines Ortes die innere Berührung der südlichen Ränder. Eben so ist

$$Y = y - \frac{\Delta \mathrm{Sin} n}{p} = 0.4082,\quad Z = z - \frac{\Delta \mathrm{Cos} n}{p} = 0.6921,$$

also $\varphi = 48^\circ 54'$, $s = 38^\circ 23' = 2^h\, 33' 32''$

$$\begin{aligned} t &= 2\ \ 15 \\ \hline \lambda &= 0\ \ 18\ 32, \end{aligned}$$

oder der Ort, dessen Breite $48^\circ 54'$ und dessen östliche Länge $0^h\, 18' 32''$ ist, sieht um $2^h\, 33' 32''$ die innere Berührung der nördlichen Ränder, oder er liegt an der südlichen Gränze des vollen Schattens, während der vorletzte an der nördlichen Gränze des vollen Schattens liegt.

Setzt man aber $\Delta = \mu + m$ so erhält man die 2 Orte, welche für $2^h\ 15'$ Par. Zeit in der nördlich und südlichen Gränze des Halbschattens liegen, oder welche bloß eine äußere Berührung der Ränder sehen. Für $\Delta = \frac{\mu + m}{2}$ erhält man die Orte, welche für dieselbe Zeit die Sonne eben halb verfinstert sehen u. s. w.

Sucht man so für mehrere auf einander folgende Pa=

riser Zeiten $2^h\,0'$, $2^h\,5'$, $2^h\,10'$... die Orte, welche eine centrale Finsterniß sehen, indem man in den obigen Ausdrücken $\Delta = 0$ setzt; und für dieselben Zeiten die Orte, welche eine nördliche oder südliche innere Berührung der Ränder sehen, indem man $\Delta = \mu - m$ setzt u. s. w. bemerkt man dann alle diese Punkte auf einer geographischen Karte, und verbindet endlich die zusammengehörenden Punkte durch eine krumme Linie, so erhält man den Weg, welchen der Mittelpunkt des Mondschattens, und welchen die äußersten Gränzen des vollen und des Halbschattens auf der Oberfläche der Erde beschreiben.

Um sich endlich auch hier diese Erscheinungen einer Sonnenfinsterniß auf der Erde durch einen Globus zu versinnlichen, sey R (z. B. R = 12 Zoll) der Halbmesser des Globus und $R\frac{(\mu - m)}{p}$ der Halbmesser eines Kreises, den man sich von Messing oder Papier ausgeschnitten hat. Wir wollen voraussetzen, daß man aus der ersten und leichtesten der vorhergehenden Rechnungen bereits mehrere Orte der Erde kennt, welche für eine gegebene Pariser Zeit eine centrale Finsterniß sehen, oder daß man den Weg des Mittelpunktes des Mondschattens auf der Erde kennt. — Man lege nun über den Globus ein Lineal in eine horizontale Lage, und auf das Lineal jenen Kreis. Ist nun A der Ort des Globus, der für eine gegebene Pariser Zeit die Sonne in seinem Zenithe hat, und B der aus den vorhergehenden Rechnungen bereits bekannte Ort des Globus, der für dieselbe Pariser Zeit eine centrale Finsterniß sieht, so stelle man den Globus so, daß A den höchsten Punkt desselben einnimmt, und bewege dann für diese Lage des Globus den Kreis auf seinem inneren horizontalen Liniale so, daß der Mittelpunkt des Kreises senkrecht über dem Punkte B steht. Denkt man sich von allen Punkten der Peripherie dieses Kreises gerade Linien, welche

auf der Ebene dieses Kreises senkrecht stehen, so werden diese unter dem Kreise auf dem Globus den Raum einschließen, der für diese Zeit von dem vollen Mondschatten bedeckt wird. Legt man dann das immer horizontale Lineal so, daß der Mittelpunkt des Kreises immer über den aufeinander folgenden Punkten B′ B″ B‴ ... senkrecht steht, die für gegebene Zeiten eine centrale Finsterniß sehen, und dreht man zugleich den Globus jedesmahl so, daß dessen höchster Punkt immer derjenige ist, welche zu derselben Zeit die Sonne in seinem Zenithe hat, so kann man auf diese Art den ganzen Weg des vollen Schattens und seine Gränzen auf dem Globus verzeichnen. Verbindet man mit diesem Kreise noch einen anderen mit ihm concentrischen Ring, dessen Halbmesser $R\left(\frac{\mu + m}{p}\right)$ ist, so hat man auch alle die Orte, welche an der nördlichen und südlichen Gränze des Halbschattens liegen und bloß die Berührung beyder Ränder der Sonne und des Mondes sehen.

Sechstes Capitel.

Berechnung der Planeten-Beobachtungen.

Wenn man die Rectascension und Declination eines Planeten beobachtet hat, so muß man diesen beobachteten Ort auch mit demjenigen vergleichen, welchen die Elemente oder die nach diesen Elementen entworfenen Tafeln dieses Planeten geben. Diese Vergleichung hat zum Zweck, die noch übrigen Fehler der Elemente kennen zu lernen, dadurch diese Elemente zu verbessern und so die eigentliche Theorie des Planeten zu vervollkommnen. Da diese Verbesserungen zu den wichtigsten Geschäften des praktischen Astronomen gehören,

so wollen wir das hier zu beobachtende Verfahren näher anzeigen und dabey die Kenntniß der sogenannten Planetentafeln als bereits bekannt voraussetzen, da sie in den Händen jedes Astronomen sind, und ihnen auch ihr Gebrauch gewöhnlich beygedruckt ist.

§. 1.

Diese Tafeln geben gewöhnlich die Orte der Planeten für den Meridian von Paris an, daher man zuerst die mittlere Ortszeit seiner Beobachtung in die mittlere Pariser Zeit T verwandelt. Für diese Zeit T sucht man aus den Sonnentafeln nach der ihnen beygefügten Anweisung die wahre Länge ☉ der Sonne, und ihre Entfernung R von der Erde. Da die Sonnentafeln die scheinbare Länge der Sonne geben, wie sie unmittelbar beobachtet wird, und da diese Länge wegen der constanten Aberration um die Größe 20″25 zu klein ist, so ist die für die Zeit T statt habende wahre, von der Aberration befreyte Länge der Erde

$$L = \odot + 180^\circ\, 0' 20'' 25$$

Eben so sucht man aus den Planetentafeln nach der ihnen beygefügten Anweisung das Argument u der Breite, und die Entfernung r des Planeten von der Sonne. Ist dann n die bekannte Neigung der Planetenbahn gegen die Ekliptik und k die Länge ihres aufsteigenden Knotens, so erhält man die aus der Sonne gesehene, oder die heliocentrische Länge l und Breite b des Planeten durch die Gleichungen. (I. S. 156)

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tg}(l-k) = \operatorname{Cos} n \operatorname{tg} u \\ \operatorname{Sin} b = \operatorname{Sin} n \operatorname{Sin} u \quad . \; . \; . \end{array}\right\} \text{I.}$$

und daraus endlich die von der Erde gesehene oder die geocentrische Länge λ und Breite β des Planeten durch die Gleichungen (I. S. 164.)

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}(\lambda - \tfrac{1}{2}(l+L)) &= \frac{r \operatorname{Cos} b + R}{r \operatorname{Cos} b - R} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(l-L) \\ \varrho' &= (r \operatorname{Cos} b + R) \frac{\operatorname{Sin} \tfrac{1}{2}(l-L)}{\operatorname{Sin}(\lambda - \tfrac{1}{2}(l+L))} \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{r \operatorname{Sin} b}{\varrho'} \end{aligned}\right\} \text{II.}$$

wo dann $\frac{\varrho'}{\operatorname{Cos} \beta}$ die Entfernung des Planeten von der Erde bezeichnet.

Diese Länge λ wird von dem mittleren, bloß durch die Präcession afficirten Frühlingspunkte gezählt. Um daher diese Länge von dem wahren gegenwärtigen Frühlingspunkte zu erhalten, muß man noch die Nutation der Länge, die gleich $-16''8 \operatorname{Sin} ☊ ☾$ ist, hinzufügen. Ferner wird dieser tabellarische Ort des Planeten noch durch die Aberration verändert. Ist $\Delta\lambda$ und $\Delta\beta$ die tägliche Aenderung von λ und β in Secunden ausgedrückt, so hat man für die scheinbare geocentrische Länge und Breite des Planeten

$$\lambda' = \lambda - 16''8 \operatorname{Sin} ☊ ☾ - 0.00576\, \varrho \Delta\lambda$$
$$\beta' = \beta - 0.00576\, \varrho \Delta\beta$$

wo $\Delta\lambda$ und $\Delta\beta$ negativ ist, wenn λ und β abnimmt. Mit dieser scheinbaren Länge und Breite $\lambda' \beta'$ soll nun die beobachtete Rectascension α und Declination δ verglichen werden. Dazu bemerke man, daß die beyden letzten Größen $\alpha\,\delta$ von den Astronomen gewöhnlich so angegeben werden, wie sie unmittelbar aus der Beobachtung folgen, indem sie dieselben bloß von der Wirkung der Refraction befreyen; diese Größen α und δ enthalten daher noch die Störungen, welche die Aberation, die Nutation und die Parallaxe hervorbringen. Die beyden ersten dieser Störungen können hier unberücksichtigt bleiben, weil wir schon bey den Größen λ' und β' darauf Rücksicht genommen haben. Die Wirkung der Parall-

are aber muß noch weggebracht werden. Nennt man ϑ die Sternzeit der Beobachtung durch die Multiplication von 15 auf Bogen gebracht, π die Horizontalparallaxe des Planeten, und φ die Polhöhe des Beobachtungsortes, und setzt man $\tang \psi = \frac{\tang \varphi}{\Cos (\alpha - \vartheta)}$, so erhält man die von der Parallaxe befreyte Rectascension α' und Declination δ' durch die Gleichungen (I. S. 72)

$$\alpha' = \alpha - \pi . \frac{\Cos \varphi \Sin (\alpha - \vartheta)}{\Cos \delta}$$

$$\delta' = \delta - \pi \frac{\Sin \varphi \Sin (\delta - \psi)}{\Sin \psi}$$

Ist die Beobachtung, wie gewöhnlich, im Meridian gemacht worden, so ist $\vartheta = \alpha$ also

$$\alpha' = \alpha$$
$$\delta' = \delta + \pi \Sin (\varphi - \delta)$$

Um nun die Vergleichung zwischen diesen Größen anstellen zu können, muß man noch entweder die tabellarische Länge und Breite $\lambda' \beta'$ auf Rectascension und Declination oder die beobachtete Rectascension und Declination $\alpha' \delta'$ auf Länge und Breite bringen. Wir wollen das letztere wählen, und dazu die Gleichungen brauchen, welche wir schon (I. S. 44) angeführt haben.

Die mittlere Schiefe der Ekliptik ist

$$23^{\circ} 27' 57.''0 - 0''.521 (T - 1800),$$

und dazu muß noch die Größe $9''.0 \Cos$ ☊ ☾ mit ihrem Zeichen addirt werden, um die gegenwärtige scheinbare, oder von der Nutation gestörte Schiefe zu erhalten. Setzt man also $e = 23^{\circ} 27' 57'' - 0''.521 (T - 1800) + 9''. 0 \Cos$ ☊ ☾ so findet man aus der beobachteten Rectascension und Declinatinn $\alpha' \delta'$ die gleichsam ebenfalls beobachtete Länge und Breite $\lambda'' \beta''$ durch die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} \text{tg } x = \text{Sin } \alpha' \text{Cotg } \delta' \\ \text{tg } \lambda'' = \text{tg } \alpha' \dfrac{\text{Sin } (e + x)}{\text{Sin } x} \\ \text{Sin } \beta'' = \text{Sin } \delta' \dfrac{\text{Cos } (e + x)}{\text{Cos } x} \end{array}\right\} \text{III.}$$

und diese beobachteten λ'' β'' sind es, welche mit den oben erhaltenen tabellarischen Größen λ' β' verglichen werden müssen, um die Correction der Tafeln

$d\lambda = \lambda'' - \lambda'$ in Länge und

$d\beta = \beta'' - \beta'$ in Breite zu erhalten.

Um das Vorhergehende auf ein Beyspiel anzuwenden, nehmen wir an, daß man 1810 den 30. März in Wien um $8^h 29' 16'' 4$ mittl. Zeit beobachtet habe
die Rectascension der Ceres $\alpha = 54° 16' 10'' 3$
Declination $\delta = 17 \quad 59 \quad 50.6$ nördl.
welche Beobachtungen also bloß von der Refraction befreyt sind. Da Wien $0^h 56' 10'' 0$ östlich von Paris liegt, so ist die mittlere Pariser Zeit der Beobachtung $T = 7^h 33' 6'' 4$ und für diese Zeit findet man aus den Sonnentafeln

die scheinbare Länge der Sonne	9°	26′	22.″ 6
	180	0	20. 2
wahre Länge der Erde L =	189°.	26	42. 8.

und die Entfernung der Erde von der Sonne R = 0.9996534.
Für dieselbe Zeit T findet man aus den Planetentafeln
Argument der Breite der Ceres $u = 350° 53' 39'' 7$
Entfernung der Ceres von der Sonne $r = 2.695299$
Die Neigung ihrer Bahn ist $n = 10° 37' 29'' 3$ und die Länge des aufsteigenden Knotens $k = 80° 53' 47.'' 6$ also nach (I.)

Heliocentrische Länge der Ceres $l = 71° 56' 40'' 1$
Heliocentrische Breite $b = -1° 40' 19'' 4$ südl.
und daher nach (II)

geocentrische Länge der Ceres $\lambda = 56^\circ\ 15'\ 1.''0$
geocentrische Breite $\beta = -\ 1\ 22\ 27.\ 8$
Entfernung der Ceres von d. Erde $\rho = \ 3.27890$
Die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn ist, aus den Ephemeriden, $\Omega = 195^\circ\ 10'$
Die tägliche Zunahme der geocentrischen Länge $\Delta\lambda = 353''$ und die tägliche Abnahme der südlichen Breite $\Delta\beta = -473.''$ Es ist daher

$\lambda = 56^\circ$	$15'$	$1.''$	0	$\beta = -1^\circ$	$22'$	$27.''$	8
Nutat.	+	4.	4	Aberr.	+	8.	9
Aberr.	−	6.	7	$\beta' = -1^\circ$	$22'$	$36.''$	7
$\lambda' = 56^\circ$	$14'$	$58''$	7				

Weiter ist die Horizontalparallaxe der Ceres $\pi = 2.''6$ und die Polhöhe $\varphi = 48^\circ\ 12'$ also $\pi \text{ Sin } (\varphi - \delta) = 1.''3$ und daher, da die Beobachtung im Meridian gemacht wurde

$$\alpha' = \alpha = 54^\circ\ 16'\ 10.''3$$
$$\delta' = \delta + \pi \text{ Sin } (\varphi - \delta) = 17^\circ\ 59'\ 51.''9$$

Für die Schiefe der Ekliptik aber hat man $23^\circ\ 27'.57.''0$
$-\ 0.''521\ (T - 1800) = - \quad 5.''3$
$+\ 9.''0 \text{ Cos } \Omega\,☽ = - \quad 8.''7$

scheinbare Schiefe $e = 23^\circ\ 27'\ 43''\ 0$

und mit diesen Werthen von $\alpha'\ \delta'\ e$ findet man aus (III)

$$x = 68^\circ\ 11'\ 18.''3$$

	$\lambda'' = 66\ 15\ 30.\ 9..$	$\beta'' = -1^\circ 22' 20.''5$	beob. Ort
Es war aber	$\lambda = 56\ 14\ 58.\ 7$	$1\ 22\ 36.\ 7$	tabl. Ort

also ist die)
Corr. der) in Länge $d\lambda = +32.''\ 2$ u. in B. $d\beta = +16.''2$
Tafeln)

§. 2.

Da aber die Elemente der neuen Planeten noch beträchtlicher Verbesserungen bedürfen, und daher die immer wieder=

hohlte Construction neuer Tafeln sehr zeitraubend wäre, so pflegt man für sie die Werthe von u und r unmittelbar aus den Elementen abzuleiten. Wir wollen daher noch zeigen, wie diese Ableitung vorgenommen wird.

Man sucht aus diesen Elementen zuerst für die Zeit der Beobachtung die mittlere Länge des Planeten, und zieht davon die Länge p seines Periphеliums ab; die Differenz ist die mittlere Anomalie m des Planeten. Ist dann ε die Excentricität der Bahn, so suche man ω und v aus den Gleichungen (I. S. 197)

$$m = \omega - \frac{\varepsilon}{\text{Sin} 1''} \text{Sin}\, \omega$$

$$\text{tg}\, \frac{v}{2} = \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \text{tg}\, \frac{\omega}{2},$$

wo v die wahre Anomalie des Planeten bezeichnet. Ist dann a die halbe große Axe der Planetenbahn, n die Neigung derselben gegen die Ekliptik, und k die Länge des aufsteigenden Knotens, so ist die Entfernung r des Planeten von der Sonne (I. S. 196)

$$r = \frac{a\,(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\, \text{Cos}\, v}$$

und das Argument u der Breite

$$u = v + p - k$$

und aus diesen beyden Größen u und r findet man dann wieder, wie im §. 1 die Größen l b und $\lambda\ \beta\ \rho$.

Um dieses auf das vorhergehende Beyspiel anzuwenden, hat man folgende Elemente der Ceres für den Anfang des Jahres 1809 und für den Meridian von Göttingen d. h. für den mittlern Mittag Göttingens am 31. Dec. des Jahres 1808.

Mittlere Länge	343°	2′	33.″	4
mittl. trop. Beweg. in 365 Tagen	78	9	46	9
in einem Tage	0	12	50	923
Länge des Periheliums	146	42	10.	7
Jährliche Bewegung des Perih.	+	2	1.	3
Excentricität			0.078485	
Jährliche Abnahme			0.0000058	
Halbe große Axe			2.767251	
Länge des aufsteigenden Knotens	80°	53′	45.″	7
Jährliche Bewegung		+	1.″	5
Neigung der Bahn	10°	37′	29.	9
Jährliche Abnahme			0.″	4

Da Göttingen $0^h 25' 49''$ westlich von Wien liegt, so ist die Götting. Zeit der Beobachtung $8^h 29' 16''$, $4 - 0^h 25' 49'' 0 = 8^h 3' 27'' 4$. Von dem Mittage des 31. Decembers 1808 bis zu dem Mittage des 31. Decembers 1809 sind 365 Tage verflossen, und von da bis zu dem 30. März $8^h 3' 27'' 4$ noch $89^t\ 8^h\ 3' 27.'' 4$, oder 89.33573 Tage.

Die mittl. trop. Beweg. d. Ceres in 365^t ist	78° 9′46.″9
in 89.33573	19 7 51.0
	97 17 37.9
Epoche für 1809 . . .	343 2 33.4
mittl. Länge für d. Zeit d. Beobachtung =	80°20′11.″3.
Länge d. Periheliums f. dieselbe Zeit =	146 44 41.7
mittl. Anomalie m =	293°35′29.″6

für dieselbe Zeit findet man aus den vorhergehenden Elementen

$$\varepsilon = 0.078478$$
$$n = 10°37'29.''3$$
$$k = 80\ 53\ 47.6$$

und dadurch findet man aus den vorhergehenden Gleichungen

$$\omega = 280^\circ 20' 56.''6$$
$$v = 285^\circ\ 2' 45.''6$$
$$r = 2.695299$$
$$u = v + p - k = 350^\circ 53' 39.''7$$ wie zuvor.

§. 3.

Auf dieselbe Art wird auch die geocentrische Länge und Breite eines Cometen aus seinen gegebenen Elementen berechnet. Setzen diese Elemente, wie gewöhnlich, eine parabolische Bahn des Cometen voraus, so findet man die wahre Anomalie v des Cometen für jede gegebene Zeit aus der Gleichung

$$t = \mu . q^{\frac{3}{2}} \left(3 \mathrm{tg} \frac{v}{2} + \mathrm{tg}^3 \frac{v}{2} \right)$$

wo q die gegebene kürzeste Distanz des Cometen oder die Entfernung des Periheliums von der Sonne, t die Anzahl Tage seit dem Durchgange des Cometen durch das Perihelium, und $\mu = 27.4039$ eine constante Größe ist. Um aus dieser Gleichung die Größe v bequem zu finden, suche man x und y aus

$$\mathrm{tg} x = \frac{2\mu . q^{\frac{3}{2}}}{t},\quad \mathrm{tg} y = \sqrt[3]{\mathrm{tg} \frac{x}{2}},$$ so ist

$$\mathrm{tg} \frac{v}{2} = 2 \mathrm{Cotg}\, 2y$$

Kennt man so die wahre Anomalie v, so hat man das Argument u der Breite und die Entfernung r des Cometen von der Sonne durch die Gleichungen

$$u = v + p - k$$
$$r = \frac{q}{\mathrm{Cos}^2 \frac{v}{2}},$$

wo, wie zuvor, p und k, die aus den Elementen bekannte Länge des Periheliums, und k die Länge des aufsteigenden

Knotens bezeichnet. Sind aber die Größen u und r bekannt, so findet man den heliocentrischen Ort l b und daraus den geocentrischen Ort λ β und ρ nach den Gleichungen (I) und (II) des §. 1.

Ex. Für den Cometen von 1807 hat man folgende parabolische Elemente:

Durchgang durch das Perihelium 1807, 20. September, $10^h\,7'30''$ mittlere Zeit Paris

Länge des Periheliums $= 274°55'10'' = p$
Kürzeste Distanz $= 0.674412 = q$
Länge des ☊ $= 264°27'28'' = k$
Neigung $= 61°59'44'' = n$
Bewegung direct.

Man suche den geocentrischen Ort des Cometen für den 15. October $6^h\,28'6''$ mittlere Zeit Paris. Die Differenz dieser Zeit und der Epoche ist $24^T\,20^h\,20'36''$, also $t = 24.^t\,84764$, und daher

$$x = 50°41'50''4$$
$$y = 37\;56\;17.9$$
$$v = 53\;25\;33\;8$$
$$p - k = 10\;\;27\;42.0$$

$u = v + p - k = 63\;53\;15.8$ und $r = 0.845202$
und daraus helioc. Länge d. Com. $l = 308°13'37''$
helioc. Breite $b = 52\;26\;51$

Für dieselbe Zeit ist aus den Sonnentafeln die wegen der Aberration schon verbesserte Länge der Erde
$L = 21°28'9''$, und deren Entfernung von der Sonne
$R = 0.996266$, also auch die

geoc. Länge d. Com. $\lambda = 231°39'45''$
geoc. Breite $\beta = 34\;20\;26$

Bringt man an diese Größen $\lambda\,\beta$ die Nutation der Länge und die Aberration der Länge und Breite wie §. 1.

an, verbessert man wie dort die beobachtete Rectascension und Declination des Cometen durch die Refraction und Parallaxe, und bringt sie mit der scheinbaren Schiefe auf Länge und Breite, so gibt die Differenz des beobachteten und des aus den Elementen berechneten Ortes die gesuchten Correctionen der parabolischen Elemente in geocentrischer Länge und Breite.

§. 4.

Diese Vergleichung des beobachteten Ortes der Planeten mit dem aus seinen Elementen berechneten, oder mit dem tabellarischen Orte desselben, wird besonders bey den Beobachtungen der Oppositionen der Planeten angewendet, welche für die Theorie derselben immer von vorzüglichem Werthe sind, weil die geocentrische Länge des Planeten in der Opposition gleich seiner heliocentrischen oder gleich derjenigen Länge ist, die man aus dem Mittelpunkte der Sonne oder aus dem Mittelpunkte der Bewegung aller Planeten beobachten würde. Um diese heliocentrische Länge mit der größten Genauigkeit zu erhalten, und überhaupt diese Beobachtungen dem eigentlichen Zwecke derselben, der Verbesserung der Tafeln, gemäß anzustellen, verfährt man auf folgende Art. Man befreyt die unmittelbar beobachtete Rectascension und Declination des Planeten von der Refraction und Parallaxe, und bringt sie mit der scheinbaren Schiefe auf geocentrische Länge und Breite. Für die Zeit der Beobachtung sucht man aus den Sonnentafeln die Länge ⊙ der Sonne, und daraus die Länge der Erde $L = \odot + 180°0'20.''25$, und aus den Planetentafeln die heliocentrische und geocentrische Länge und Breite nach §. 1. I. und II., und bringt an die letzten die Nutation der Länge und die Aberration der Länge und Breite an. Der Unterschied des beobachteten und des berechneten Ortes des Planeten gibt die Correction des Planeten in geocentrischer Länge und Breite, ganz wie

im §. 1. Diese Correctionen können aber wegen den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern selbst noch einer kleinen Verbesserung bedürfen. Um sie daher mit größerer Schärfe zu finden, beobachtet man mehrere Tage vor und nach der Opposition den Planeten, bestimmt jeden Tag die beyden Correctionen der Tafeln, und nimmt dann das Mittel aus allen Tagen, wodurch man also die Correction $d\lambda$ der Länge und $d\beta$ der Breite mit der größtmöglichen Genauigkeit erhält.

Aus diesen Beobachtungen selbst bemerkt man schon auf den ersten Blick, an welchem Tage die Opposition fällt. Man sucht daher für die zwey Tage, welche den Tag der Opposition zunächst einschließen, die geocentrische Länge und Breite der Tafeln, und verbessert sie durch die bereits bekannten Correctionen $d\lambda$ und $d\beta$. Für dieselben beyden Zeiten sucht man auch die wahre Länge der Erde, und daraus durch eine einfache Proportion erstens die genaue Zeit der Opposition und zweytens die geocentrische Länge und Breite für diese letzte Zeit.

Wenden wir das Vorhergehende auf folgende Beobachtungen der Pallas an:

1804 mittl. Z.	Mayland	beobacht. Rectasc.	beobacht. Declin.
August 27..	$11^h\,50'59''$	$333°42'44.''3$..	$+5°33'39.''1$
28	46 17	333 31 20.6	5 22 10.4
29	41 35	333 19 58.1	5 10 29.9
30	36 54	333 8 35.9	4 58 42.7
31	32 13	332 57 17.7	4 46 45.7

Diese Beobachtungen sind bloß von den Fehlern des Instrumentes und von der Refraction befreyt. Aus der ersten findet man, wenn man die Declination um die Höhenparallaxe $2.''4$ vergrößert, mit der scheinbaren Schiefe $23°27'55.''5$ die geocentrische Länge $337°42'29.''3$, und die geocentrische Breite $+15°19'50.''0$. Aus den Tafeln aber, oder aus den Elementen findet man, wenn man die aus ihnen berechnete

geocentrische Länge und Breite durch Aberration und Nutation auf scheinbare bringt, die scheinbare geocentrische Länge 337°35′5.″1 und Breite 15°22′6.″3, also gibt dieser Tag die Correction der Tafeln $d\lambda = +7'24''2$, und $d\beta = -2'16.''3$, und so findet man für alle fünf Tage

August	27	$\delta\lambda = +7'24''2$	$d\beta = -2'16.''3$
	28	7 27.7	2 11.8
	29	7 29.1	2 13.5
	30	7 29.9	2 13.9
	31	7 30.1	2 18.1
Im Mittel		$d\lambda = +7'28.''3$	$d\beta = -2'14.''7$

Da die Opposition den 30. August gegen 5^h fällt, so nehme man die bereits für den 29. August berechnete Länge 337°4′18.″5 und Breite 15°8′54.″8, verbessere die erste um $d\lambda = 7'28''3$, und die andere um $d\beta = -2'14.''7$, wodurch man erhält

	F	verbess. tabell. Länge	verbess. tabell. Breite	wahre Länge d. Erde ☉+180°0′20.″25
August	29 11ʰ 41′35″=t	337°11′46.″8.=λ	15° 6′40″1=β	336°18′54.″1=L
und eben so	= 30 11 36 54 =t′	336 56 22.2. =λ′	14 59 53.3 =β′	337 16 49.3 =L′
Differenz	23ʰ 55′19″	— 15′24.″6	— 6.46.8	+ 57.55.2

Ist daher $\vartheta = \frac{t'-t}{(L'-L)-(\lambda'-\lambda)}$; so ist die gesuchte Zeit T der Opposition

$$T = t + (\lambda - L)\vartheta \text{ oder } = t' - (L'-\lambda)\vartheta$$

also T = 30. August $4^h\,56'36''$

und für diese Zeit ist die verbesserte geocentrische oder heliocentrische Länge der Pallas

$$\lambda - (T-t)\frac{(\lambda'-\lambda)}{t'-t} = \lambda' + (t'-T)\frac{(\lambda'-\lambda)}{t'-t} = 337°0'40.''0$$

und die verbesserte geocentrische Breite derselben

$$\beta - (T-t)\frac{(\beta'-\beta)}{t'-t} = \beta' + (t'-T)\frac{(\beta'-\beta)}{t'-t} = 15°1'46.''8$$

Man hat daher als Endresultat aller Beobachtungen

Zeit der Opposition 30. August $4^h\,56'36$ mittl. Zeit Mailand

helioc. und geoc. Länge 337°0′40.″0

geoc. Breite + 15°1′46.″8

und um andere in den Stand zu setzen, die Berechnungen dieser Beobachtungen mit anderen Voraussetzungen zu prüfen oder zu wiederhohlen, pflegt man noch die, welche man selbst gebraucht hat, hinzusetzen. So wurde für die vorhergehenden Rechnungen angenommen

scheinbare Schiefe der Ekliptik	23°27′55.″5
Höhenparallaxe der Pallas	2.″4
Aberration der Länge	— 12.″4
Aberration der Breite	— 5.″2
Nutation der Länge	— 13.7

Durch das vorhergehende Verfahren findet man also die Fehler $d\lambda$ und $d\beta$ der Planetentafeln in geocentrischer Länge und Breite. Allein wenn man die Verbesserung der Tafeln sucht, und dieß ist, wie bereits erinnert wurde, der Zweck dieser Planetenbeobachtungen, so ist es nicht genug, ihren Fehler in geocentrischer Länge und Breite zu kennen, sondern man muß noch wissen, wie viel jedes der Elemente, nach welchen diese Tafeln construirt sind, geändert werden soll, um jene Fehler $d\lambda$, $d\beta$ verschwinden zu machen. Dieser Elemente jeder Planetentafel sind überhaupt sechs: (II. S. 187) erstens die Epoche oder die mittlere Länge Λ des Planeten für irgend eine gegebene Zeit; zweytens die große Axe der Bahn oder was davon (nach dem dritten Gesetze Keplers) abhängt, die mittlere tägliche Bewegung f; drittens die Länge p des Periheliums; viertens die Excentricität ε; fünftens die Länge k des aufsteigenden Knotens, und endlich sechstens die Neigung n der Bahn gegen die Ekliptik. Wir wollen die noch unbekannten Correctionen dieser Größen nach der Ordnung $d\Lambda$, df, dp, $d\varepsilon$, dk und dn nennen. Sey ferner l b die heliocentrische Länge und Breite und β die geocentrische Breite des Planeten zur Zeit der Beobachtung und m die mittlere Anomalie desselben von dem Perihelium gezählt (die gleich der mittleren Länge des Pla=

neten weniger der Länge des Periheliums ist) und setzt man der Kürze wegen $A = \frac{\text{Sin}\,\beta\ \text{Cos}\ n}{\text{Cos}\ b\ \text{tg}\ (l - k)}$ und t die Zeit die Anzahl der Tage, die seit der Epoche Λ verflossen sind, so hat man, wenn $d\lambda$ und $d\beta$ die vorhergehenden Bezeichnungen haben, für die Zeit der Opposition

$$d\lambda = \frac{2\text{tg}\,\beta\ \text{Cos}\ n}{\text{Sin}\ 2\ b}\Big\{ d\Lambda + t\,df - 2\varepsilon\,\text{Cos}\ m.\,dp + \frac{2\text{Sin}\ m.}{\text{Sin}\ 1''}\,d\varepsilon \Big\}$$

$$+ 2\ \frac{(\text{Cos}^2 b - \text{Cos}\ n)}{\text{Sin}\ 2\ b\ \text{Cotg}\ \beta}.\ dk - \text{tg}\,\beta\ \text{Cos}\,(l-k).\ dn$$

$$\text{und}\ d\beta = A.\Big\{ d\Lambda + t\,df - 2\,\varepsilon\,\text{Cos}\ m.\ dp$$

$$+ \frac{2\ \text{Sin}\ m}{\text{Sin}\ 1''}.\,d\varepsilon - dk + \frac{\text{tg}\ (l-k)}{\text{Sin}\ n}.\ dn \Big\}$$

und diese zwey Bedingungsgleichungen sind es, die für jede beobachtete Opposition entwickelt, und den obigen Resultaten beygefügt werden sollen.

In unserem Beyspiele ist $n = 34°\,38'$, $k = 172°\,28'$, $l = 337°\,1'$, $b = 14°\,30$, $\beta = 15°\,2'$, $p = 121°\,18'$ $\varepsilon = 0.24574$, $m = 215°\,40'$ und die Epoche der Anfang des Jahres 1803 also $t = 1804$ August $30 - 1803 = 607^{\text{Tage}}$, daher die obigen Bedingungsgleichungen

$$d\lambda = 0.91\ d\Lambda + 553\ df - 0.36\ dp - 0.000022\ d\varepsilon$$
$$+ 0.13\,k - 0.26\ dn$$

$$d\beta = -0.80\ d\Lambda - 484\ df - 0.32\ dp + 0.0000\,19\ d\varepsilon$$
$$+ 0.80\ dk + 0.39\ dn$$

wo $d\lambda = 448.''3$ und $d\beta = -134.''7$ ist.

Entwickelt man so für drey Oppositionen die ihnen entsprechenden sechs Bedingungsgleichungen, so wird man aus diesen Gleichungen durch Elimination die gesuchten sechs Correctionen $d\Lambda$, df, dp, $d\varepsilon$, dk und dn der Elemente bestimmen.

Siebentes Capitel.

Bestimmung der Elemente der Cometen aus geocentrischen Beobachtungen.

Der Elemente einer Bahn, das heißt, derjenigen Eigenschaften derselben, durch welche sie sich vor allen anderen Bahnen unterscheidet, sind überhaupt sechs: die Größe und Lage der Apsidenlinie, die Excentricität, die Neigung der Bahn, und ihre Knotenlinie gegen die Ekliptik, und endlich die Epoche, oder die mittlere Länge des Planeten oder Cometen für irgend eine gegebene Zeit, wobey nach den bekannten Gesetzen Keplers vorausgesetzt wird, daß alle diese Bahnen Ellipsen sind, in deren einem Brennpunkte die Sonne ist.

Wenn aber die Excentricität der Ellipse nahe gleich der halben großen Axe derselben; d. h. wenn die kleine Axe der Ellipse gegen die große sehr klein ist, so sieht man leicht, daß der Bogen einer solchen Ellipse, wenigstens in der Nähe der großen Axe, sehr nahe mit dem Bogen einer Parabel zusammen fällt, die denselben Brennpunkt mit der Ellipse, und dieselbe Entfernung des Scheitels von dem Brennpunkte hat. Da aber die meisten Cometen solche sehr excentrische Ellipsen beschreiben, und wir sie gewöhnlich erst dann sehen, wenn sie aus ihren großen Entfernungen zu uns herabsteigen, und sich dadurch der Sonne oder ihrem Perihelium nähern, so ist es erlaubt, die Berechnung der elliptischen Bahn, die weitläufiger ist, und mehr Kenntnisse erfordert, als hier vorausgesetzt werden können, dadurch abkürzen, daß man wenigstens in einer ersten Näherung die Bahn derselben als parabolisch voraussetzt. In der Parabel fällt aber das erste der oben genannten Elemente die Größe der

großen Axe, die hier unendlich wird, weg, daher hier nur fünf Elemente zu bestimmen übrig sind. Jede einzelne Beobachtung einer Rectascension oder einer Declination der Cometen gibt eine Gleichung, welche jene fünf unbekannten Größen enthält, so daß also aus fünf solchen Beobachtungen jene fünf unbekannten Größen im Allgemeinen bestimmt werden können. Da aber diese Größen in jenen Gleichungen auf eine sehr zusammengesetzte Art unter einander verwickelt enthalten sind, so würde es schwer, ja unmöglich seyn, diese Gleichungen auf dem gewöhnlichen Wege der Elimination aufzulösen, und man hat daher Abkürzungen und Hülfsmittel gesucht, welche jene Auflösung erleichtern, ohne ihrer Genauigkeit im Wesentlichen zu schaden. Eine der vorzüglichsten Methoden, die Elemente einer parabolischen Cometenbahn zu bestimmen, ist die, welche Olbers bekannt gemacht hat, und die wir daher auch hier, zwar ohne ihre Beweise, aber doch so mittheilen wollen, daß jeder, für welchen dieser schöne Gegenstand Interesse hat, jene Bestimmungen selbst vornehmen kann.

§. 1.

Um zuerst angemessene Bezeichnungen festzusetzen, nennen wir L die Länge der Erde für die Zeit t der ersten Beobachtung, R die Entfernung der Sonne von der Erde, $\lambda \beta$ die geocentrische, und l b die heliocentrische Länge und Breite des Cometen, und r dessen Entfernung von der Sonne, so wie δ die auf die Ekliptik reducirte Distanz des Cometen von der Erde, endlich v die heliocentrische Länge des Cometen in der Bahn, die immer gleich ist dem Argument der Breite plus der Länge des aufsteigenden Knotens; für die zweyte Beobachtung wollen wir dieselben Größen durch t′ L′ R′... λ′... und für eine dritte durch t″ L″ R″.... bezeichnen. Die gerade Linie, welche den Ort des Cometen in der ersten und dritten Beobachtung verbindet, oder die Sehne des Bo-

gens, welchen er in der Zeit $t''-t$ beschrieben hat, wollen wir k, die Länge des Periheliums ω, die Länge des aufsteigenden Knotens ☊, die Neigung der Bahn gegen die Ekliptik n, der Abstand des Periheliums von der Sonne q, und endlich die Zeit des Durchgangs des Cometen durch sein Perihelium T nennen. Dieses vorausgesetzt, läßt sich die Bestimmung einer parabolischen Cometenbahn auf folgende Entwickelungen zurückführen.

I. Man suche zuerst den Werth von m aus der Gleichung

$$m = \frac{t''-t'}{t'-t} \cdot \frac{\operatorname{tg}\beta' \operatorname{Sin}(L'-\lambda) - \operatorname{tg}\beta \operatorname{Sin}(L'-\lambda')}{\operatorname{tg}\beta'' \operatorname{Sin}(L'-\lambda') - \operatorname{tg}\beta' \operatorname{Sin}(L'-\lambda'')}$$

so hat man folgende vier Gleichungen

$$r^2 = R^2 + \delta^2 \operatorname{Sec}^2\beta + 2R\delta \operatorname{Cos}(L-\lambda)$$

$$r''^2 = R''^2 + m^2\delta^2 \operatorname{Sec}^2\beta'' + 2mR''\delta \operatorname{Cos}(L''-\lambda'')$$

$$\begin{aligned} k^2 = r^2 + r''^2 - 2m\delta^2 [\operatorname{Cos}(\lambda-\lambda'') + \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\beta''] & \\ - 2mR\delta \operatorname{Cos}(\lambda''-L) & \\ - 2R''\delta \operatorname{Cos}(\lambda-L'') & \\ - 2RR'' \operatorname{Cos}(L-L'') & \end{aligned}$$

$$6\mu(t''-t) = (r+r''+k)^{\frac{3}{2}} - (r+r''-k)^{\frac{3}{2}}$$

wo $\mu = 0.017202$ ist.

Diese vier Gleichungen enthalten bloß die vier unbekannten Größen $r\ r''\ \delta$ und k, und wir werden unten eine bequeme Methode zeigen, die Werthe dieser vier Größen zu bestimmen.

II. Kennt man so $r\ r''\ \delta$ und k, so findet man die heliocentrische Länge und Breite in der ersten und dritten Beobachtung, oder die Größen $l\,b$ und $l''\,b''$ durch die Gleichungen

$$r \cos b \cos (L - l) = \delta \cos (L - \lambda) + R \qquad r'' \cos b'' \cos (L'' - l'') = m \delta \cos (L'' - \lambda'') + R''$$
$$r \cos b \sin (L - \lambda) = \delta \sin (L - \lambda) \qquad r'' \cos b'' \sin (L'' - l'') = m \delta \sin (L'' - \lambda'')$$
$$r \sin b = \delta \operatorname{tg} \beta \qquad r'' \sin b'' = m \delta \operatorname{tg} \beta$$

Diese Gleichungen geben, wie man sieht, zugleich auch die Werthe von r und r'', und ihre Uebereinstimmung mit den in I gefundenen Werthen derselben zeigt, daß die Rechnung bis hierher richtig geführt worden ist.

III. Kennt man so den heliocentrischen Ort des Cometen, so findet man die Größen n ☊ und v v'' aus folgenden Gleichungen

$$\pm \operatorname{tg} b = \operatorname{tg} n \sin (l - \Omega) \qquad \frac{\operatorname{tg} (l - \Omega)}{\cos n} = \operatorname{tg} (v - \Omega)$$

$$\frac{\pm \operatorname{tg} b'' - \operatorname{tg} b \cos (l'' - l)}{\sin (l'' - l)} = \operatorname{tg} n \cos (l - \Omega) \ldots \frac{\operatorname{tg} (l'' - \Omega)}{\cos n} = \operatorname{tg} (v'' - \Omega)$$

Das untere Zeichen, wenn die Bewegung des Cometen retrograd d. h. wenn l'' kleiner als l ist. Uebrigens werden in den beyden letzten Gleichungen die Größen $v - \Omega$ und $v'' - \Omega$ in demselben Quadranten genommen, in welchem $l - \Omega$ und $l'' - \Omega$.

IV. Die Länge ω des Periheliums, und die Distanz q des Periheliums von der Sonne findet man durch die Ausdrücke

$$\frac{1}{\sqrt{q}} \operatorname{Cos} \frac{v-\omega}{2} = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{q}} \operatorname{Sin} \frac{v-\omega}{2} = \frac{\operatorname{Cotg} \frac{v''-v}{2}}{\sqrt{r}} - \frac{1}{\operatorname{Sin} \frac{v''-v}{2} \sqrt{r''}}$$

Nennt man nun v die Differenz der Größen v und ω in der ersten Beobachtung, so wie v'' die Differenz der Größen v'' und ω in der zweyten Beobachtung, diese Differenzen immer so genommen, daß v und v'' positiv ist, so erhält man ϑ und ϑ'' aus den Gleichungen

$$\vartheta = a.\, q^{\frac{3}{2}} \left(3 \operatorname{tg} \frac{v}{2} + \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2}\right)$$

$$\vartheta'' = a.\, q^{\frac{3}{2}} \left(3 \operatorname{tg} \frac{v''}{2} + \operatorname{tg}^3 \frac{v''}{2}\right) \text{ wo } \log a = 1.4378123,$$

und dann ist die Zeit T des Durchganges des Cometen durch sein Perihelium

$$T = t \mp \vartheta \text{ oder } T = t'' \mp \vartheta'',$$

das obere Zeichen, wenn bey directer Bewegung v oder v'' größer als ω, oder wenn bey retrograder Bewegung v oder v'' kleiner als ω ist. Die Uebereinstimmung beyder Werthe von T ist eine Bestätigung der ganzen Rechnung.

Die Größen t t' t'' und T sind in ganzen Tagen und deren Theilen zu nehmen, die Größen L L' L'' aber erhält man aus den Sonnentafeln, wenn man zu den wahren Längen der Sonne für die drey Beobachtungszeiten t t' t'' die Größe 180° 0' 20.'' 25 addirt.

§. 2.

Man sieht, daß die ganze früher für so schwer gehaltene Bestimmung der parabolischen Elemente einer Cometenbahn auf der einfachen Entwickelung einiger trigonometrischen Ausdrücke beruht, die selbst den in diesen Rechnungen noch

Ungeübten keine besonderen Schwierigkeiten darbiethen. Bloß die Bestimmung der vier Größen r r'' δ und k aus den Gleichungen in I. bedarf einer näheren Erläuterung.

Es sey $X = 0$ irgend eine Gleichung zwischen der unbekannten Größe x und mehreren anderen gegebenen Größen. Man soll den Werth von x bestimmen, der dieser Gleichung $X = 0$ genug thut. — Zu diesem Zwecke nehme man für x irgend einen willkührlichen Werth z. B. $x = a$ und substituire ihn in der gegebenen Gleichung. Da a nicht der wahre Werth von x ist, so wird er auch der gegebenen Gleichung nicht genug thun, oder er wird nicht $X = 0$ sondern z. B. $X = \alpha$ geben. Ein zweyter Werth von $x = a'$ gebe eben so $X = \alpha'$, so kann man also die Größen a a' als zwey Hypothesen, und die Größen α α' als die Fehler dieser Hypothesen ansehen, und nun läßt sich durch sehr einfache Betrachtungen zeigen, daß eine dritte Hypothese, in welcher man $x = a - \alpha \frac{(a - a')}{\alpha - \alpha'}$ annimmt, der Wahrheit näher liegen werde, als die beyden vorhergehenden. Man substituire also diesen letzten Werth von x in der gegebenen Gleichung, wodurch man sofort wieder den Fehler der dritten Hypothese erhält. Eine angemessene geringe Veränderung des letzten Werthes von x und eine vierte Hypothese wird den Fehler derselben geben, und aus den beyden letzten wird man durch die vorhergehende Gleichung einen der Wahrheit noch näheren Werth von x finden, und so das angezeigte Verfahren so weit fortsetzen, als man zu dem Zwecke, den man erreichen will, für nöthig erachtet. Durch diese einfache Methode wird man, wie man sieht, nicht bloß die unbekannte Größe einer einzigen Gleichung, sie mag wie immer gestaltet seyn, sondern selbst mehrere unbekannte Größen, aus eben so viel Gleichungen bestimmen können, da sich diese Gleichungen, wenn man alle unbekannten Größen weniger

einer eliminirt, als eine einzige Gleichung mit dieser letzten unbekannten Größe betrachten läßt. Es seyen z. B. die vier jenen in Nr. I. analogen Gleichungen gegeben

$$r^2 = 1.01011 - 1.21482\,\delta + 0.90869\,\delta^2$$
$$r''^2 = 1.01453 - 0.28854\,\delta + 1.10393\,\delta^2$$
$$k^2 = 0.01868 - 0.10954\,\delta + 0.49702\,\delta^2$$
$$\frac{\left(\frac{r + r'' + k}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r + r'' - k}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{0.0364912} = 8$$

Man suche die vier unbekannten Größen r r'' k und δ. Nehmen wir statt der 8 der letzten Gleichung die Größe T an, und setzen wir in einer ersten Hypothese $\delta = 0.5$ so erhält man $r = 0.80$, $r'' = 1.07$, $k = 0.297$ und daher aus der letzten Gleichung $T = 11.83$. Es sollte aber $T = 8$ seyn, also ist der Fehler dieser ersten Hypothese 3.83.

Sey für eine zweyte Hypothese $\delta = \frac{1}{3}$ so ist $r = 0.84$ $r'' = 1.02$, $k = 0.194$, $T = 7.79$ also der Fehler $= -0.21$. Wir haben daher

Hypothese.	Fehler.
$a = 0.5$	$\alpha = 3.83$
$a' = \frac{1}{3}$	$\alpha' = -0.21$

und daher den genäherten Werth von

$$\delta = a - \alpha\,\frac{(a - a')}{\alpha - \alpha'} = 0.345$$

Nehmen wir daher wieder an

$\delta = 0.345$	und $\delta = 0.350$
so ist	$r = 0.8344$
$r = 0.8362$	$r'' = 1.0241$
$r'' = 1.0229$	$k = 0.2030$
$k = 0.2001$	$T = 8.0410$
$T = 7.9271$	Fehler $= 0.0410$
Fehler $= -0.0729$	

Ist also wieder

$$a = 0.345 \qquad a' = 0.350$$
$$\alpha = -0.0729 \qquad \alpha' = 0.0410$$

also verbessertes $\delta = a - \alpha \frac{(a - a')}{\alpha - \alpha'} = 0.34820$

und dieser letzte Werth von $\delta = 0.34820$ gibt $r = 0.83503$, $r'' = 1.02367$, $k = 0.201988$ und $T = 8.00028$, bey welchem man, wenn man keine größere Genauigkeit fordert, stehen bleiben kann.

§. 3.

Von dem Cometen des Jahres 1799 hat man folgende drey Beobachtungen.

1799	mittl. Z. Paris	geoc. Länge	geoc. Breite
Aug. 30.	$11^h\ 9' 42''$	$\lambda = 125° 48' 39.''3$	$\beta = 41° 53' 52.''2$
Sept. 2.	10 36 8	$\lambda' = 132\ 53\ 48.5$	$\beta' = 45\ 54\ 48.1$
„ 4.	10 7 51	$\lambda'' = 138\ 36\ 31.2$	$\beta'' = 48\ 32\ 27.8$

Diese geocentrischen Längen und Breiten wurden aus den unmittelbar beobachteten Rectascensionen und Declinationen mit der scheinbaren Schiefe berechnet, nachdem sie bloß von der Refraction befreyet worden, denn die Correctionen der Aberration und der Parallaxe läßt man bey den ersten Bahnbestimmungen gewöhnlich weg, da sie wegen der noch unbekannten Entfernung des Cometen von der Erde ebenfalls unbekannt sind, und hier überhaupt nicht die äußerste Schärfe gefordert wird, daher man auch bey den Berechnungen sich mit den Logarithmen bis auf fünf Decimalstellen begnügt. Für die angezeigten Beobachtungszeiten erhält man aus den Sonnentafeln

wahre Länge der Erde

$$L = 337° 29' 8''7 \qquad R = 1.008722$$
$$L' = 340° 22\ 26.9 \qquad R' = 1.007999$$
$$L'' = 342° 17\ 47.8 \qquad R'' = 1.007485$$

und die Zwischenzeiten $t'' - t = 2.^{T}976690$ und $t'' - t' = 1.^{T}980350$.

I. Mit diesen Größen erhält man $m = 0.787752$ und jene vier Gleichungen

$$r^2 = 1.01752 - 1.71693\delta + 1.80493\delta^2$$
$$r''^2 = 1.01503 - 1.45724\delta + 1.41564\delta^2$$
$$k^2 = 0.00716 - 0.04739\delta + 0.08627\delta^2$$
$$135.84219 = \left(\frac{r+r''+k}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r+r''-k}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Wendet man darauf das so eben gezeigte Verfahren an, so findet man

$$\delta = 0.71469 \text{ und } r = 0.8440,\ r'' = 0.8346$$

II. Daraus folgt für den heliocentrischen Ort des Cometen

$$l = 20°37'40.''8 \qquad l'' = 6°45'39.''7$$
$$b = 49\ 26\ 25.1 \qquad b'' = 49\ 46\ 46.9$$

also der Comet rückgängig, da $l'' < l$.

III. $n = 49°51'7''9$ $\qquad \Omega = 100°51'53.''4$
$v - \Omega = 83°40'9.''6$ $\qquad v'' - \Omega = 92°38'55.''0$

IV. Daraus folgt

Länge des Periheliums $\omega = 4°32'8.''2$
und kürzeste Distanz $q = 0.83374$

$$\vartheta = 6.97118 = 6^{T}23^{h}\,18'30''$$
$$30.\ \text{August} = \quad 11\ \ 9\ 42$$
$$T = 6.\ \text{Sept.} \quad 10^{h}\,28'12''$$

Die gesuchten Elemente des Cometen sind daher

Zeit des Durchgangs durch das Perihelium 1799 Sept. 6.	$10^h\,28'12''$ mittl. Zeit Paris
Länge des Periheliums	$4°32'8.''2$
Kürzeste Distanz	0.83374
Länge des aufsteig. Knotens	$100°51'53''$
Neigung der Bahn	$49°51'8$

Bewegung retrograd.

Zur Prüfung des Ganzen kann man nun aus diesen Elementen für die Zeit der zweyten Beobachtung die geocentrische Länge und Breite nach Cap. VI. suchen, die mit der oben gegebenen beobachteten Länge λ' und β' nahe übereinstimmen muß.

§. 4.

Einfacher werden diese Ausdrücke, wenn man voraussetzt, daß die Bahn ein gegen die Ekliptik geneigter Kreis sey, dessen Mittelpunkt mit dem der Sonne zusammenfällt, eine Voraussetzung, die z. B. bey der Entdeckung des Uranus, und selbst wenn man bey den ersten Bestimmungen keine große Genauigkeit fordert, bey jenen der vier neuen Planeten statt hatte.

Man suche zuerst aus den zwey dieser Bestimmung zu Grunde zu legenden Beobachtungen die folgenden fünf constanten und von allen Hypothesen unabhängigen Größen AB, A'B' und C durch die Gleichungen

$$A = R \operatorname{Cos}\beta \operatorname{Cos}(L-\lambda), \quad B = \frac{2AR'}{R}$$

$$A' = R' \operatorname{Cos}\beta' \operatorname{Cos}(L'-\lambda'), \quad B' = \frac{2A'R}{R'}$$

$$\operatorname{tg}C = \frac{\operatorname{Cos}(\lambda-\lambda')}{\operatorname{tg}\beta}$$

Man nehme nun in einer ersten Hypothese irgend einen Werth für den gesuchten Halbmesser r des Kreises an, und berechne damit die Größen m, ρ, m', ρ' und k aus den Gleichungen

$$\operatorname{Sin}m = \sqrt{\frac{R^2 - A^2}{r}} \quad \operatorname{Sin}m' = \sqrt{\frac{R'^2 - A'^2}{r}}$$

$$\rho = r\operatorname{Cos}m - A \qquad \rho' = r\operatorname{Cos}m' - A'$$

$$k^2 = 2r^2 - 2\rho\rho' \operatorname{Sin}\beta \frac{\operatorname{Sin}(C+\beta')}{\operatorname{Cos}C} - B\rho - B'\rho' - 2RR' \operatorname{Cos}(L-L')$$

Dieß vorausgesetzt, soll der Ausdruck

$\frac{k}{2r} - \text{Sin}\,\frac{\mu t}{2r^{\frac{3}{2}}}$ gleich Null seyn, wenn jener erste Werth von r richtig gewählt war. Ist also dieser Ausdruck nicht $= 0$, sondern z. B. $= \alpha$, so wird man mit einem etwas veränderten Werthe r′ des Halbmessers die fünf letzten Gleichungen wiederhohlen, und dadurch

$$\frac{k}{2r} - \text{Sin}\,\frac{\mu t}{2r^{\frac{3}{2}}} = \alpha'$$

erhalten, so daß daher nach §. 3. der genäherte Werth des Halbmessers gleich

$$r - \alpha\,\frac{(r-r')}{\alpha-\alpha'}$$

seyn wird, und dieses Verfahren wird man so lange wiederhohlen, bis $\frac{k}{2r}$ nahe gleich Sin $\frac{\mu t}{2r^{\frac{3}{2}}}$ ist. In diesen Ausdrücken ist $\mu = 3548.''19$ und t die Zwischenzeit der Beobachtungen in Tagen ausgedrückt. Hat man so die Größen r, ρ und ρ' gefunden, so ist die Differenz der Argumente der Breite in den beyden Beobachtungen $= \mu t . a^{-\frac{3}{2}}$, und die tägliche Bewegung des Planeten in Secunden $= \mu . a^{-\frac{3}{2}}$. Die heliocentrischen Längen und Breiten l b findet man dann aus den Gleichungen

$$\text{Sin}\,b = \frac{\rho}{r}\,\text{Sin}\,\beta \text{ und } \text{Sin}\,(L-l) = \frac{\rho\,\text{Cos}\,\beta}{r\,\text{Cos}\,b}\,\text{Sin}\,(L-\lambda)$$

und daraus die Länge ☊ des aufsteigenden Knotens und die Neigung n der Bahn gegen die Ekliptik durch die Gleichungen III. §. 1. Wenden wir dieß auf die folgenden zwey Beobachtungen der Vesta an

1807 mittl. Z. Paris			
24. Apr.	$9^h\ 5'16.''5$	$\lambda = 147°\ 7'33.''2$	$\beta = 11°37'24.''1$
29 "	8 43 42.2	$\lambda' = 173\ 44\ 21.3$	$\beta' = 11\ 19\ 42.6$

Aus den Sonnentafeln erhält man für diese Zeiten

$$L = 213°42'55.''5 \qquad \log R = 0.002854$$
$$L' = 218\ 33\ 22.4 \qquad \log R' = 0.003424$$

Die Zwischenzeit der Beobachtungen ist $t = 4.98502$. Mit diesen Größen erhält man

$$\log A = 9.88070 \quad \log A' = 9.84575 \quad \text{u. } C = 78°22'35''$$
$$\log B = 0.14922 \quad \log B' = 0.17974$$

Nimmt man in einer ersten Hypothese $r = 2$ an, so findet man

$$m = 19°16'35'' \qquad m' = 21°13'42''$$
$$\log\rho = 0.05234 \qquad \log\rho' = 0.06567$$
$$k^2 = 0.003597$$

also
$$\log\frac{k}{2r} = 8.17593$$
$$\log\text{Sin}\frac{\mu t}{2r^{\frac{3}{2}}} = 8.18066$$
$$\text{Fehler } \alpha = 0.00475$$

Sey daher in einer zweyten Hypothese $r = 2.2$, so ist

$$m = 17°27'52'' \qquad m' = 19°13'6''$$
$$\log\rho = 0.12671 \qquad \log\rho' = 0.13873$$
$$k^2 = 0.0033423$$

und der Fehler dieser Hypothese $\alpha' = 0.000002$. Es ist daher der verbesserte Werth von $r = 2.200075$, und damit findet man $\log\rho = 0.12674$, $\log\rho' = 0.13875$, und die heliocentrischen Längen und Breiten

$$l = 191°12'39'' \qquad b = 7°2'34''$$
$$l'' = 192\ 43\ 39 \qquad b' = 7\ 3\ 33$$

und die Länge des Knotens $\Omega = 107°3'18''$, so wie die Neigung der Bahn $n = 7°4'45''$, und diese Neigung ist desto genauer, da der Planet nahe in der Mitte zwischen seinen beyden Knoten war, so wie aus derselben Ursache die Länge des Knotens weniger sicher bestimmt ist.

§. 5.

Noch einfacher endlich ist die Bestimmung der Bahn, wenn man sie als eine gerade Linie voraussetzt, eine Voraussetzung, die dann erlaubt seyn wird, wenn die zu Grunde gelegten Orte des Planeten oder Cometen einander sehr nahe liegen, und wenn man aus den ersten Beobachtungen desselben bloß eine erste rohe Bestimmung der Bahn sucht, etwa bloß um das Gestirn nach einigen trüben Tagen wieder leicht aufzufinden.

Man suche zuerst die Größen α A A′ A″ und B aus den folgenden Gleichungen, wo wir bey den drey unserer Bestimmung zu Grunde gelegten Beobachtungen die bisher gebrauchte Bezeichnung beybehalten.

$$\alpha = \mathrm{tg}\beta \mathrm{Sin}(\lambda'' - \lambda') - \mathrm{tg}\beta' \mathrm{Sin}(\lambda'' - \lambda) + \mathrm{tg}\beta'' \mathrm{Sin}(\lambda' - \lambda)$$
$$A = \mathrm{tg}\beta' \mathrm{Sin}(L - \lambda'') - \mathrm{tg}\beta'' \mathrm{Sin}(L - \lambda')$$
$$A' = \mathrm{tg}\beta' \mathrm{Sin}(L' - \lambda'') - \mathrm{tg}\beta'' \mathrm{Sin}(L' - \lambda')$$
$$A'' = \mathrm{tg}\beta' \mathrm{Sin}(L'' - \lambda'') - \mathrm{tg}\beta'' \mathrm{Sin}(L'' - \lambda')$$
$$B = \mathrm{tg}\beta \mathrm{Sin}(L' - \lambda') - \mathrm{tg}\beta' \mathrm{Sin}(L' - \lambda)$$

so erhält man sofort die auf die Ekliptik reduzirten Distanzen δ und δ'' des Cometen in der ersten und dritten Beobachtung durch die Gleichungen

$$\delta = \frac{t'' - t}{t'' - t'} \cdot \frac{A'R'}{\alpha} - \frac{t' - t}{t'' - t'} \cdot \frac{A''R''}{\alpha} - \frac{AR}{\alpha}$$
$$\delta'' = \delta \frac{t'' - t'}{t' - t} \cdot \frac{B}{A'}$$

Kennt man so die Größen δ δ'', so findet man die heliocentrischen Längen und Breiten l b, so wie die Entfernung r des Cometen von der Sonne in beyden Beobachtungen durch die Gleichungen

$$r \,\mathrm{Cos}\, b \,\mathrm{Cos}\, l = \delta \,\mathrm{Cos}\, \lambda + R \,\mathrm{Cos}\, L$$
$$r \,\mathrm{Cos}\, b \,\mathrm{Sin}\, l = \delta \,\mathrm{Sin}\, \lambda + R \,\mathrm{Sin}\, L$$
$$r \,\mathrm{Sin}\, b = \delta \,\mathrm{tg}\, \beta$$

und daraus wieder ☊ und n, wie in §. 1. Nr. III.

Um auch die Anwendung dieser Ausdrücke durch ein Beyspiel zu zeigen, wollen wir den beyden in §. 4. gegebenen Beobachtungen der Vesta noch folgende dritte hinzufügen:

1807 mittl. Z. Paris

4. May $8^h 22' 51.'' 2$ $\lambda'' = 173°33'33''$ $\beta'' = 11°0'39''$

$L'' = 223°23'15''$ $\log R'' = 0.003967$

Legen wir diese drey Beobachtungen zu Grunde, so haben wir für die Zwischenzeiten

$$t' - t = 4.98502$$
$$t'' - t = 9.97054$$
$$t'' - t' = 4.98552$$

und für die fünf constanten Größen

$$\log \alpha = 5.34247$$
$$\log A = 7.62140$$
$$\log A' = 7.65374$$
$$\log A'' = 7.68089$$
$$\log B = 7.67569$$

und daher

$$\log \delta = 0.16903$$
$$\log \delta'' = 0.19102,$$

woraus man auf die oben angezeigte Art

$\Omega = 99°0'13''$ und $n = 7°23'22''$ findet.

W i e n,

gedruckt bey Ferdinand Ullrich.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Register.

Die römischen Zahlen beziehen sich auf die Theile, die arabischen auf die Seiten.

Aberration der Fixsterne I. 131. Nähere Erklärung 134. 143. Analytische Ausdrücke 147.

Abirrung der Strahlen bey Fernröhren wegen der Kugelgestalt III. 50. Wegen der Farbenzerstreuung 51.

Ablenkung des Lothes durch Berge I. 358. 364.

Abplattung der Erde I. 51. 289. 369. Ihre Größe durch die Präcession 399. Abplattung Jupiters 369.

Achromatische Objective III. 51.

Aequator I. 7.

Aequinoctien I. 16.

Aequatorial, Beschreibung und Gebrauch III. 110.

Anomalie, mittlere, wahre, excentrische I. 198. Wie sie gefunden wird 196.

Antipoden I. 120.

Apsiden, wie sie bestimmt werden I. 176. 188. Ihre Störungen 310. II. 305.

Argument der Breite I. 156.

Atmosphäre, ihre Brechung des Lichtes I. 60. Höhe 61. Scheinbare Gestalt. 61. II. 52. Einfluß der Temperatur auf sie II. 53. Nutzen 54. Bestandtheile 56. Atmosphäre der Planeten I. 429. Höhe 429. Gestalt 430. Atmosphäre der Sonne 431. Der Satelliten 431. Ebbe und Fluth derselben 432.

Auf- und Untergang, ihre Bestimmung durch den Globus I. 35. Durch Rechnung 43.

Ausdehnung des Weltsystems II. 217. Des Sonnensystems 218. Versinnlichung derselben 223.

Axen, große, der Bahnen sind unveränderlich I. 297. 315. II. 308. Freye Axen der Körper I. 373. Unveränderliche Lage der Erdaxe 382. 401

Azimut I. 17. Wie es gefunden wird I. 44. III. 217. 221.

Barometer, zu Höhenbestimmungen I. 59. 70. III. 162. Tägliche Aenderungen 433.

Basis, zu Meridianmessungen I. 48.
Berge der Erde II. 42. Kälte auf ihren Gipfeln 53.
Bewegung, tägliche, der Erde I. 104.
Bleyloth, Berichtigung III. 79.
Bradley's Bestimmung der Parallaxe I. 128. 137. Der Aberration 138.
Breite der Gestirne I. 17. geographische 17. Wie sie gefunden wird 43. 54. 70. Breite der Planeten 156.
Breitengrade, auf der Erde I. 68.
Brillen III. 40.

Chronometer III. 25. 204.
Centralkräfte I. 206. Einfluß derselben 209.
Ceres, II. 101—106.
Clairaut, dessen Mondstheorie I. 279.
Chinesische Beobachtungen I. 403.
Cometen, Unterschied von Planeten I. 100. Anzahl II. 171. Gestalt 175. 177. Kern 176. Dunsthülle 176. Schweif 177. Ursache ihrer Gestalt 179. Frühere Meinungen über sie 182. Sind Körper des Sonnensystemes 185. Berechnungen derselben 186. Elemente 187. Wiederkehr 189. Parabolische Theorie 190. Halleys Comet 191. Hyperbolische Bahnen 193. Comet von 1680 II. 194. Von 1811 II. 195 von 1770 II. 197.
Störungen der Cometen 196. Sehr große Cometen 198. Ihr Einfluß auf uns 199. Folgen ihrer Annäherung 202. Ihres Zusammentreffens mit der Erde 203. Cometen von bekannter Wiederkehr 206—210. Wirkungen des Widerstandes, in welchem sie sich bewegen 209. Uranus ist der äußerste Planet 209. Beständigkeit ihrer Gestalt 210. Bewohner 212. 216. Ihr Schutz vor den Extremen der Temperatur. 214. Berechnung ihrer Beobachtungen III. 250.
Compensation der Uhren III. 16. 25.
Collimationsfehler der Sextanten III. 83. der Kreise 104.
Copernicus, dessen Planetensystem I. 155.
Culmination, ihre Bestimmung durch den Globus I. 35. Bestimmung des Ortes der Culmination 43.

Dämmerung, Bestimmung ihrer Dauer I. 60.
Dauer des Planetensystemes II. 295.
Declination I. 16.
Dichte, Bestimmnng derselben bey den Planeten I. 354. Absolute Dichte der Erde 357. 363. Die Dichte ist von der Sonnenparallaxe unabhängig 363.
Distanzen des Mondes zu Längenbestimmungen I. 57. III. 206.
Doppelsterne II. 243—250. Vorzüglichste derselben 244.

Dunkle Stellen am Himmel II. 264.
Dynameter III. 54.

Ebbe und Fluth, allgemeine Erscheinungen I. 414. Ursachen 417. Geschichte ihrer Theorie 426. Ebbe der Atmosphäre 432.
Ebene, feste, im Weltraum I. 308.
Ekliptik. Bestimmung ihrer Lage I. 13. durch Beobachtungen III. 224. Abnahme ihrer Schiefe 395. Perioden dieser Abnahme 397.
Elemente II. 187. Aufzählung der Elemente aller Planeten. II. 159—170. Correction derselben durch Beobachtungen III. 256.
Ellipse I. 183. Ihre Eigenschaften 185. Ihre Entstehung 209. Ihre große Wahrscheinlichkeit 215. Ihre analytische Bestimmung aus der gegebenen Kraft 239.
Elliptische Bewegung I. 167. 187.
Entfernung der Planeten, wie sie gefunden wird I. 172.
Ephemeriden, vorzüglichste I. 19. Ihr Gebrauch III. 128.
Epicykel I. 160. 162.
Erde. Ihre Größe und Gestalt I. 45. 290. II. 38. Meridianmessungen I. 46. Verfahren dabey 48. Ihre Abplattung 51. 109. 289. Gestalt ihrer Oberfläche 51. Ausmessungen der Erde 52. Beweise für ihre tägliche Rotation 103. Verminderung der Schwere durch Rotation 111. Beweise für ihre jährliche Bewegung 122. Geschwindigkeit dieser Bewegung 125. Aenderung der Excentricität ihrer Bahn 284. Ihr Einfluß auf den Mond 286. Bestimmung ihrer Größe, Abplattung und Entfernung aus der Mondtheorie 289—290. Ihre Masse 353. Homogenität derselben 369. 381. Ihre Dichte 357. Theorie der Gestalt der Erde 369. Entstehung ihrer Rotation 370. Hypothese über ihr Alter 379. Unveränderliche Lage ihrer Axe 382. Temperatur derselben 383. Höhe ihrer Atmosphäre 431. Jahres- und Tageszeiten 28. 144. II. 40. Ihr ursprünglicher Zustand II. 41. Gebirge, heiße Quellen 43. 45. Festland, Inseln und Meere 44. Kreislauf und Abnahme des Wassers 47. Tiefe, Farbe u. f. des Meeres. 48. Atmosphäre 52. Temperatur des Innern der Erde 68.
Excentricität, wie sie bestimmt wird I. 188. Ihre Störungen 311.

Faden, im Fernrohre, ihre Berichtigung und Gebrauch III. 70.
Fall, der Körper, Abweichung derselben von der Verticale I. 118. Gesetze des freyen Falls 219. Analytische Bestimmung 240. Anwendung für Uhren III. 5.
Federn, Eigenschaften ihrer Schwingungen III. 21.
Federuhren, ihre Construction III. 19.
Fernröhre, Vergrößerung und Lichtstärke II. 87. Construction III. 27. Astronomisches 40. Galileisches 43.

Finsternisse, Mittel zu Längenbestimmungen I. 56. III. 212. Mondsfinsternisse 85. Sonnenfinsternisse 87. Vorherbestimmung derselben. 92. III. 141. 228. Zu Längenbestimmungen III. 212.
Fixsterne, ihre Größe, Entfernung I. 101. II. 219. 225. Anzahl 228. Farben 250. Aenderungen 251. 256. Neue und verschwundene 253. Eigene Bewegung 255. Ihre Anzahl 268.
Fixsternsysteme II. 239.
Flächen, der Zeit proportional I. 179. 232. 236.
Flecken der Sonne II. 5. 12. Einfluß auf Witterung 16. Berechnung ihrer Beobachtungen 18 und III. 225.
Fluth, s. Ebbe.
Frühlingspunkt I. 16.

Geocentrischer Ort der Planeten I. 155. 157. Verwandlung in den heliocentrischen 157. 164.
Geographische Länge und Breite I. 54.
Geschwindigkeit der Erde und der übrigen Gestirne I. 105. Anfängliche, der Planeten 213. 240.
Gestalt der Planeten I. 365. Störungen derselben 367. Durch die Schwungkraft 368. Aenderung durch die Meere 379.
Globus, Gebrauch desselben I. 29. 34. Zur Astrognosie 38.
Goldene Zahl I. 91.
Größe des Weltsystems II. 217. Des Sonnensystems 218. Versinnlichung derselben 223.

Heliocentrischer Ort der Planeten I. 155. Umwandlung in den geocentrischen Ort 157. 164.
Hemmung der Uhren III. 8.
Herbstpunkt I. 16.
Himmel, dessen Gestalt I. 4. Tägliche Umdrehung 4. Gleichförmigkeit dieser Umdrehung 7.
Höhe der Sterne I. 17. Durch den Globus 36. Durch Rechnung 42.
Horizont I. 7.
Hyperbel I. 184. Wann sie entstehen 210.

Jahre, der Erde I. 18. 21. Aenderung der Länge desselben 393.
Jahreszeiten I. 28. 144.
Indier, Alter ihrer Planetentafeln I. 303. 405.
Isothermische Linien II. 66.
Juno, II. 101 — 106.
Jupiter, scheinbare Bewegung I. 97. Große Störungen durch Saturn 297. Aenderung der säculären Störungen 313. Größe, Entfernung II. 107. Masse und Dichte 109. Rotation und Abplattung 110.

Aequatorialstreifen 111. Wolken 112. Tages- und Jahreszeiten 122. Bewohner 123.
Jupiters Satelliten I. 97. Lehrten uns die Geschwindigkeit des Lichtes kennen 131. 320. II. 121. Ihre Störungen I. 315. 326. Scheinbare Ungleichheiten 327. Finsternisse 316. II. 117. 120. Mittel zu Längenbestimmungen I. 317. Verschiedene Revolutionen 318. Gleichheit der Revolution und Rotation 325 II. 118. Durch sie die Entfernung Jupiters finden I. 325. Bestimmung der jovicentrischen Länge 326. Lichtgleichung 329. 346. Wahre Ungleichheiten des ersten 331, des zweyten 333, des dritten 334, des vierten 335. Massen 336. Verhältnisse zwischen ihren Epochen und Bewegungen 321. 336. Elemente 347. Ihre Entdeckung II. 113. Lage der Bahnen, Entfernungen, Größen 114. Wie ihnen Jupiter erscheint 114. 125. Atmosphären 119. Sie geben ein Bild des Planetensystemes im Kleinen 315.

Kalender III. 133.
Kegelschnitte, ihre Entstehung und Eigenschaften I. 181. 239.
Kepler, berechnet Tycho's Beobachtungen I. 168. 177. 190. Dessen drey Gesetze 179. 187. 193. 238. Lebensumstände 228.
Knotenlinie I. 155. Ihre Störungen 305.
Kohlensäcke II. 264.
Kraft, I. 203. Central- und Tangentialkraft 204. Verhält sich, wie verkehrt das Quadrat der Entfernung 208. 234. 236.
Kreis, metaphysische Vorurtheile für denselben I. 167.
Die Planetenbahnen sind keine Kreise 175. 178. Wann er entsteht 213.
Kreise, Multiplications- und Meridiankreise, ihre Beschreibung und Gebrauch III. 97. 102.
Kreismicrometer III. 62. Dessen Gebrauch 66.
Kugel, Anziehung derselben auf entfernte Körper I. 367.

Länge der Sterne I. 17. Durch Rechnung finden 45. Geographische Länge 18. Mittel, sie zu bestimmen 55. 70. Länge der Planeten in der Bahn und in der Ekliptik 156. Bestimmuug der geogr. Länge durch Beobachtungen III. 201, durch Finsternisse III. 213.
Längengrade I. 68.
Libelle, Berichtigung III. 80.
Librationen des Mondes I. 291. 407.
Licht, Eigenschaften desselben I. 64. 67, aschgraues, des Mondes 82. Geschwindigkeit des Lichtes 135. 137. Emanations- und Vibrations-Hypothese II. 10. Schwächung durch den Aether 269.
Lichtstärke der Fernröhre III. 44.
Linsen, ihre Brechung des Lichts III. 32. Analyt. Ausdrücke 37.
Luftarten II. 51.

Magnet, im Innern der Erde II. 69. Magnetnadeln, ihre Erscheinungen 69.

Maße, verschiedene I. 69.

Massen, Schwierigkeit sie zu bestimmen I. 285. 312. Bestimmung der Massen der Planeten durch ihre Störungen 350, durch ihre Satelliten 351. 362. Masse der Erde 353. 363. Masse des Mondes aus der Präcession 399.

Mars, seine scheinbare Bewegung I. 96. Größe und Entfernung II. 95. Masse, Dichte, Phasen 96. Flecken, Rotation, Wolken 97. Eisfelder 98. Bestimmung der Sonnenparallaxe durch ihn 99, der elliptischen Bewegung der Planeten 100.

Mechanik, erste Grundsätze derselben I. 204. Analytische Ausdrücke 235.

Meere, II. 44 — 49.

Mercur, scheinbare Bewegung I. 93. 150. Größe, Entfernung II. 20. Hohe Berge 21. Atmosphäre, Beleuchtung 22. Durchgänge vor der Sonne 23.

Meridian, I. 7. Erster 18. Meridianmessung 46. 49. 109.

Meridianquadrant, Länge desselben I. 69.

Meteorsteine, ihr Ursprung I. 437.

Meton's Mondsperiode I. 90.

Micrometer bey Fernröhren III. 62. Fadenmicrometer 69.

Microscope III. 39. 46.

Milchstraße II. 232, ihre Gestalt 234.

Mittag I. 10.

Mittagslinie, wie sie durch Beobachtungen bestimmt wird III. 222.

Mittagsrohr, Beschreibung und Gebrauch III. 86.

Mond, seine eigene Bewegung I. 9. Einfluß auf uns 74. 82. 83. Revolution, Neigung u. f. 75. Gleichheit der Revolution und Rotation 75. 407. 408. 411. Neigung seines Aequators gegen seine Bahn und gegen die Ekliptik 76. 412. Phasen, Erklärung derselben 76. 80. Synodische Revolution 78. Mittel, die Entfernung der Erde von der Sonne zu finden 83. Mondsfinsternisse 85. Störungen des Mondes 260. 274. Evection 262. 272. Variation 262. 269. Jährliche Gleichung 263. 270. Störungen der Geschwindigkeit 262. 268, der Excentricität 271, viele andere kleine Störungen 273. Neuere Mondstafeln 274. Der Mond wird durch die Schwere der Erde bewegt 221. Bewegung der Knoten 275, der Neigung 276, des Perigäums 277. Clairaut's Irrthum 278, säculäre Gleichungen der mittleren Bewegung 280, der Apsiden und Knoten 283, der Rotation 412, Librationen 291. 407. 410. 411. Störungen der Rotation 293. Bestimmung seiner Masse 399. Doppelte Abplattung des Mondes 410. Dimensionen seiner Axen 410. Einfluß auf die Witterung 433. Meteorsteine 437. Größe, Entfernung II. 71. Wie diese Entfernung bestimmt wird 73. Wie die Masse und

Dichte des Mondes bestimmt wird II. 76. 79. Berge, ihre Gestalt und Rahmen 80. Höhe 81. Bergadern und Ringgebirge 81. 83. Vortheilhafte Zeit ihrer Beobachtung 82. Mangel an Luft und Wasser 85. 88. Tages- und Jahreszeiten 89. Erscheinung des Himmels von dem Monde 90. Bewohner des Mondes 91. Mondsculminationen und Mondsdistanzen zu Längenbestimmungen III. 205. 206.

Nachtgleichen I. 16.
Nadir I. 7.
Nebelflecke II. 236. Verschiedenheit und Entfernung derselben 237. Aufzählung der vorzüglichsten 258. Verschiedene Stufen ihrer Entwickelung 263.
Neigung der Planetenbahnen I. 156, ihre Störungen 305.
Newton I. 202. Lebensumstände 225.
Nonius III. 77.
Nord I. 8.
Nutation der Erdaxe I. 140. Theorie derselben 387.

Oppositionen, Berechnung derselben III. 252.
Ost I. 8.
Ostwinde, beständige I. 424.

Pallas II. 101—106.
Parabel I. 183. Wann sie entsteht 211. Bahn der geworfenen Körper 241.
Parallaxe der Gestirne I. 60. II. 220. Ihre Berechnung I. 72. In Länge und Breite 128. Ihre geringe Größe 129. Analytische Ausdrücke 147.
Parallelkreise I. 7.
Passageninstrument III. 86.
Pendel, Erklärung desselben II. und Eigenschaften I. 112, Anwendung III. 6.
Periode, chaldäische, der Finsternisse I. 91.
Phasen des Mondes I. 76, der Erde für den Mond 81.
Planeten. Ihre Anzahl und Zeichen I. 93. Vier neue I. 93. 99. II. 101. 106. Verwicklung ihrer scheinbaren Bewegungen 102. Bewegen sich alle um die Sonne 149. Untere und obere 150. Erscheinungen ihrer Bewegung für die Erde 150. Erklärung dieser Erscheinungen 153. Stillstand und Rückgang 152. 165. Bestimmung ihrer Entfernung 172. Progression für diese Entfernungen II. 101. Wesentliche Unterschiede zwischen den oberen und unteren 107. Elemente aller Planeten 159—170. Verhältnisse ihrer Umlaufszeiten 309. Berechnung ihrer Beobachtungen III. 242.

Planetensystem. Ursprung II. 273. Dauer 295. Verschiedene Planetensysteme I. 161.

Polarkreise I. 32.

Pole der Weltaxe, des Aequators I. 7.

Polhöhe I. 17. Wie sie gefunden wird 43. 54. Geocentrische 68. Ihre Bestimmung durch Beobachtungen III. 176.

Präcession I. 20. Lunisolarpräcession 307. Ihre Theorie 385. Bestimmung derselben 395. Aenderung in der Zeitfolge 396. Einfluß der Winde und Meere 400. Historische Hülfsmittel 401.

Ptolemäisches System I. 161. Einwendungen dagegen 162.

Pulversignale I. 55. III. 202.

Quadratmicrometer III. 75.

Radius Vector der Planeten I. 156. 196. 198.

Räderwerk der Uhren III. 10.

Rectascension I. 16. des Zenithes 36. Rectascension der Sterne durch Rechnung finden 45.

Regulator, der Uhren III. 7. 21.

Reflexion des Lichtes, ihre Gesetze III. 27.

Refraction, wie sie bestimmt wird. I. 93. bey Linsen III. 32.

Revolution, tropische I. 20, siderische 21, synodische 165. Wie sie bestimmt wird 169. Ist unveränderlich 297.

Richtscheibe der Uhren III. 23.

Ring Saturns. Entdeckung II. 132. Sein Schatten 134. Lage und Perioden seiner Sichtbarkeit 134—140. Duplicität 141. Ausmessungen 142. Atmosphäre 143. Berge 144. Rotation, verschiedene Meinungen 145. Ansicht des Ringes für die Saturnsbewohner 146. Nachtheile desselben 150. Beleuchtung desselben 150.

Römer, Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes I. 131.

Rotation der Erde, Beweise dafür I. 103—120, der Planeten um freye Axen 375.

Satelliten Jupiters, Saturns und Uranus. Siehe Jupiter, Saturn, Uranus.

Saturn, scheinbare Bewegung I. 98. Ring 98. Rotation 341. Große Störungen 297. Aenderung derselben 313. Größe, Entfernung II. 126. Masse, Dichte, Abplattung 127. Streifen, Atmosphäre 128. Bewohner 148. Ring Saturns. Seine Verschwindungen I. 339. Lage 340. II. 135. Dimensionen I. 341. II. 142. Rotation I. 341. 344. II. 143. Bestimmung seiner Erscheinungen I. 348. Nutzen II. 148. Satelliten Saturns I. 337. Ihre Entdeckung II. 129. Lage der Bahnen 129. Entfernung und Umlaufszeiten 130. Größe, Masse, Rotation 131.

Schatten und Halbschatten, bey Finsternissen I. 86.
Schnecke der Uhren III. 19.
Schneegränze II. 65.
Schraubenmicrometer III. 74.
Schwere, Verminderung durch Rotation I. 111. Bestimmung derselben auf der Oberfläche der Planeten I. 355. Allgemeine 199. Ihr Einfluß auf verschiedene Erscheinungen 223. Sicherheit des Gesetzes der allgemeinen Schwere 224. Erklärt alle Erscheinungen des Himmels 259. 290. 304.
Schwungkraft, bey der Rotation I. 108. Bestimmung jener der Erde 110. 384. Gibt die Abplattung 384.
Sextant, Hadley's, Beschreibung und Gebrauch III. 81.
Solstitien I. 16.
Sonne, ihre eigene Bewegung I. 9. 11. Ihre Länge finden 18. Tropische und siderische Revolution derselben 20. Ihre Lage gegen Aequator und Ekliptik finden 45. Sonnenfinsternisse 87. Ihre Parallaxe aus der Mondstheorie 288. Ihre Atmosphäre 431. II. 15. Ihre Größe II. 3. 224. Dichte und Entfernung 4. Flecken 4. 12. Rotation 9. Ob sie ein Feuer ist 10. Abnahme des Sonnendurchmessers 11. 19. Doppelte Bewegung ihres Mittelpunktes 16. Eigene Bewegung der Sonne II. 255.
Spiegel, ebene III. 28. convexe 29. concave 30. Analytische Ausdrücke 31.
Spiegeltelescope 47. Newtonianische 48. Gregorianische 49. Herschelsche 49.
Spiralfeder der Uhren III. 21.
Sterne, Erscheinung ihrer täglichen Bewegung für gegebene Orte der Erde. I. 33. Ihre Entfernung und Größe I. 101. II. 219. 225. Anzahl, Farbe, Aenderung 228 — 256. Neue 253. Eigene Bewegung 255. Anzahl 268.
Sternkarten, durch sie die Sterne kennen zu lernen. I. 38.
Stillstand der Planeten I. 165.
Störungen, der Planeten überhaupt I. 242. 295. Ihre verwickelten Erscheinungen 244. Erleichterung ihrer Berechnungen 246. Große Schwierigkeiten 248. 250. Periodische und säculäre 256. 294. und 304.
Stoß, Ursprung der Rotation der Erde I. 370. Bestimmt die Richtung und Geschwindigkeit der Rotation 375. War zugleich Ursache der Revolution 475. Bestimmung der Entfernung der Richtung des Stoßes 376. Mittelpunkt des Schwunges 377.
Stundenwinkel I. 17.
Süd I. 8.

Tafeln, verschiedene III. 119. 144.
Tag, verschiedene Länge für verschiedene Orte I. 14. durch den Globus 28. 144. Unveränderlichkeit seiner Dauer 287. 382. 400.
Tagbogen, wie er gefunden wird I. 43.

*

Temperatur, der Erde I. 383. Verschiedenheit derselben auf der Oberfläche der Erde II. 64. Mittlere Temperatur. 65. Regelmäßige Aenderungen 67. Des Inneren der Erde. 68.

Thau, Entstehung desselben II. 56.

Theodolith, Beschreibung und Gebrauch III. 110.

Thierkreis von Denderah I. 401.

Trägheit I. 204.

Tycho, dessen Weltsystem I. 163.

Uhren. Ihr Gebrauch zu Längenbestimmungen I. 57. ihre Construction. III. 3.

Unruhe, der Uhren, III. 21. 25.

Uranus, scheinbare Bewegung I. 98. Größe, Entfernung II. 152. Masse und Dichte 153. Rotation 154. Große Schiefe der Ekliptik, Klima, Jahreszeiten 156. Bewohner 157. Wahrscheinlich der äußerste Planet unseres Systemes 209.

Satelliten des Uranus. Entdeckung II. 154. Entfernung und Umlaufszeiten 155. Große Neigungen ihrer Bahnen 156.

Ursprung des Planetensystems II. 273. 283. Verschiedene Meinungen 275.

Venus, scheinbare Bewegung I. 95. 150. Größe, Entfernung II. 23. Phasen, Beleuchtung, Berge, Rotation 24. 26. Atmosphäre 27. Satellit der Venus 27. Jahreszeiten 28. Durchgänge 29. Halley's Aeußerung darüber 30. Beobachtung und Berechnung der Durchgänge 32. Vorzüge derselben zur Bestimmung der Sonnenparallaxe 34. Auswahl der Orte für die Beobachtungen 36.

Vergrößerung der Fernröhre messen III. 52.

Vernier III. 77.

Vesta II. 101—106.

Wärme, größte und kleinste II. 68. Regelmäßige Aenderung 67.

Wasser, Einfluß der Temperatur auf dasselbe II. 50. Bestandtheile 51.

Wendekreise I. 32.

West I. 8.

Winde, Ursprung II. 58. Beständige 59. Schädliche 59. Ihre Geschwindigkeit 60.

Woche, ihr Ursprung und Alterthum I. 90.

Wolken, Höhe, Eintheilung ꝛc. II. 57.

Zeit I. 21. Sternzeit 22. Wahre Sonnenzeit 23. Mittlere Zeit 23. Verwandlung der Sternzeit in mittlere und umgekehrt 25. Zeitgleichung 26. Ihre Bestimmung durch Beobachtungen III. 167.

Zenith I. 7.

Zodiacallicht I. 431. II. 292.

Zone, kalte, gemäßigte und heiße I. 32. der Erde II. 60. Ursachen ihrer Verschiedenheit II. 62.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

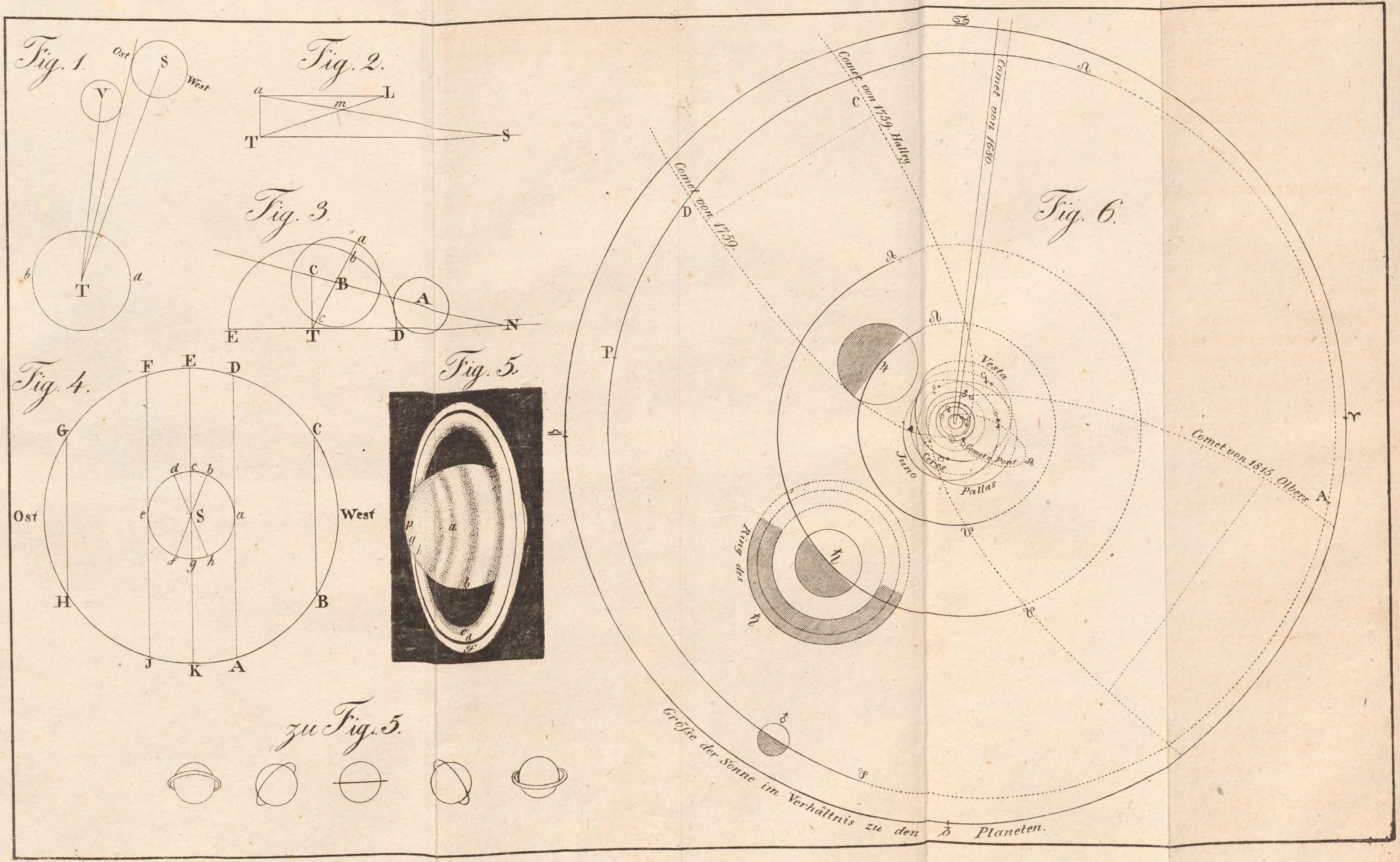


Fig. 1.
Ost
West
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Ost
West
Fig. 5.
zu Fig. 5.
Fig. 6.
Comet von 1759. Halley
Comet von 1680.
Comet von 1759.
Comet von 1815. Olbers
Vesta
Juno
Ceres
Pallas
Comet v. Pons
Ring des ♄
Größe der Sonne im Verhältnis zu den Planeten.

Fig. 7.

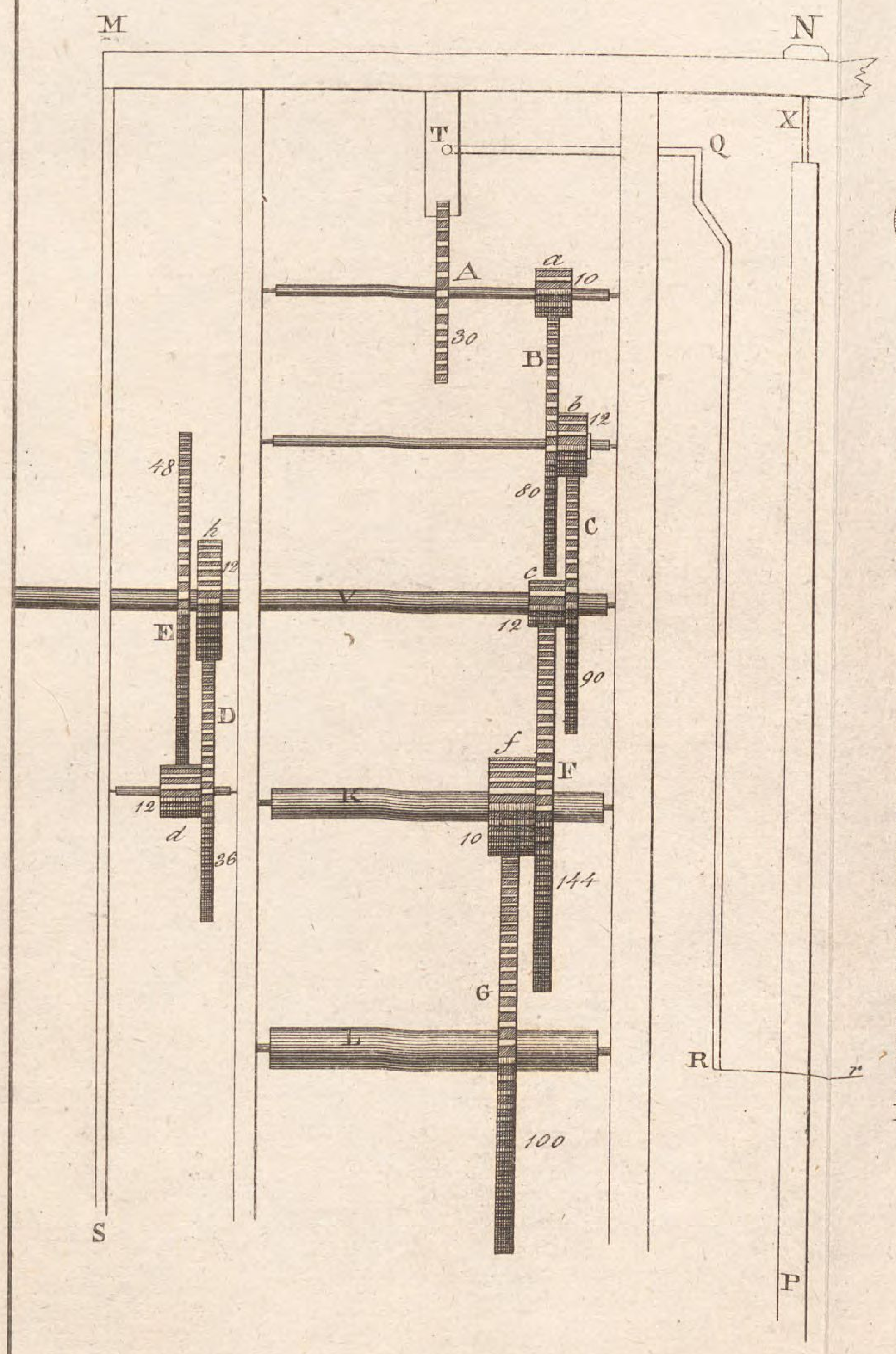


Fig. 8.

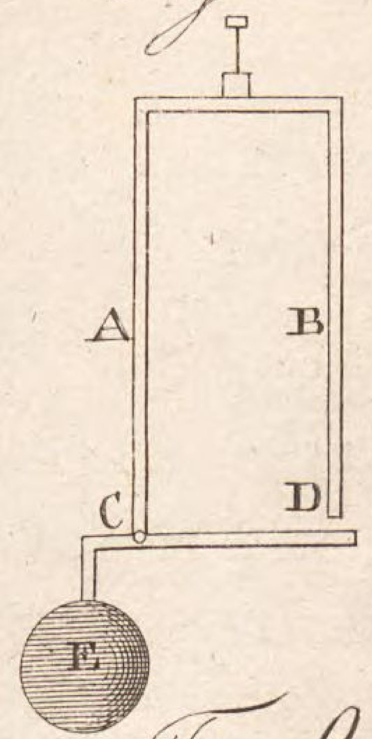


Fig. 9.

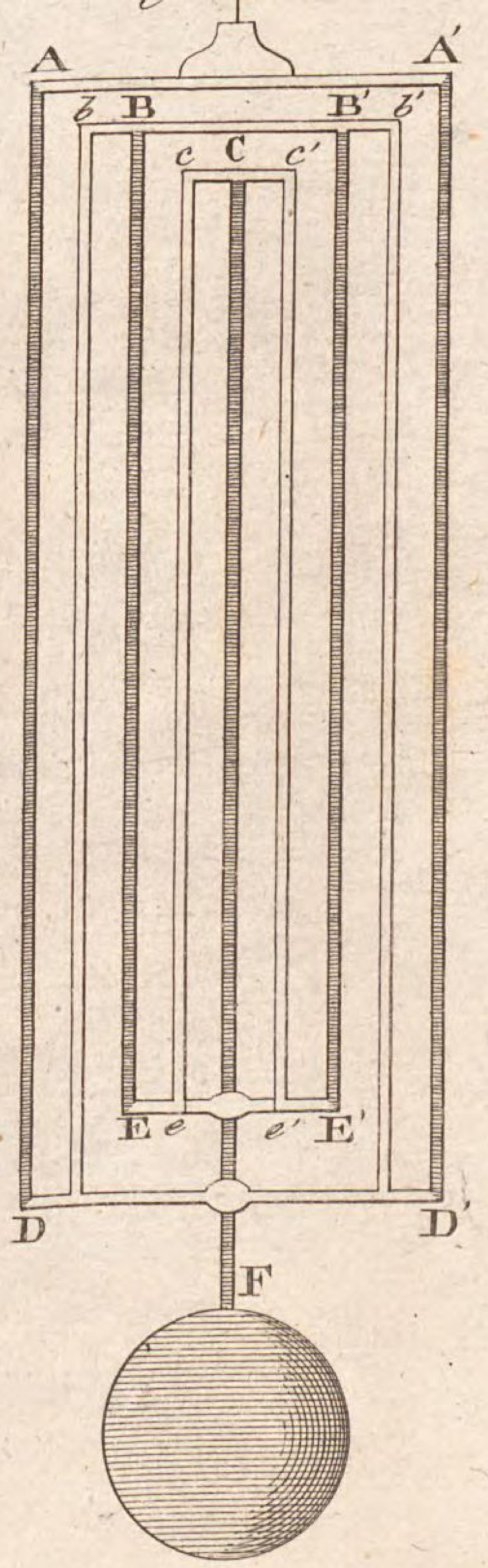


Fig. 10.

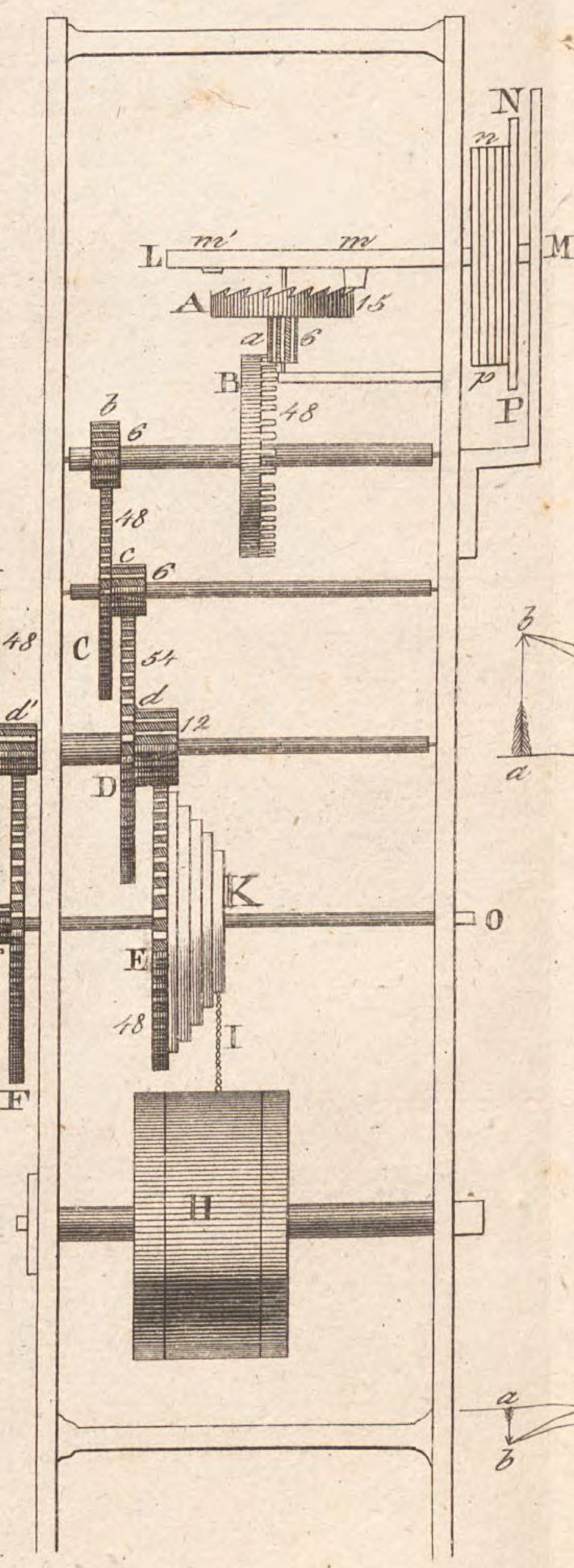


Fig. 11.

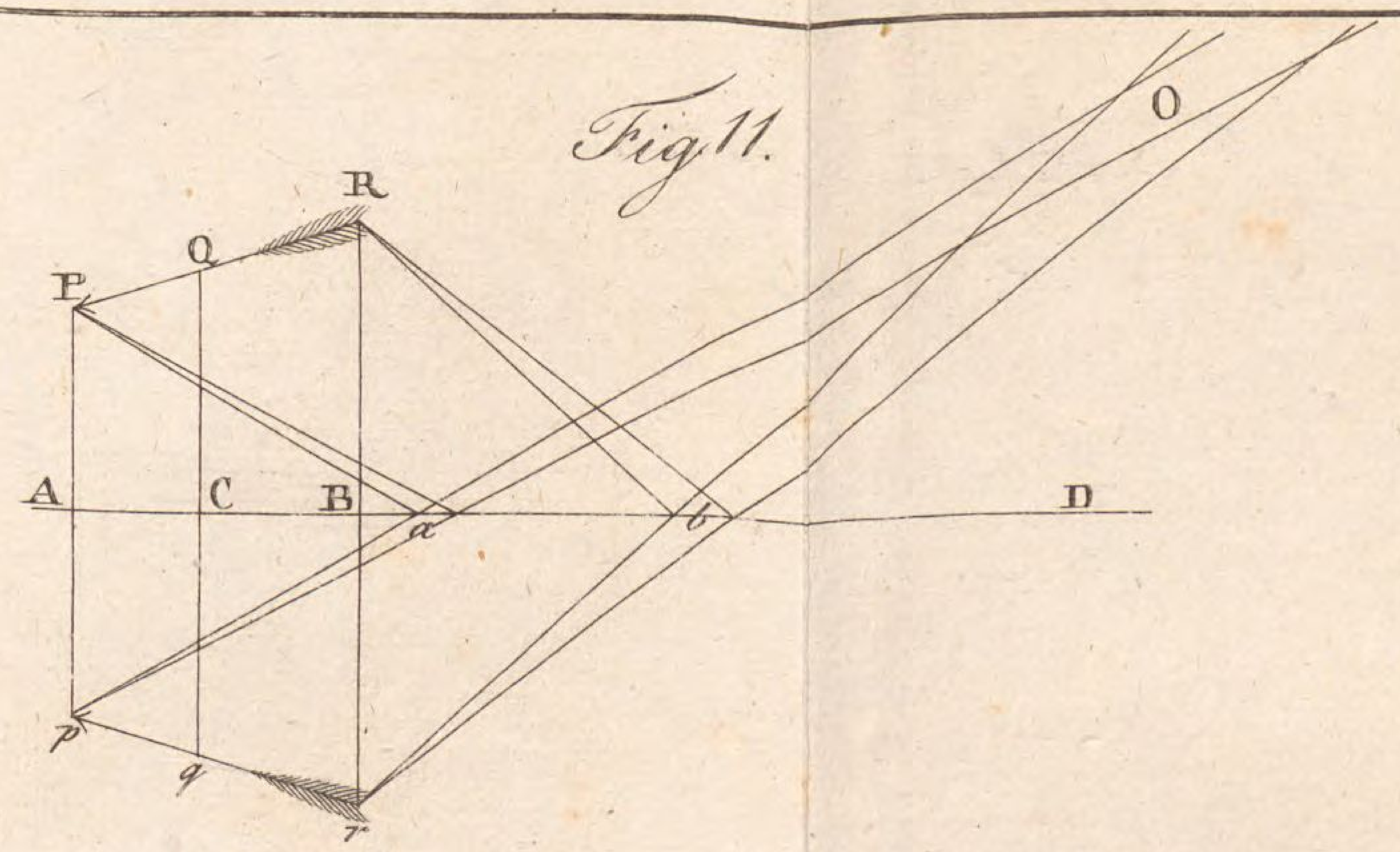


Fig. 12.

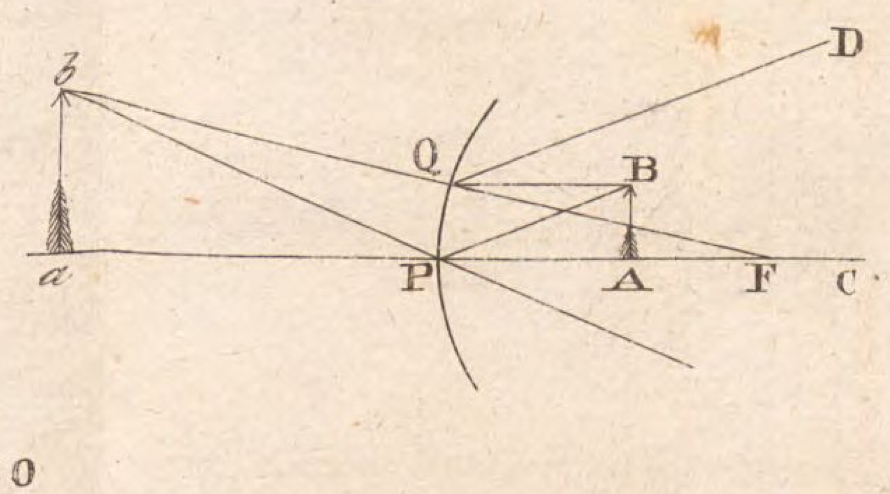


Fig. 13.

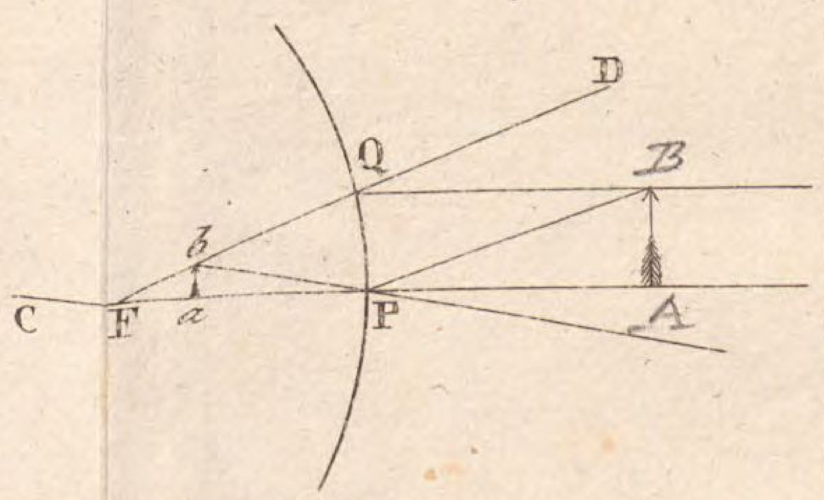


Fig. 14.

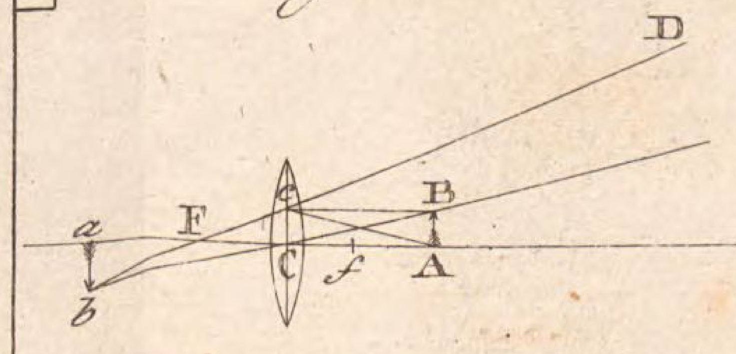


Fig. 15.

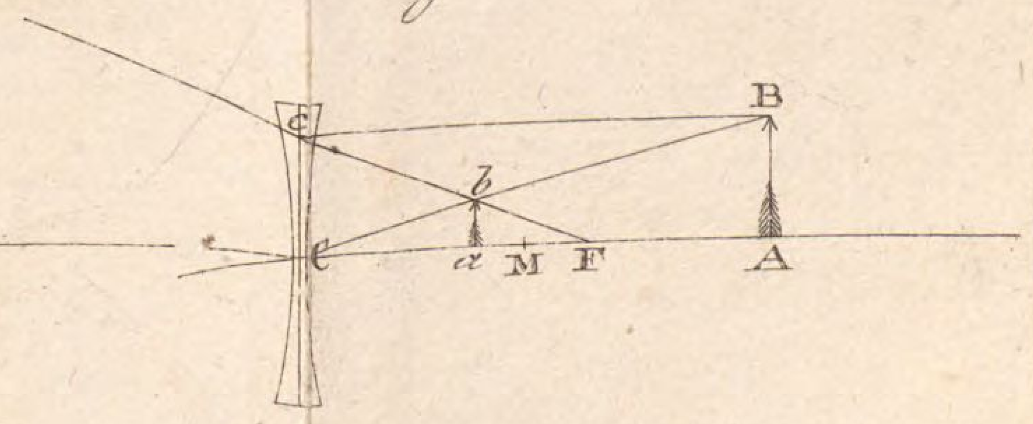


Fig. 16.

Fig. 17.

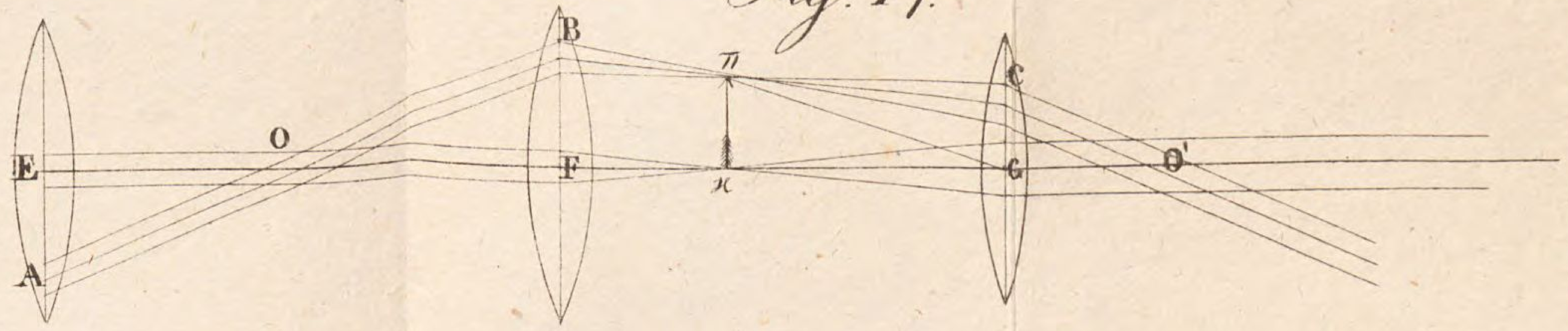


Fig. 18.

Fig. 19.

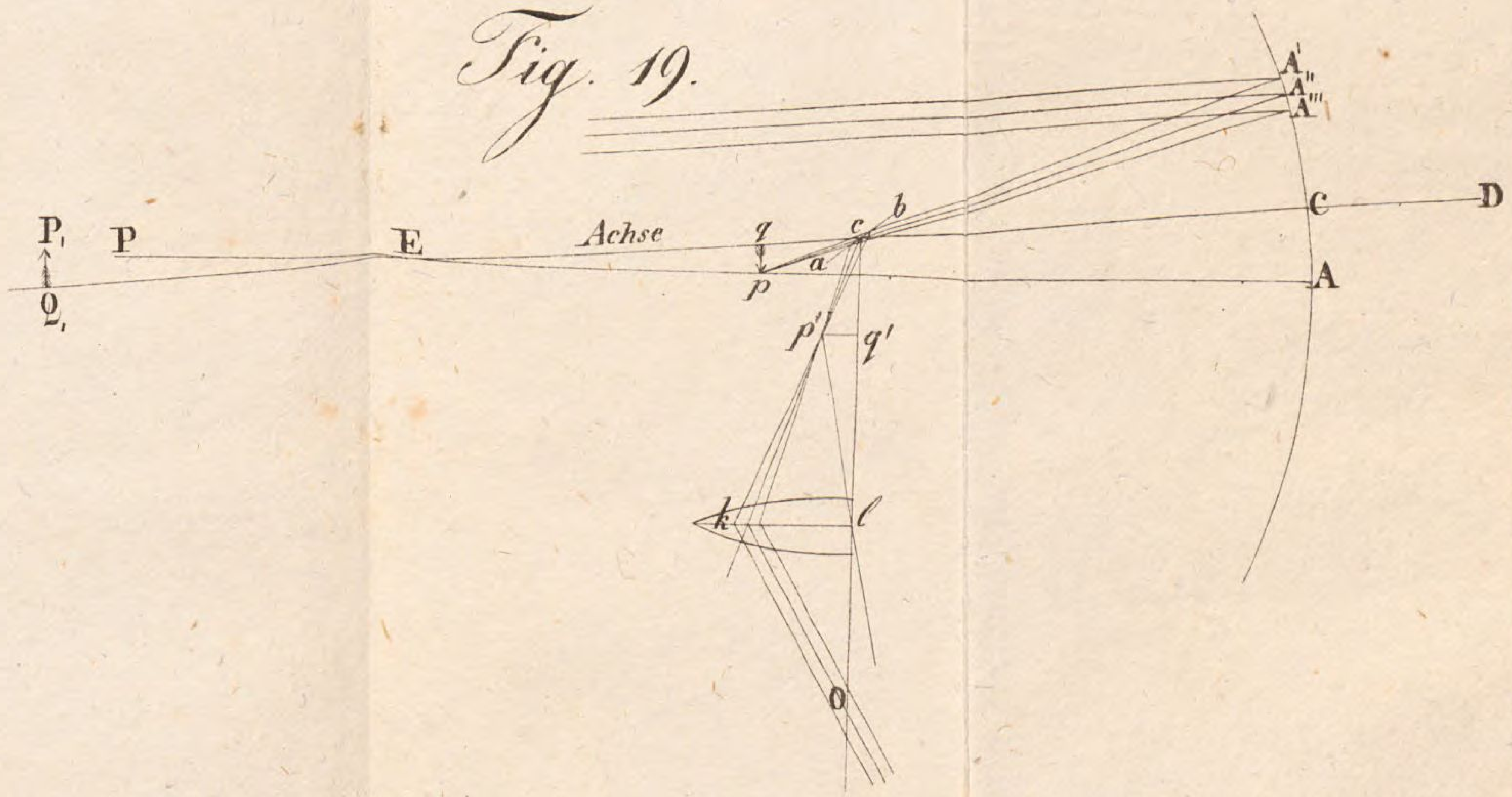


Fig. 20.

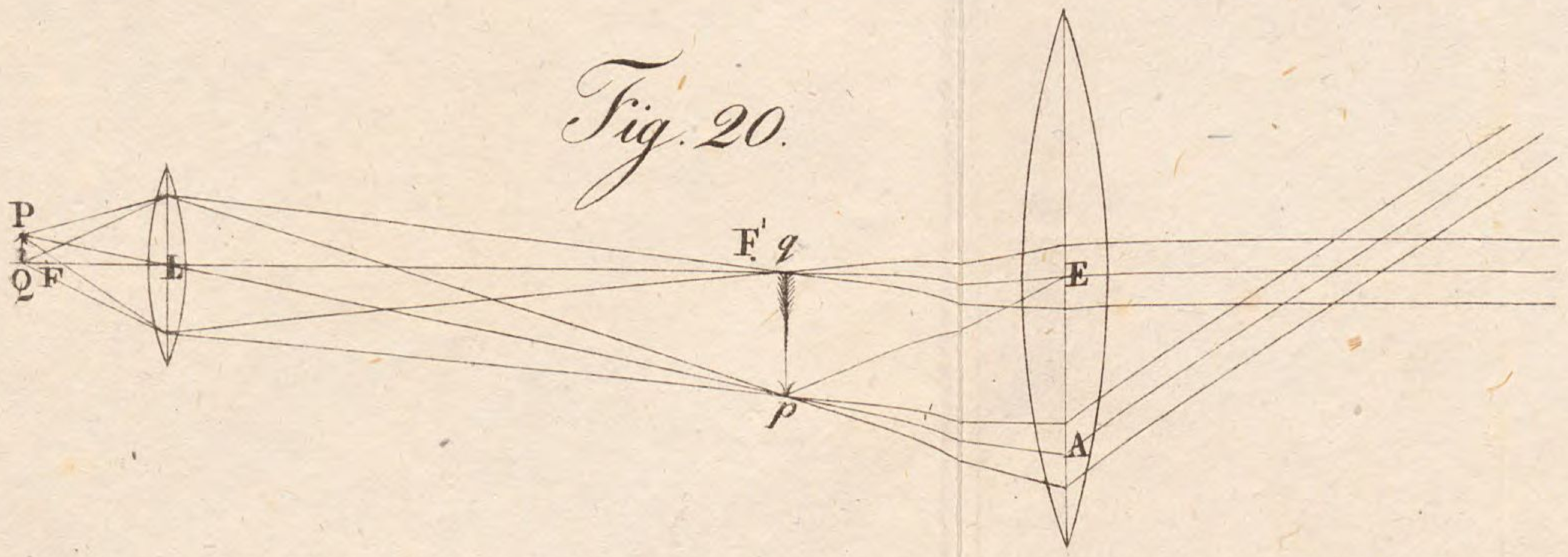


Fig. 21.

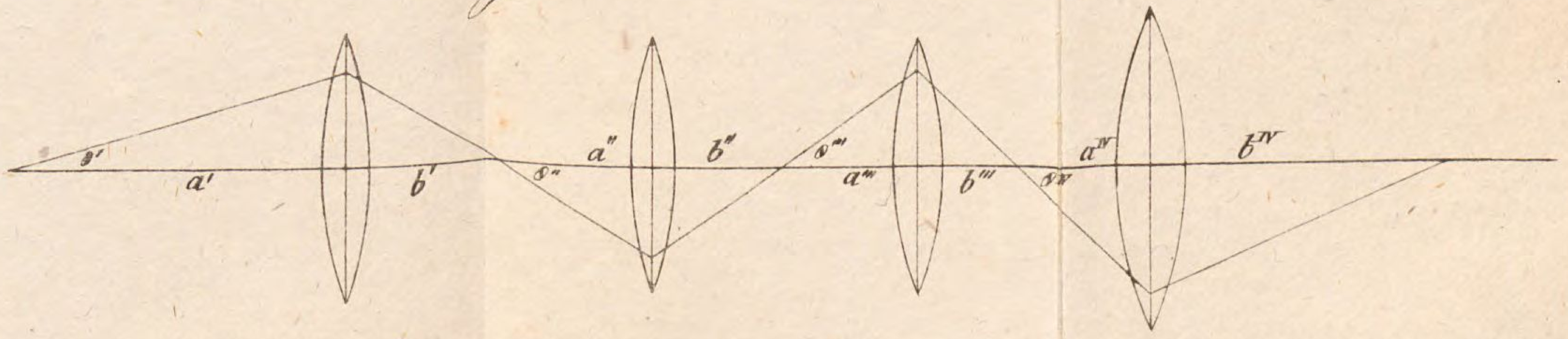


Fig. 22.

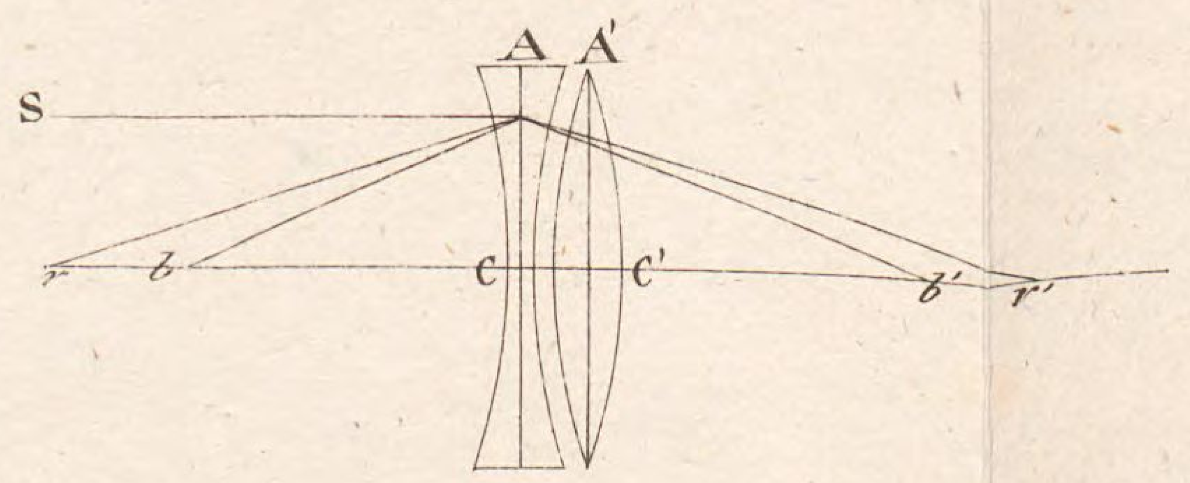


Fig. 23.

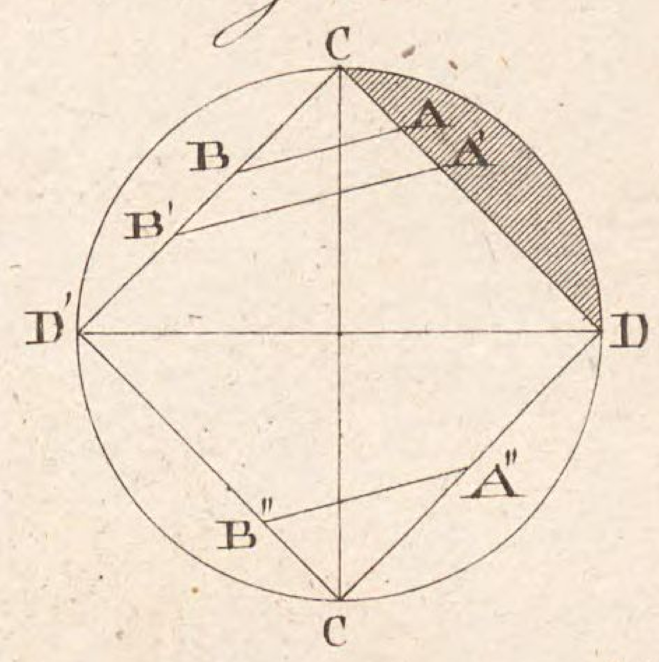


Fig. 26.

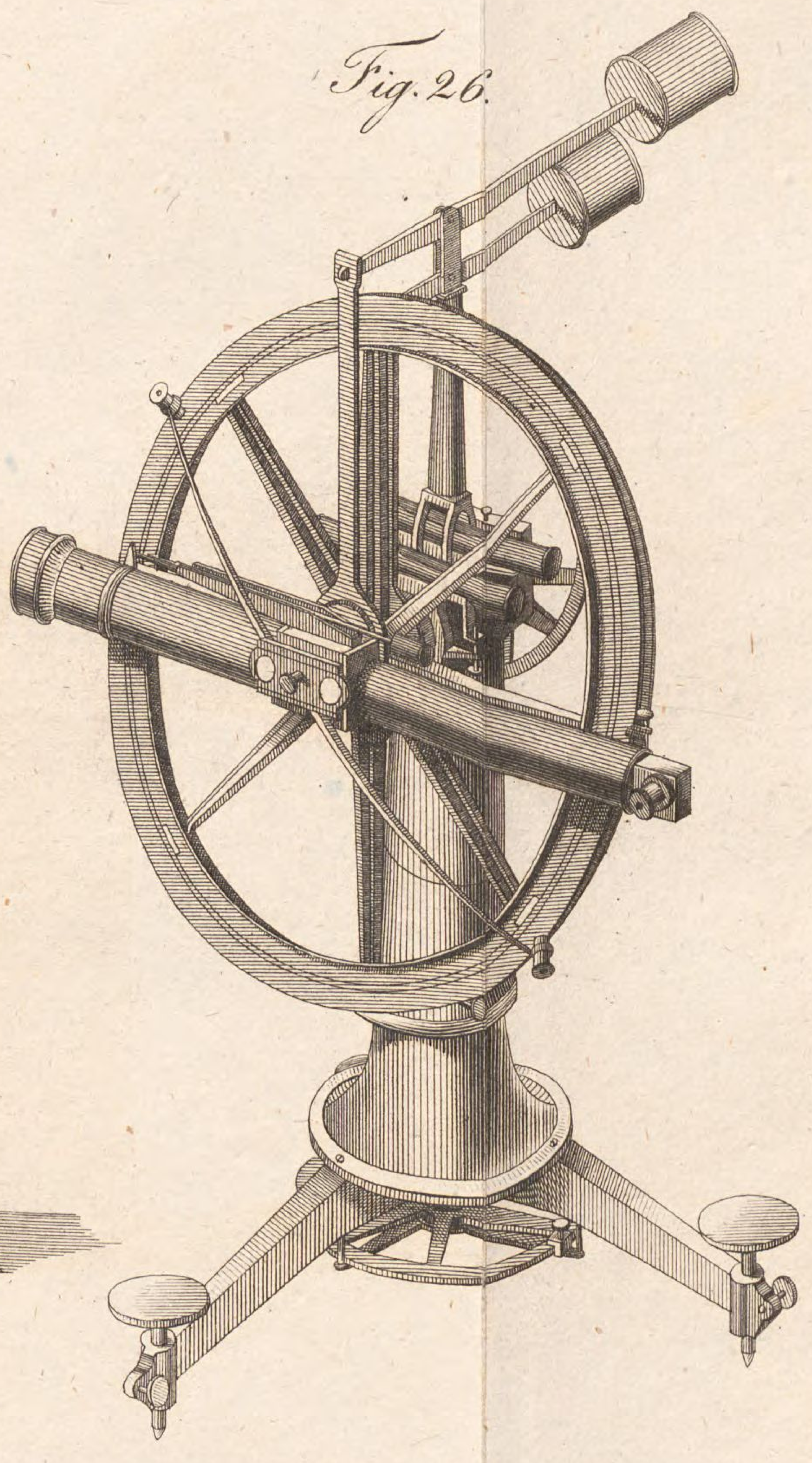


Fig. 24.

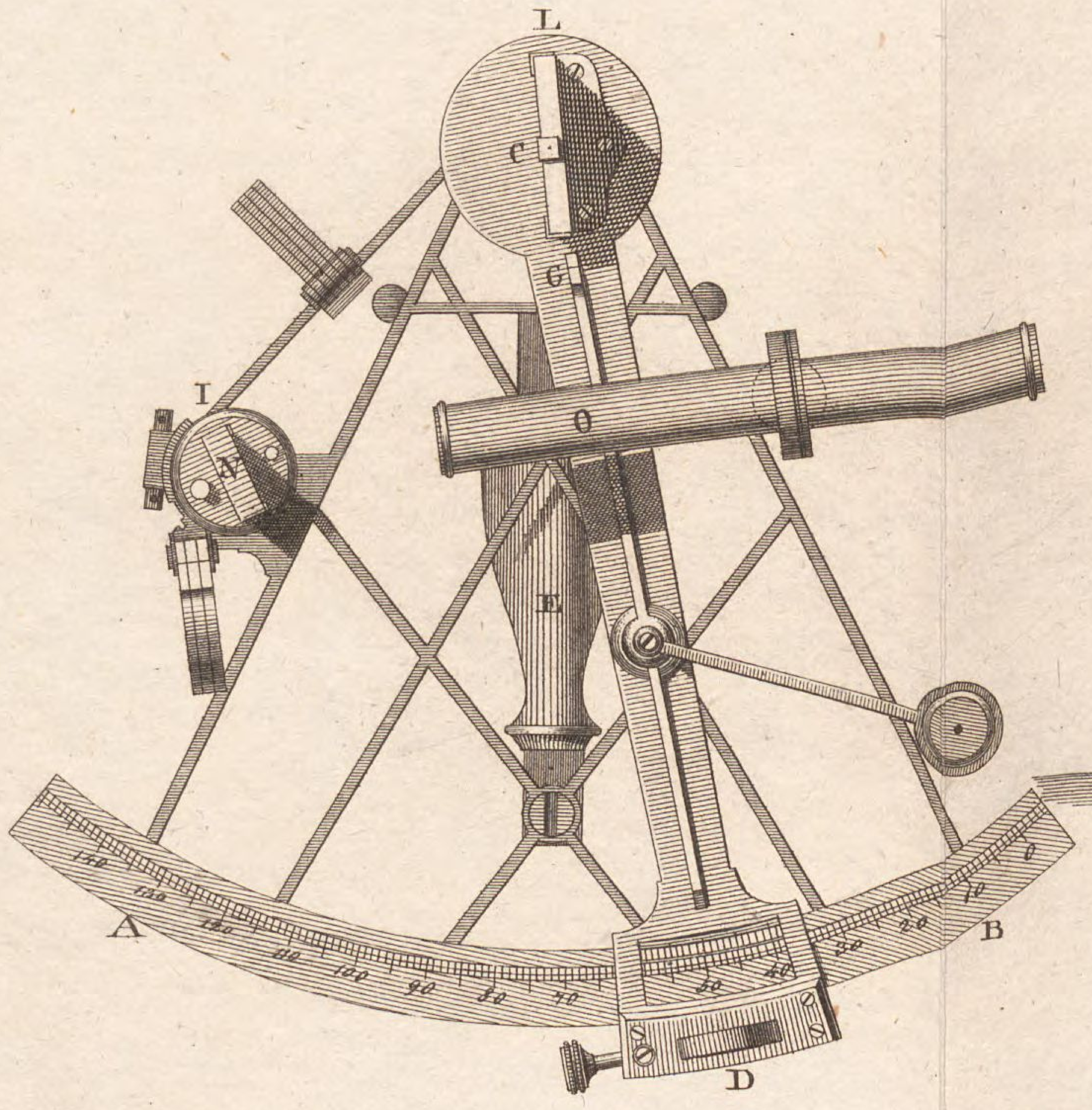
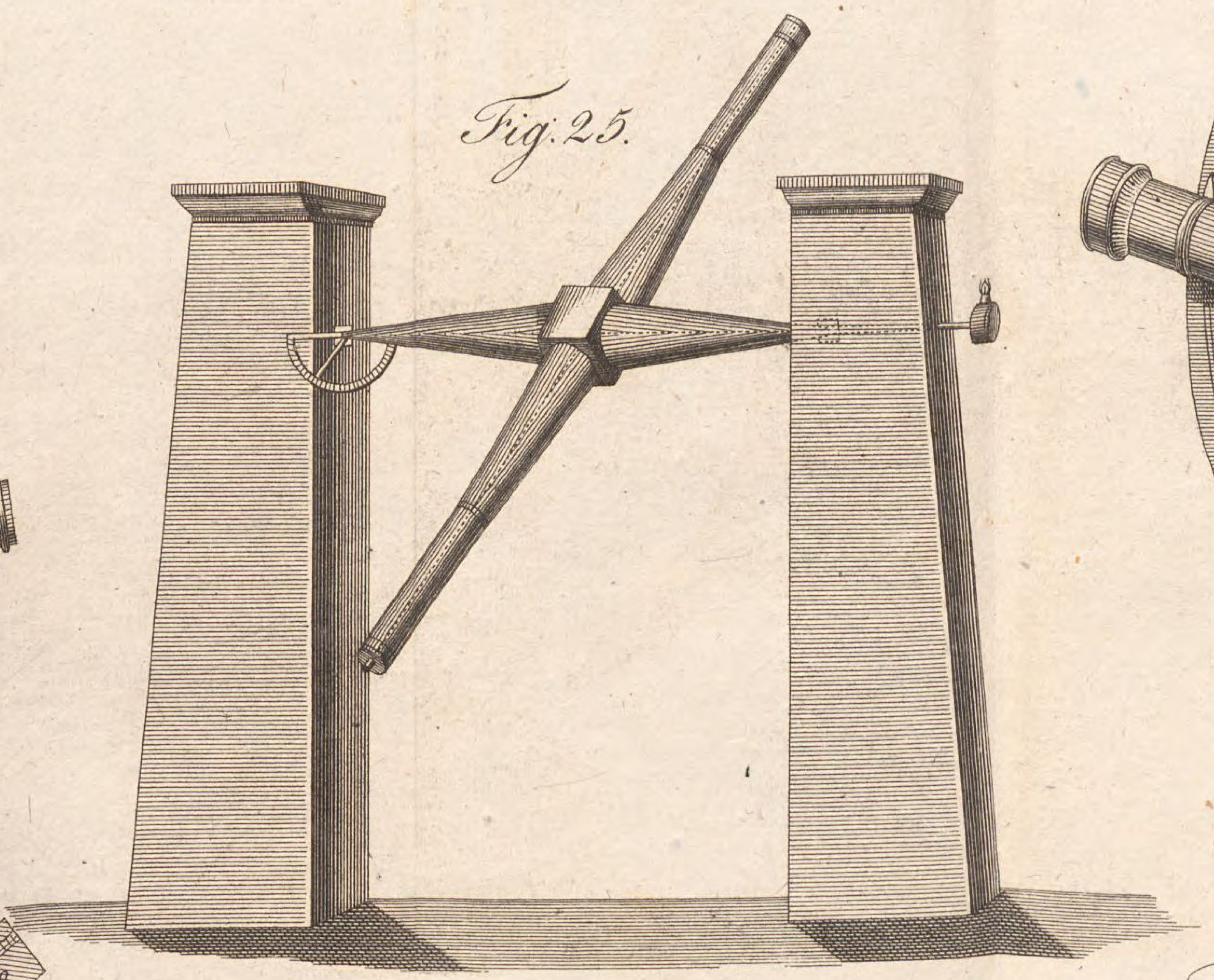
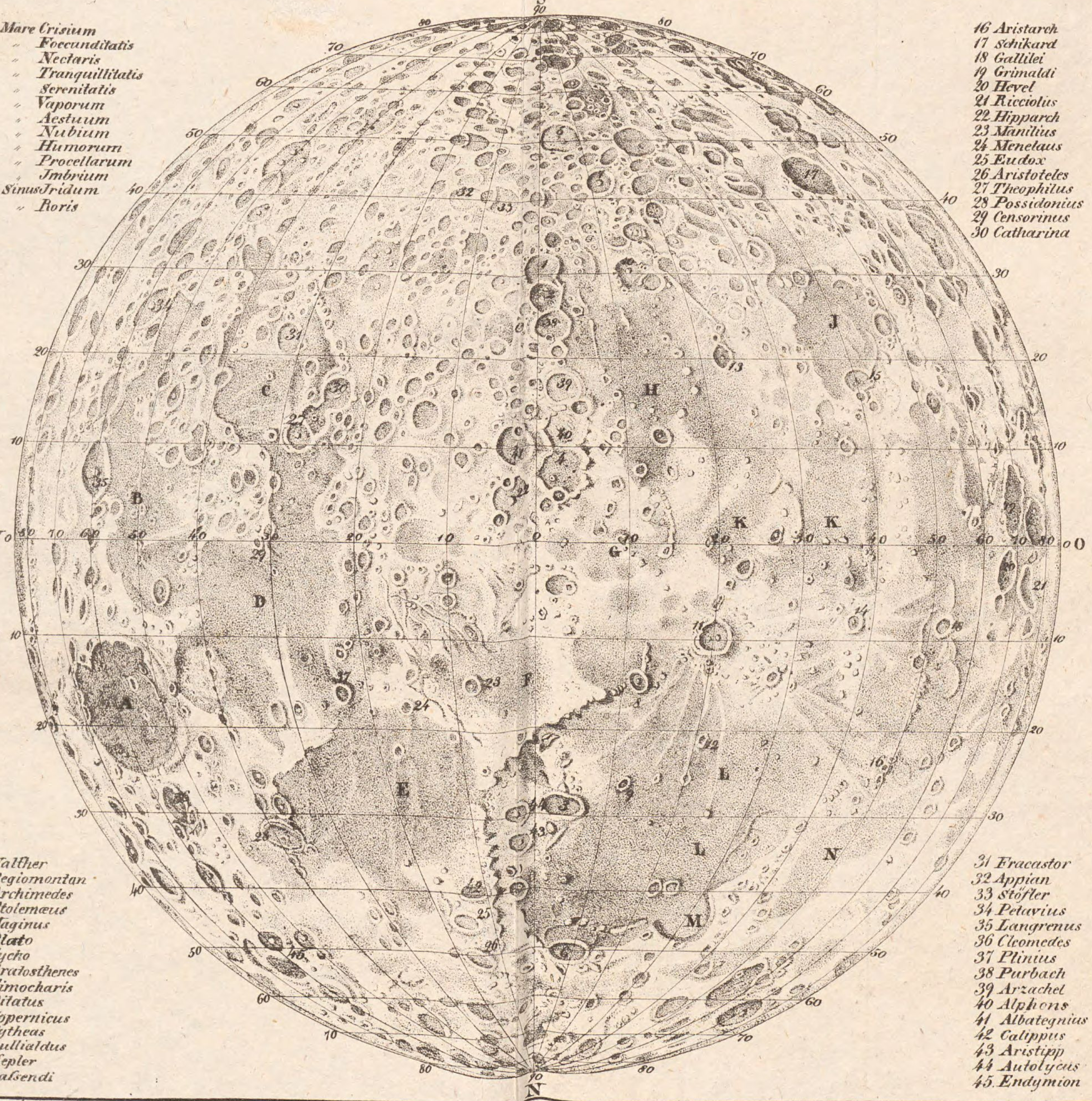


Fig. 25.



M. Aigner sc.

A Mare Crisium
B „ Foecunditatis
C „ Nectaris
D „ Tranquillitatis
E „ Serenitatis
F „ Vaporum
G „ Aestuum
H „ Nubium
J „ Humorum
K „ Procellarum
L „ Imbrium
M Sinus Iridum
N „ Roris



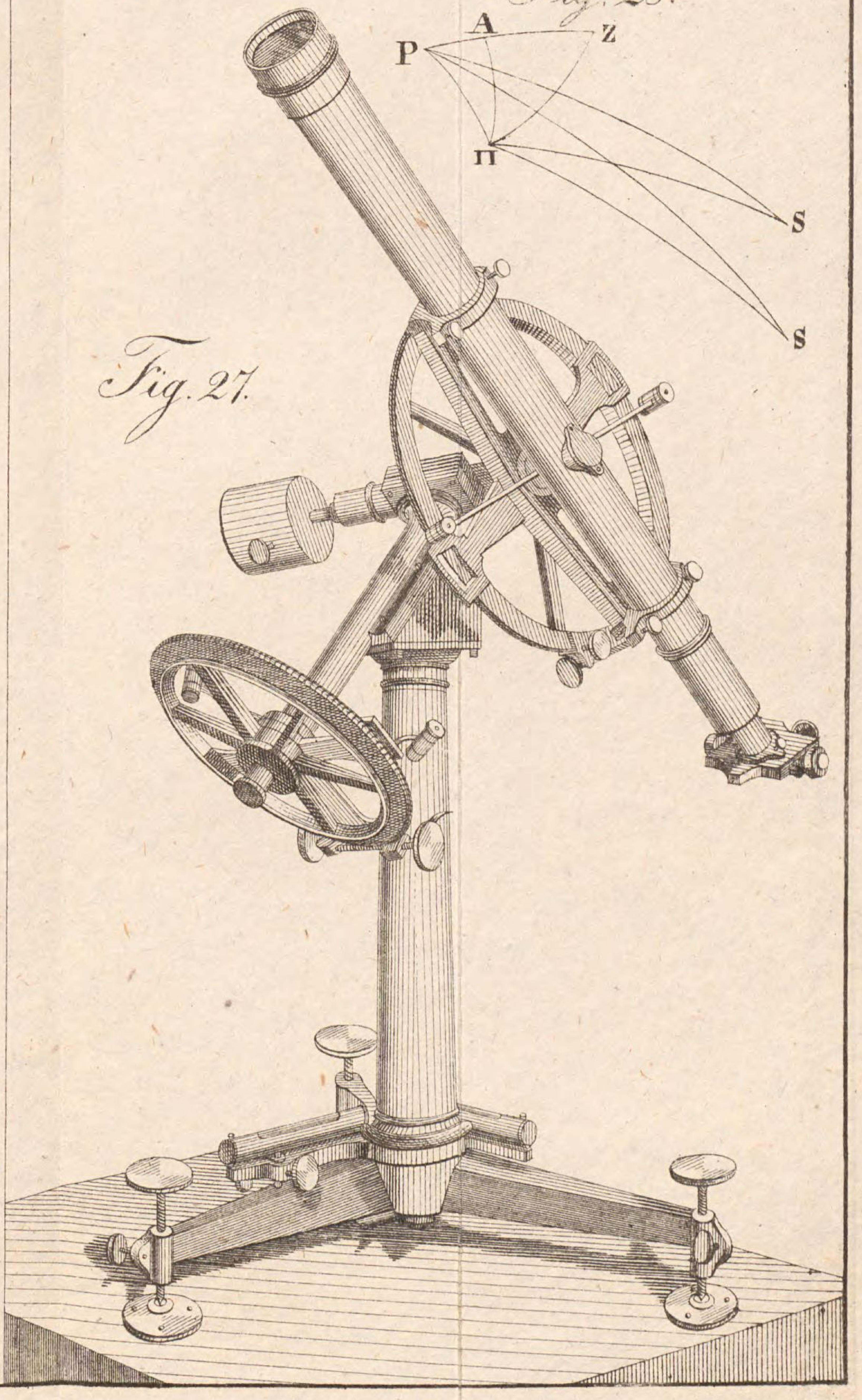
16 Aristarch
17 Schikard
18 Gallilei
19 Grimaldi
20 Hevel
21 Ricciolus
22 Hipparch
23 Manilius
24 Menelaus
25 Eudox
26 Aristoteles
27 Theophilus
28 Possidonius
29 Censorinus
30 Catharina

1 Walther
2 Regiomontan
3 Archimedes
4 Ptolemæus
5 Maginus
6 Plato
7 Tycho
8 Eratosthenes
9 Timocharis
10 Pitatus
11 Copernicus
12 Pytheas
13 Bullialdus
14 Kepler
15 Gassendi

31 Fracastor
32 Appian
33 Stöfler
34 Petavius
35 Langrenus
36 Cleomedes
37 Plinius
38 Purbach
39 Arzachel
40 Alphons
41 Albategnius
42 Calippus
43 Aristipp
44 Autolycus
45 Endymion

Fig. 28.

Fig. 27.



Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Littrow, Joseph Johann <<von>>,

Populäre Astronomie

Bd.: 2,2

Wien (1825)

Astr.u. 101 l-2,1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10061015-6